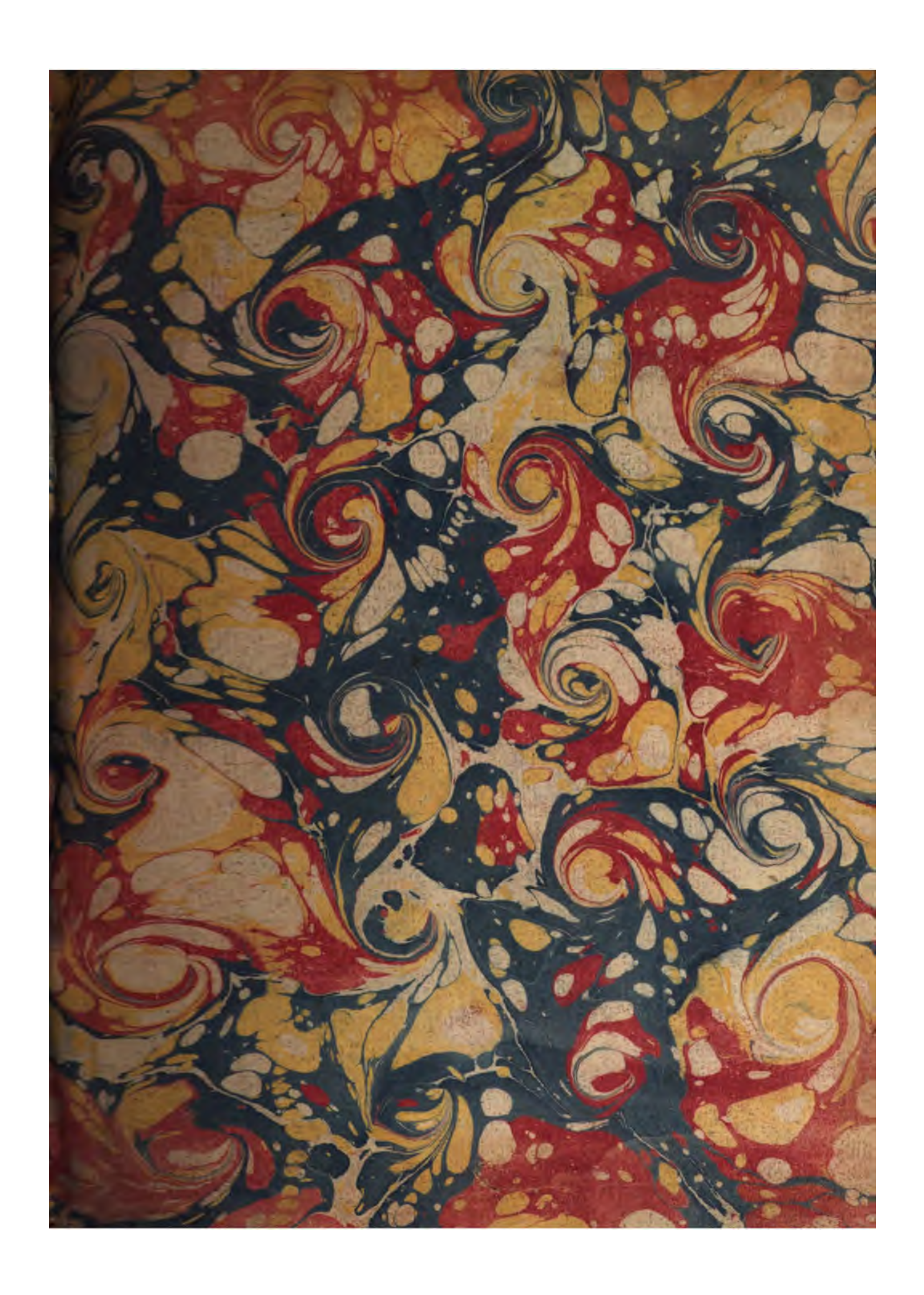








HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCX.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.



A PARIS,
Chez JEAN BOUDOT, Imprimeur Ordinaire du Roy, & de l'Academie Royale des Sciences, ruë S. Jacques au Soleil d'or, proche la Fontaine S. Severin.

M. DCCXII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.



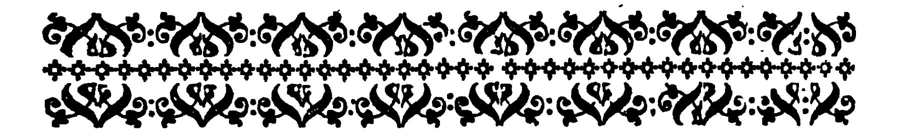


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

Sur le Ressort de l'Air. Page 1
Sur la déclinaison de l'Aiman. 3
Sur le Flux & le Reflux. 4
Sur le mouvement progressif de plusieurs especes de Coquillages. 10
Sur l'effet du Vent à l'égard du Thermometre. 13
Diverses Observations de Physique generale. 15

ANATOMIE.

Sur les Moules d'Estang. 30
Sur l'Iris de l'œil. 33
Diverses Observations Anatomiques. 36

CHIMIE.

Sur la Rhubarbe. 43
Sur la Lacque. 44
Sur les Souffres des Vegetaux & des Mineraux. 46
Sur l'Analyse des Plantes Marines, & principalement du Corail rouge. 48
Sur un nouveau Phosphore. 54

TABLE.

BOTANIQUE.

Sur le Pareira Brava. 56
Sur les Arbres morts par la gelée de 1709. 59
Sur le Bled cornu appellé Ergot. 61
Sur les Mouvemens exterieurs des Plantes. 64
Sur les Plantes de la Mer. 69
Diverses Observations Botaniques. 78

ARITHMETIQUE.

Sur les Quarrés Magiques. 80

ALGEBRE.

Sur la Construction des Egalités. 88

GEOMETRIE.

Sur une Integrale donnée par M. le Marquis de l'Hôpital ; ou sur les pressions des Courbes en general. 98
Sur les Forces centrales inverses. 102

ASTRONOMIE.

Sur le Mouvement de la Lune. 104
Sur les Refractions. 109
Sur les Taches du Soleil. 111

CATOPTRIQUE.

Des Foyers par reflexion en general. 112

TABLE.

DIOPTRIQUE.

Sur les Refractions d'une espece de Talc. 121

MECHANIQUE.

Sur la Résistance des Solides. 126
Sur la Résistance des Milieux au mouvement. 133
Machines ou Inventions approuvées par l'Academie des Sciences en 1710. 142

Eloge de M. de Chazelles. 143
Eloge de M. Guglielmini. 152



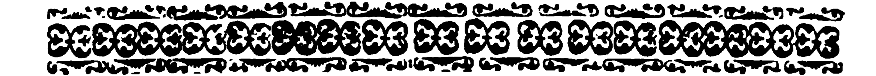


TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

Experiences sur le ressort de l'Air. Par M. CARRE'. Page 1
Remarques sur la construction des Lieux Géometriques & des Equations. Par M. DE LA HIRE. 9
Abregé de Catoptrique. Par M. CARRE'. 46
Des Mouvemens primitivement retardés en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entiere extinction dans le vuide, faits dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses effectives du mobile. Par M. VARIGNON. 63
Construction generale des Quarrés Magiques. Par M. SAUVEUR. 92
Observations de la quantité d'eau qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année 1709, avec l'Etât du Thermometre & du Barometre. Par M. DE LA HIRE. 139
Comparaison des Observations que nous avons faites icy à l'Observatoire sur la Pluïe & les Vents, avec celles que M. le Marquis de Pontbriand a faites dans son Château prés S. Malo pendant l'année 1709. Par M. DE LA HIRE. 143
Comparaison de mes Observations avec celles de M. Scheuchzer sur la Pluïe & sur la Constitution de l'air pendant l'année 1709. à Zurich en Suisse. Par M. DE LA HIRE. 145
Usage d'une Intégrale donnée par M. le Marquis de l'Hôpital dans les Mem. de 1700. pag. 13. Avec la Solution de quelques autres questions approchantes de la sienne. Par M. VARIGNON. 158
Observations sur la Rhubarbe. Par M. BOULDUC. 165
Observation de l'Eclipse de Lune du 13 Fevrier au soir de l'an 1710. Par Mrs CASSINI & MARALDI. 169
Observations de l'Eclipse de Lune arrivée la nuit entre le 13 & le 14 Fevrier 1710, à l'Observatoire. Par M^r DE LA HIRE. 172
Observation de l'Eclipse de Lune du 13 Fevrier 1710, faites à Versailles en présence de Monseigneur le Duc de Bourgogne. Par M. CASSINI le fils. 175
Des points de Rupture des figures: De la maniere de les rappeller à leurs Tangentes: D'en déduire celles qui sont par-tout d'une résistance

qui
par les
courtes,
ordinai-
n'ap-
feuil-

égale : Avec la Méthode pour trouver tant de ces sortes de figures que l'on veut : Et de faire ensorte que toute sorte de figure soit par tout d'une égale résistance, ou ait un ou plusieurs points de rupture. I. Memoire. *Des figures retenuës par un de leurs bouts, & tirées par telles & tant de puissances qu'on voudra.* Par M. PARENT. 177

Observation de l'Eclipse du Soleil du 28 Fevrier 1710, faite à Versailles en presence de Monseigneur le Duc de Bourgogne. Par M. CASSINI le fils. 195

Observation de l'Eclipse du Soleil du 28 Fevrier 1710. Par M. MARALDI. 196

Observation de l'Eclipse de Soleil arrivée le 28 Fevrier 1710. à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE. 198

Methode generale pour la division des Arcs de Cercle ou des Angles, en autant de parties égales qu'on voudra. Par M. DE LA HIRE. 200

Addition à la Solution générale du Problême de la page 257. des Mem. de 1709. où parmi une infinité de Courbes semblables décrites sur un plan vertical, & ayant même axe & un même point d'origine, il s'agit de déterminer celle dont l'arc compris entre le point d'origine & une ligne donnée de position, est parcouru dans le plus court tems possible. Par M. SAURIN. 208

Comparaison des Observations de l'Eclipse de Lune faites en differens lieux. Par M. MARALDI. 215

Diverses Observations de la conjonction de la Lune avec les Pleïades. Par M. MARALDI. 218

De la necessité qu'il y a de bien centrer le Verre objectif d'une Lunette. Par M. CASSINI le fils. 223

Observations sur les matieres Sulphureuses, & sur la facilité de les changer d'une espece de souffre en une autre. Par M. HOMBERG. 225

Observations sur le Bezoard, & sur les autres matieres qui en approchent. Par M. GEOFFROY le jeune. 235

Des Mouvemens primitivement variés dans des milieux résistans en raison des sommes faites des vitesses effectives de ces mouvemens, & des quarrés de ces mêmes vitesses. Par M. VARIGNON. 243

Réponse à la Critique de M. de la Hire du 20 Mars 1709. Premiere Partie. Par M. MERY. 374

Remarques sur le mouvement des Planetes, & principalement sur celui de la Lune. Par M. DE LA HIRE. 292

Insecte des Limaçons. Par M. DE REAUMUR. 305

Observation du passage de Jupiter proche de l'Etoile qui est dans le front du Scorpion, comparée avec une semblable Observation faite en 1627. Par M. MARALDI. 310

Reflexions sur les Observations du Flux & du Reflux de la Mer, faites à Dunquerque par M. Baert Professeur d'Hydrographie, pen-

dant les années 1701 & 1702. Par M. CASSINI le fils. 318

Observations sur un espece de Talc qu'on trouve communément proche de Paris au-dessus des bancs de pierre de plâtre. Par M. DE LA HIRE. 341

Observations sur la variation de l'Aiguille par raport à la Carte de M. Halley : Avec quelques Remarques Geographiques faites sur quelques Journaux de Marine. Par M. DE LISLE. 353

Reflexions sur les Observations du Flux & du Reflux de la Mer, faites au Havre de Grace par M. Boissaye du Bocage Professeur d'Hydrographie, pendant les années 1701 & 1702. Par M. CASSINI le fils. 366

Reflexions sur les Observations des Marées faites à Brest & à Bayonne. Par M. CASSINI le fils. 380

Examen de la Soye des Araignées. Par M. DE REAUMUR. 386

Remarques sur la Moule des Estangs. Par M. MERY. 408

Memoire touchant les Vegetations artificielles. Par M. HOMBERG. 426

Du mouvement progressif, & de quelques autres mouvemens de diverses especes de Coquillages, Orties & Etoiles de mer. Par M. DE REAUMUR. 439

Des mouvemens commencés par des vitesses quelconques, & ensuite primitivement accelerés en raison des tems écoulés, dans des milieux résistans en raison des sommes faites des vitesses effectives du mobile, & des quarrés de ces mêmes vitesses. Par M. VARIGNON. 491

Extrait d'une Lettre de M. Herman à M. Bernoulli, datée de Padoüe le 12 Juillet 1710. 519

Des Forces centrales inverses. Par M. VARIGNON. 533

Experiences de l'effet du Vent à l'égard du Thermometre. Par M. CASSINI le fils. 544

Experiences sur les Thermometres. Par M. DE LA HIRE le fils. 546

Observation sur les petits œufs de Poule sans jaune, que l'on appelle vulgairement œufs de Coq. Par M. LAPEYRONIE. 553

Fin des Tables.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amez & feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra: SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous ayant très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû luy donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ses exercices; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déja donnez au public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit luy accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous luy avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrest de nôtre Conseil d'Etat du 13. du mois d'Aoust dernier. Et desirant donner à ladite Academie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter dans tous les lieux de nôtre obéïssance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon luy semblera: *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées de l'Academie Royale des Sciences*; comme aussi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la composent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, lorsqu'aprés avoir examiné & approuvé lesdits Ouvrages aux termes de l'article XXX. dudit Reglement, elle les jugera dignes d'être imprimez: & ce pendant le tems de dix années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons très-expresses deffenses à tous Imprimeurs, Libraires, & à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, aucun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie, comme aussi d'en introduire, vendre & debiter d'impression étrangere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de son-

dit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interests: à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformement aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre trés-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelyppeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes; du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foy soit ajoûtée comme à l'original: Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires sans autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel est nôtre plaisir. DONNE' à Versailles le neuviéme jour de Fevrier, l'an de grace mil sept cens quatre, & de nôtre Regne le soixante & uniéme. Par le Roy en son Conseil, LE COMTE.

L'Academie Royale des Sciences par déliberation du 27. Fevrier 1707. a cedé le present Privilege à JEAN BOUDOT fils son Libraire, pour en joüir conformément au Traité fait par l'Academie avec feu le sieur Boudot son Pere le 13. Juillet 1699. En foy de quoy j'ay signé, à Paris ce 27. Fevrier 1707.

FONTENELLE, *Secretaire de l'Academie Royale des Sciences.*

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI *page 136. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du 13. Aoust dernier. A Paris, ce 13. Fevrier 1704.*

P. EMERY, *Syndic.*

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCX.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LE RESSORT DE L'AIR.



COMME le Ressort de l'Air est presentement fort établi, M. Carré a voulu verifier des experiences de M. Parent qui l'attaquoient, rapportées dans l'Hist. de 1708 *. Nous y avons dit que des Phioles de verre mises sur des charbons ardents, ne faisoient que se fondre doucement quand elles étoient pleines d'air, & que quand elles en avoient été bien vuidées, & qu'elles contenoient seulement un peu de quelque autre matiere, elles sautoient en éclats avec un grand bruit, ce qui paroît assés contraire à l'idée que l'on a de la grande force élastique de l'Air.

V. les M. p. 1.

* p. 18.

M. Carré ayant refait ces experiences sur un grand nombre de Phioles, a trouvé que presque toûjours dans l'un & dans l'autre cas elles crevoient ou s'éclatoient avec bruit, & que par consequent on n'en pouvoit rien conclure contre le Ressort de l'Air, car il faudroit pour cela que les deux cas eussent un succés contraire, c'est à dire que les Phioles ne crevassent avec bruit que quand elles ont été vuidées d'air.

Si elles ne contiennent ni air ni aucune autre matiere, il arrive quelquefois que l'hemisphere inferieur de la Phiole, & celui qui pose sur les Charbons, s'amolissant par le feu & se fondant à demi, va s'appliquer contre la surface interieure de l'hemisphere superieur, de sorte que la boule se change en un hemisphere creux en forme de Tasse. C'est que la boule vuide d'air ne peut résister à la pression de l'air exterieur, qui fait rentrer une de ses moitiés. Cet effet est si naturel qu'il sembleroit devoir toûjours arriver, mais cette moitié de boule ne se fond pas toûjours si également en toutes ses parties au degré qu'il faut; dés qu'il y en a quelqu'une trop fonduë, elle se détache des autres, & il se fait un trou par où entre l'air exterieur, qui ne laisse plus de lieu à ce petit phenomene. Si dans la Phiole vuide d'air il y a quelque peu d'une autre matiere, comme de l'Eau, de l'Esprit de vin, &c. cette matiere se rarefie, & se fait bientôt une ouverture pour sortir.

Quelquefois, comme M. Carré l'a vû dans quelqu'une de ses experiences, aussi-bien que M. Parent, l'air s'échape d'une Phiole paisiblement & sans bruit. Mais alors ce n'est pas à dire qu'il n'ait point de ressort, il suffit pour rendre sa sortie tranquille qu'il ait trouvé une ouverture proportionnée à sa vitesse.

Enfin le ressort de l'air a paru à M. Carré subsister en son entier. Ce n'est pas que les experiences qu'il a faites pour s'éclaircir ne lui produisissent elles-mêmes de nouvelles difficultés, mais il s'en fait dans les matieres de Physique une regeneration continuelle, qu'il ne faut pas prétendre épuiser entierement.

SUR LA DECLINAISON DE L'AIMAN.

LA beauté & l'importance du Sistême de M. Halley ne permettent pas que l'on se relâche sur le soin de le verifier.

V. les M. p. 353.

M. Delisle ayant eu entre les mains 10 Journaux de Voyages de long cours faits en 1706, 7, 8, & 9, a trouvé par les variations de l'Aiguille qui y avoient été observées, que cette Ligne courbe exempte de variation, tracée par M. Halley sur le Globe terrestre, avance toûjours vers l'Oüest à nôtre égard, selon ce que nous avions déja dit dans l'Hist. de 1706 *. Cela suit évidemment de ce *que les* Vaisseaux qui vont de France en Amerique observent en deçà de cette Ligne que la variation qui est Nord-Oüest est plus grande que celle de M. Halley, & plus petite au delà où elle est Nord-Est, & d'autant plus differente que l'année où se fait la Navigation est plus éloignée de 1700, époque de la Carte de M. Halley. Ce n'est pas que toutes les observations particulieres donnent une regularité si parfaite, elle ne résulte que du gros des observations, il n'est pas possible qu'il n'y en ait quantité de fautives, & d'ailleurs le mouvement de cette Ligne supposée pourroit bien n'être pas lui-même fort regulier.

* p. 4.

Par les voyages que M. Delisle a vûs, les variations observées du Cap de Bonne-Esperance aux Indes Orientales different si peu de celles de M. Halley, que l'on peut compter que de ce côté-là tout est presque dans le même état, ce qui pourroit faire naître quelque difficulté dans le sistême général, car il seroit bon que les changemens de l'Orient répondissent à ceux de l'Occident.

Ce que M. Cassini le fils avoit déja commencé à l'égard de la Mer du Sud *, qui manque à la Carte de M. Hal-

* V. l'Hist. de 1708. p. 20.

ley, M. Delisle l'a poursuivi, il a donné de nouvelles observations de la variation de l'Aiguille, faites sur cette Mer. Il confirme ce qu'avoit remarqué M. Cassini le fils, que dans ces parages la variation augmentoit avec la latitude meridionale, & il y ajoûte que sous une même latitude la variation diminuoit à mesure qu'on s'éloignoit en longitude vers l'Occident.

Il n'a pas manqué d'examiner avec grand soin les observations d'un Vaisseau, qui pour la premiere fois, que l'on sçache, a été du Détroit de Magellan au Cap de Bonne-Esperance. Ce qui en résulte commence par s'éloigner assés de la Carte de M. Halley, & y revient ensuite. Mais dans une matiere aussi nouvelle & aussi délicate, il ne faut pas s'attendre que toutes les observations conspirent si promptement en faveur d'un sistême.

M. Delisle a tiré encore de ses Journaux quelques remarques Geographiques, importantes pour la Navigation.

SUR LE FLUX

ET LE REFLUX.

V. les M. p. 318. 366. & 380.

LE Memoire circulaire sur le Flux & le Reflux envoyé par ordre de M. le Comte de Pontchartrain dans les Ports de l'Ocean, & dont il a été parlé dans l'Hist. de 1701 *, a déja eu une partie de son effet.

* p. 11. & suiv.

Mrs Baërt & du Bocage, Professeurs en Hidrographie, le premier à Dunquerque, & le second au Havre de Grace, ont envoyé à l'Academie le Journal des observations qu'ils ont faites, chacun dans son Port, pendant plus d'une année en 1701 & 1702. M. Cassini le fils a examiné ces deux Journaux, & en a fait les Résultats.

Ce que nous avons dit en 1701 se confirme. *On pourroit plutôt se flater d'avoir le sistême du Flux & du Reflux, que s'assurer d'avoir les Phenomenes avec assés d'exactitude.*

On apprend des faits nouveaux & importants, mais tout s'accommode assés bien avec la pression de la Lune sur l'Ocean, imaginée par M. Descartes.

Ce n'est pas que cette pression n'ait de grandes difficultés. Comment concevoir seulement qu'elle se fasse? La Lune est dans le Tourbillon de la Terre, comme y seroit un volume égal de la matiere céleste dans laquelle elle nage, elle y est en équilibre, & en vertu dequoi presse-t-elle? Quand même elle entreroit pour la premiere fois dans le Tourbillon de la Terre, & y entreroit de force, il n'arriveroit autre chose sinon que dans toute l'étenduë de ce Tourbillon la matiere qui le remplit se condenseroit également, & uniformément, autant qu'il seroit necessaire pour faire place à la Lune, & par consequent il ne se feroit pas une plus grande pression sur l'étenduë de l'Ocean qui répond à la route de cette *Planete*, que partout ailleurs; cependant l'inégalité de pression est necessaire pour abaisser les eaux entre les Tropiques, & les élever vers les deux Poles.

On pourroit peut-être rectifier cette idée en donnant à la Lune un Tourbillon particulier, qui comme le Tourbillon général de la Terre tourneroit d'Occident en Orient, & dont par consequent la moitié inferieure iroit à l'égard de la Terre d'Orient en Occident. Le mouvement de la matiere qui composeroit cette moitié seroit donc opposé au mouvement de la matiere du Tourbillon general de la Terre, & delà il suit que celle qui devroit passer sous la Lune, toûjours en même quantité, étant retardée par cette espece d'obstacle qu'elle trouveroit, & pressée entre la Lune & la Terre, presseroit réciproquement l'une & l'autre, & par consequent enfonceroit les eaux de l'Ocean qui seroient au dessous d'elle.

Que cette Hipothese soit recevable ou non, il n'importe. Seulement il est bon de se faire cette image, ou quelque autre semblable pour entrer plus facilement dans les phenomenes du Flux & du Reflux, qui paroiss-

ſent fort liés avec le mouvement de la Lune.

Comme l'enfoncement des Eaux ſe fait entre les Tropiques, elles prennent en s'élevant vers les Poles un mouvement qui ne peut être que ſucceſſif. Delà il ſuit & que dans nôtre Hemiſphere ſeptentrional elles arrivent plutôt à une Côte moins ſeptentrionale qu'à une qui l'eſt davantage, plutôt au Havre, par exemple, qu'à Dunquerque, & que dans un lieu déterminé, comme le Havre, le temps de la haute mer dépend du paſſage de la Lune par un certain Meridien, qui n'eſt pas pour cela le Meridien du lieu, mais celui où la Lune ſe trouve, lorſque les eaux dans leur plus grande hauteur arrivent à ce lieu-là. Il eſt manifeſte que ce Meridien eſt toûjours le même, & puiſque le paſſage de la Lune par un Meridien quelconque retarde tous les jours de 49′ à peu prés, il faut que les Marées en quelque lieu que ce ſoit retardent autant.

On ſçait depuis long-temps que les plus grandes Marées, c'eſt à dire celles où la Mer monte le plus haut, ſont vers les Nouvelles & Pleines Lunes, & les plus petites vers les Quadratures. Si l'on veut ſe faire quelque idée de la cauſe, on peut s'imaginer que ce Tourbillon ſuppoſé de la Lune eſt elliptique, comme le grand Tourbillon du Soleil, & que dans les Conjonctions & Oppoſitions ſon plus grand diametre paſſe à peu prés par le centre de la Terre, & que dans les Quadratures c'eſt le petit. Cela rendra la preſſion de la matiere céleſte ſous le Tourbillon de la Lune plus grande dans un temps que dans un autre.

Pour avoir un point fixe d'où l'on compte dans un certain lieu le retardement de la Marée pour tous les jours d'une Lunaiſon, on prend le temps de la haute mer de la Nouvelle ou Pleine Lune. Mais ce temps par pluſieurs raiſons n'eſt pas préciſément le même d'une Lunaiſon à l'autre.

1°. Ce n'eſt pas le retour de la Lune à la même Phaſe de Conjonction ou d'Oppoſition, mais c'eſt ſon retour à

un certain Meridien à la même heure, qui fait le retour de la Marée à la même heure dans un certain lieu. Si donc dans une seconde Lunaison la Lune est revenuë à la même Phase avant que d'être revenuë à ce Meridien, la haute mer de cette Lunaison doit arriver plus tard que celle de la premiere, & si c'est le contraire, elle arrivera plutôt.

2°. Quelques causes particulieres, & principalement le Vent, avancent ou retardent les Marées. Si la direction du Vent concourt avec celle du mouvement de l'eau, elle en doit aller plus vîte, sans compter qu'elle s'élevera aussi plus haut. S'il arrive des changemens dans la disposition du fond de la Mer, il en pourra arriver aussi dans la Marée, qui trouvera une nouvelle facilité, ou un nouvel obstacle. Les irrégularités de la Marée d'un lieu peuvent influer sur celle d'un autre, & tout cela ensemble se combinera de mille manieres differentes.

Il y a donc de la variation dans le temps de la Marée d'un certain lieu à la même Phase de la Lune. Par les observations du Havre & de Dunquerque M. Cassini le fils a trouvé que cette variation y est d'une heure dans les Pleines Lunes, & prenant un temps moyen il a fixé celui de la haute mer au Havre dans la Pleine Lune à 9 heures du matin 26′, & à Dunquerque à 11^h 54′ du matin.

Ces deux temps seroient toûjours ceux de la haute mer pour ces deux Ports dans les oppositions, si effectivement la Lune au moment de son opposition passoit toûjours à ces heures-là par les Meridiens d'où la marée de ces deux Ports dépend. Mais il s'en faut bien que cela soit ainsi. Supposons qu'à Dunquerque où la haute mer arrive prés de Midi, ou, ce qui est la même chose, prés de Minuit, le Meridien d'où la marée dépend soit le Meridien même de Dunquerque, car cela reviendra toûjours au même. La Lune peut être pleine lorsqu'il sera 6 heures du soir à Dunquerque, & cependant elle

ne peut paſſer par le Meridien de cette Ville que vers minuit. La haute mer qui dépend de ce paſſage tardera donc par rapport à l'heure qui a été fixée pour les Pleines Lunes, & par conſequent arrivera plus tard que minuit. Mais de combien ſera ce retardement? Il doit être proportionné au temps dont la Pleine Lune a précedé minuit, & de plus comme c'eſt le retardement du paſſage de la Lune par un Meridien déterminé, M. Caſſini le prend pour le même que celui de 49′ dont la Lune revient tous les jours plus tard au même Meridien. Ces 49′ donnent 2′ par heure, & puiſque dans l'exemple propoſé la Pleine Lune a précedé minuit de 6^h, la haute mer n'arrivera à Dunquerque qu'à minuit 12′. Ce ſera la même choſe, mais renverſée, ſi la Pleine Lune arrive aprés minuit.

Par cette regle, M. Caſſini trouve le temps vrai de la haute mer dans les Nouvelles ou Pleines Lunes pour tous les Lieux où l'on aura déterminé par obſervation le temps moyen. Mais il faut bien remarquer que cette regle pour le temps vrai ne remedie qu'à l'irrégularité aſtronomique, qui vient du mouvement de la Lune, mais non pas aux irrégularités phyſiques dont nous avons parlé. Elles ne peuvent être aſſujetties à aucune regle, & par-là le calcul de M. Caſſini, quoiqu'il approche plus prés du vrai que ceux qu'on faiſoit auparavant, s'en éloigne toûjours un peu, ou ne s'y rencontre juſte que par une eſpece de bonheur.

La pluſpart croyoient que les plus grandes marées arrivoient aux environs des Nouvelles ou Pleines Lunes, c'eſt à dire quelques jours avant ou aprés, mais M. Caſſini a remarqué qu'elles n'arrivent qu'aprés, du moins au Havre & à Dunquerque, & il a déterminé le temps moyen à deux jours.

De même le temps moyen des plus petites marées eſt deux jours aprés les Quadratures.

Des Nouvelles ou Pleines Lunes aux Quadratures le retardement journalier des marées eſt plus petit que des Quadratures aux Nouvelles ou Pleines Lunes. La raiſon en

en eſt, ſelon M. Caſſini, que depuis les Quadratures la preſſion qui éleve la Mer l'éleve tous les jours davantage, ce qui eſt plus difficile à cauſe du poids des eaux, & demande plus de temps.

On eſt perſuadé communément que comme les plus grandes marées d'une Lunaiſon ou d'un Mois ſont celles des Nouvelles ou Pleines Lunes, les plus grandes d'une Année ſont celles des Equinoxes ou des environs. Cela ne ſe trouve pas vrai par les obſervations preſentes. Mais ce qui eſt tres-conſiderable, & que M. Caſſini a bien remarqué, c'eſt que la grandeur des marées a toûjours rapport au plus ou au moins de diſtance de la Lune à la Terre. Plus cette diſtance eſt grande, plus la marée eſt petite, tout le reſte étant égal. Rien ne convient mieux à l'hipotheſe du Tourbillon de la Lune. Plus la Lune, ou ce Tourbillon dont elle eſt le centre, eſt proche de la Terre, plus le paſſage de la matiere céleſte eſt rétreci, & ſa preſſion augmentée.

Il y a donc dans le ſiſtême du Tourbillon deux principes qui ſe combinent enſemble pour la grandeur des marées, la proximité de ce Tourbillon à la Terre qui varie dans tout le cours d'une Lunaiſon, & la perpendicularité de ſon grand Axe à la Terre qui eſt attachée aux Nouvelles & Pleines Lunes. Delà il eſt aiſé de tirer les conſéquences. La marée d'une Quadrature où la Lune aura été dans ſon Perigée, peut être auſſi grande que celle d'une Conjonction ou d'une Oppoſition où la Lune aura été dans ſon Apogée, &c. Ces conſequences ſont des *faits conſtants* par les obſervations, & indépendants de toute hipotheſe.

Voilà les principaux fondements ſur leſquels M. Caſſini établit de nouvelles Regles pour déterminer à quelque jour que ce ſoit l'heure de la marée dans les Ports du Havre & de Dunquerque, & ces Regles, plus ſûres que les anciennes, ſerviront en même temps de modeles à l'égard des autres Ports où l'on aura fait les mêmes obſervations. Le ſalut ou la perte d'un Vaiſſeau, & mê-

me d'une Armée navale, dépend quelquefois de la connoissance de l'heure de la marée dans un Port ; il faut sçavoir si l'on y peut entrer ou en sortir. L'incertitude de quelques Minutes, que laissent les Regles, ne peut être préjudiciable.

M. Cassini pour embrasser cette matiere dans la plus grande étenduë qu'il lui étoit possible, a comparé aux observations du Havre & de Dunquerque celles qui furent faites il y a plusieurs années à Brest & à Dunquerque par M[rs] de la Hire & Picard. Il confirme ce qu'ils avoient avancé, que les marées ont plus de rapport au moyen mouvement de la Lune qu'au vrai, car assés souvent quand le mouvement vrai retarde à l'égard du moyen, la marée avance, & au contraire. Du reste, il se trouve que les Regles de M. Cassini pour le Havre & pour Dunquerque s'appliquent tres-facilement & tres-heureusement aux observations de Brest & de Bayonne, de sorte qu'on aperçoit déja quelque chose d'assés général sur le Flux & le Reflux. Le temps nous dévelopera le reste.

SUR LE MOUVEMENT PROGRESSIF DE PLUSIEURS ESPECES DE COQUILLAGES.

V. les M. p. 439.

QUoique les Animaux en général ayent un besoin indispensable du mouvement progressif, soit pour aller chercher leur pâture, soit afin que les Mâles & les Femelles puissent se rencontrer, il y en a cependant quantité qui par leur figure seule en paroissent incapables ; tels sont plusieurs especes de Coquillages, & c'est pour cela que M. de Reaumur les a observés avec beau-

coup de ſoin, car ils pourroient, pour ainſi dire, nous dérober leur marche, & ſouvent un ſemblable fait qui n'eſt qu'exterieur eſt auſſi difficile à découvrir, que la ſtructure interieure d'une partie.

Déja feu M. Poupart avoit obſervé * que les Moules de riviere étant couchées ſur le plat de leur coquille en faiſoient ſortir quand elles vouloient une partie, qu'on peut nommer jambe ou bras par ſon uſage, qu'elles s'en ſervoient pour creuſer le ſable ſous elles, & par conſequent baiſſer doucement d'un côté, de ſorte qu'elles ſe trouvaſſent à la fin ſur le tranchant de leur coquille, aprés quoi elles avançoient ce même bras le plus qu'il étoit poſſible, & enſuite s'appuyoient ſur ſon extremité pour attirer leur coquille à elles, & ſe traîner ainſi dans une eſpece de rainure qu'elles formoient elles-mêmes dans le ſable, & qui ſoûtenoit la coquille des deux côtés. A la vûë d'une Moule on ne devineroit pas cet expedient, & cette reſſource de méchanique.

* V. les M. de 1706. p. 56.

M. de Reaumur en a vû une ſemblable dans les Moules de Mer. Ce qu'on peut appeller leur jambe, ou leur bras, & qui dans ſon état naturel eſt long de 2 lignes, peut ſortir de 2 pouces hors de la coquille, & l'Animal ayant ſaiſi quelque endroit fixe avec ce bras ſi étendu le raccourcit enſuite, & par conſequent avance en ſe traînant.

Par une manœuvre à peu prés pareille, & dont il faut laiſſer tout le détail à celui qui l'a découverte, le Lavignon, autre Coquillage, marche ſur la vaſe, ou s'y enfonce. Mais M. de Reaumur a remarqué que s'il s'y enfonce, ce n'eſt qu'autant que le lui permet la longueur de deux Cornes ou Tuyaux qu'il peut pouſſer hors de ſa coquille, & avec quoi il prend & rejette l'eau dont apparemment il a beſoin pour ſa reſpiration. Il faut que ces Cornes puiſſent toûjours avoir communication avec l'eau qui eſt au-deſſus de lui, & delà vient que dans les temps mêmes où il ne les employe pas, car elles ne ſont pas toujours en fonction, il y a dans la vaſe qui le couvre

un ou deux petits trous du diametre de ſes cornes, qui le décelent.

La longueur de ces Cornes, dans les autres Coquillages qui en ont, détermine auſſi la profondeur où ils ſe mettent dans la bouë.

L'Oeil de Bouc, qui eſt un Coquillage d'une ſeule piece, toûjours attaché à une pierre ſur laquelle la circonference inferieure de la Coquille peut exactement s'appliquer, ne paroît avoir d'autre mouvement que de ſoulever cette Coquille de la hauteur d'une ligne, de ſorte que ſon corps ait une circonference de cette grandeur découverte & nuë. Dés qu'on y touche, la coquille ſe rebaiſſe & le recouvre. Cependant M. de Reaumur a trouvé à cet Animal un mouvement progreſſif ſur la pierre à laquelle il ſe colle.

L'Ortie de Mer, qui a la figure d'un Cône tronqué, eſt pareillement toûjours appliquée à une pierre par la plus grande baſe de ce Cône. Des Muſcles circulaires font le plan des deux baſes, & des Muſcles droits vont d'une baſe à l'autre. Tout le jeu du mouvement progreſſif conſiſte en général en ce que toute la moitié des muſcles tant circulaires que droits qui ſont du côté vers lequel l'Animal veut aller, s'enfle & s'étend, & par conſequent occupe une petite partie d'une nouvelle place, tandis que l'autre moitié affaiſſée ou eſt tirée par celle qui avance, ou la pouſſe elle-même du même ſens. Ce mouvement n'eſt pas plus prompt, ni plus ſenſible que celui d'une Aiguille d'Horloge.

Il y a une autre Ortie de Mer qui ne s'attache à rien, & c'eſt le plus biſarre de tous les Animaux par ſa figure, & le plus ſingulier par ſon peu de conſiſtence, puiſqu'il ſe fond entre les mains. Il ne ſeroit pas mis au nombre des Animaux ſi on ne lui voyoit un mouvement de Siſtole & de Diaſtole, ſeul ſigne de vie qu'il donne.

Enfin l'Etoile de Mer pour avoir 304 jambes à chacun des 5 rayons qui la compoſent, & qui lui ont fait donner le nom d'Etoile, n'en va pas plus vîte. Ses 1520 jambes

ne lui donnent point d'avantage ſur la Moule qui n'en a qu'une. Quelle prodigieuſe varieté dans les Ouvrages de la Nature! non-ſeulement la grande viteſſe du mouvement, mais même l'extrême lenteur s'execute en differentes manieres.

SUR L'EFFET DU VENT

A L'EGARD DU THERMOMETRE.

QUoiqu'il n'y ait pas d'autre voye pour parvenir aux découvertes Phyſiques que les Experiences, il ſemble qu'il ſoit en quelque ſorte dangereux d'en trop faire, parceque dans un grand nombre elles ſe détruiſent les unes les autres, & rendent les faits auſſi difficiles à établir, que les cauſes mêmes le ſont à trouver. C'eſt ce qui paroît être arrivé aux experiences que M. de la Hire avoit faites anciennement ſur le Thermometre, & qui ont donné occaſion à celles de M. l'Abbé Teinturier Archidiacre de Verdun, de M. Caſſini le fils, & de M. de la Hire le fils, qui ſe ſont ſuivies ſelon l'ordre qu'elles ſont rapportées ici. Nous en éviterons le détail, il ſeroit trop grand par la difference des circonſtances, qui toutes cependant ont part à l'effet, & nous tâcherons de ſaiſir quelques connoiſſances générales, les plus indépendantes qu'il ſe pourra de la variation perpetuelle des cas particuliers.

V. les M. p. 544. & 546.

Il s'agit principalement de l'effet du Vent ſur le Thermometre. Si on ſouffle contre ma main avec un ſoufflet, je ſens du froid, quoique l'air pouſſé contre ma main ne ſoit pas plus froid que celui dont elle étoit environnée auparavant, mais c'eſt qu'elle étoit envelopée, auſſi bien que le reſte de mon Corps, d'une Atmoſphere chaude formée par la tranſpiration, le ſouffle l'en dépoüille, & fait que l'air exterieur plus froid que cette Atmoſphere

s'applique immediatement sur elle. Il est visible que cette maniere de recevoir une impression du froid n'est que pour les Animaux, & non pour le Thermometre. De même si je mets ma main dans de la nége, je sens d'abord du froid, & ensuite du chaud, parceque des particules tres fines de la nége qui se fond un peu entrent dans les pores de ma peau, & s'appliquent tres-exactement aux petites fibres des nerfs, mais aussi ces mêmes particules bouchent les pores, & arrêtent la vapeur chaude qui sortiroit; il faut donc qu'elle s'amasse en un certain temps, & cause un plus grand sentiment de chaleur. Cette succession du froid & du chaud par la même cause n'est point encore pour le Thermometre.

Il juge, pour ainsi dire, plus simplement que nous, mais aussi fort délicatement. S'il monte, lorsqu'on pousse de l'air contre la Boule avec un soufflet, il faut que cet air soit plus chaud que celui qui l'environnoit auparavant, quoique cela paroisse d'abord difficile à imaginer, & même ne s'offre pas trop naturellement à l'esprit. Mais le soufflet peut avoir été pris dans un lieu plus chaud que celui où étoit le Thermometre, & par consequent échauffer l'air qu'on lui fait prendre; il peut s'échauffer lui-même par les mouvements continuels & réïterés qu'on lui donne pendant peut-être un demi quart-d'heure; la seule multitude des spectateurs qui verront l'Experience peut échauffer l'air; il peut s'échauffer même par la seule agitation que le soufflet lui donne, & ce qui le prouve, c'est qu'un Thermometre simplement agité pendant un demi quart-d'heure, monte aprés qu'on l'a laissé en repos. Toutes ces reflexions, qui sont de M. de la Hire le fils, marquent combien il est facile que les experiences ayent des succés imprévûs. Il y a même bien de l'apparence qu'on ne pense pas encore à tout.

Le Thermometre au contraire pourra descendre, si l'experience se fait dans un temps de gelée, & où l'air soit fort rempli de ces particules nitreuses, que l'on peut

concevoir qui contribuënt au froid. On en fera entrer une plus grande quantité dans la liqueur. La difference des saisons peut beaucoup influer sur ces effets, & c'est-pourquoi on a dessein de faire les experiences dans les états extrêmes de l'air.

Quand on envelopera de nége la boule d'un Thermometre, il montera si la nége est moins froide que l'air, ce qui peut arriver; il descendra, si la nége, même moins froide que l'air, fait entrer dans la liqueur de nouvelles particules nitreuses jusqu'à une certaine quantité.

Que la boule du Thermometre soit plongée dans l'eau, ou couverte d'un linge ou d'un drap sec ou moüillé, le Thermometre montera ou descendra selon que son envelope agira sur lui, ou le défendra de l'action de l'air, ou la modifiera.

Que l'on souffle contre le Thermometre envelopé de ce qu'on voudra, ce n'est qu'une combinaison des experiences précedentes, susceptible par consequent d'un grand nombre de varietés, aisées à imaginer en général, fort difficiles à prévoir en particulier.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MOnsieur de la Hire a appris par un Memoire qui lui a été envoyé de Pondichery dans l'Inde par le P. Tachard Missionnaire Jesuite en 1709, que le Verre de l'Inde qui n'est pas beau comme celui de la Chine ou du Japon, se fait avec une gomme d'Arbre de couleur d'Ambre blanc, ou de Karabé, qu'on fait fondre dans un quart d'Huile de Lin.

II.

M. de la Mare, Officier de Marine, ayant apporté des

Indes Orientales, du Bresil & du Perou plusieurs especes de Drogues, les mit entre les mains de M. Sauveur, qui les fit voir à l'Academie. M. Geoffroy se chargea de les examiner. C'étoient des Racines, des Graines, des Bois, des Pierres, &c. Il compara ces Drogues telles qu'il les voyoit, & ce qu'en disoient les Memoires de M. de la Mare, avec ce qu'en ont dit les Auteurs qui ont traité de ces matieres, & par-là il tâcha à reconnoître si ce qu'il avoit devant les yeux étoit ce que ces Auteurs ont décrit. Nous supprimons la principale partie de l'Ouvrage, quoique recherchée avec beaucoup de soin, mais qui n'étoit que de pure érudition, & nous en détacherons seulement ici, & dans quelque autre endroit ce qui appartient à la Physique.

Il y a à la Côte de Coromandel un Arbre assés semblable à nos Chesnes, qui porte une espece de Gland, dont on tire de l'Huile comme l'Huile d'Olive. Les Malabars s'en servent dans leurs Aliments, pour brûler, & pour teindre leurs Toiles. M. de la Mare à leur exemple en mangeoit en salade, & en friture avec du Poisson, & il avoit appris à en manger à tous les autres Officiers de la Côte, qui s'en trouvoient fort bien.

III.

Les Noix qu'on appelle Bicuiba brûlent comme du linge imbibé de poix, & c'est en les brûlant qu'on en tire l'huile, comme M. de la Mare l'a éprouvé chés M. Boudin, premier Medecin de feuë Madame la Dauphine. M. Jean Verdois Consul de la Nation Françoise atteste qu'il a gueri plusieurs Cancers avec cette huile, & qu'en mangeant une de ces Noix on appaise la Colique.

IV.

Feu M. l'Evêque de Sées a assuré qu'un Homme de son Diocese, & qu'il connoissoit, âgé de 94 ans avoit épousé une femme de 83, grosse de lui, qui étoit accouchée à terme d'un garçon. Le temps des Patriarches est revenu, ou plutôt n'est pas tout à fait passé.

V.

V.

Un Boulanger de Chartres avoit mis dans sa Cave, qui est de 36 marches de profondeur & bien voûtée, 7 ou 8 poinçons de braise de son four. Son fils, jeune homme fort & robuste, allant y porter encore de nouvelle braise avec une Chandelle à la main, la Chandelle s'éteignit à moitié de l'escalier, il remonta, la ralluma, & redescendit. Lorsqu'il fut au bas de la Cave, il cria qu'il n'en pouvoit plus, & qu'on vînt à son secours, aprés quoi on ne l'entendit plus. Son frere aussi fort que lui descendit aussi-tôt, cria de même, & cessa de crier. Sa femme descendit aprés lui, une servante aprés elle, & ce fut toûjours la même chose. Un accident si étrange mit le voisinage en émotion, mais personne ne se pressoit de descendre dans la Cave. Il n'y eut qu'un Voisin plus zelé & plus hardi, qui ne croyant pas ces quatre personnes *mortes* descendit pour leur donner la main, & leur aider à sortir. Il cria, & on ne le revit plus. Un Passant, homme fort vigoureux, demanda un Croc pour retirer quelqu'un des gens de la Cave sans descendre jusqu'au bas, il jetta le Croc, & tira la servante, qui ayant pris l'air, fit un soupir. On la saigna aussi-tôt, mais le sang ne vint point, & elle mourut sur la place.

Le lendemain un homme de la Campagne, ami du Boulanger, dît qu'il retireroit tous ces corps avec un Croc, mais de peur de se trouver mal sans pouvoir remonter, il se fit descendre dans la Cave avec des cordes sur un Poulain de bois, & on devoit le retirer dés qu'il crieroit. Il cria bien vîte, mais comme on le remontoit, la Corde cassa malheureusement, & il retomba. On renoüa le plus promptement qu'il se pût cette corde qui s'étoit cassée assés prés du haut de la Cave, mais on ne pût le remonter que mort. On l'ouvrit. Il avoit le Cerveau comme sec, les Meninges extraordinairement tenduës, les Poûmons tachetés de marques noires, les Boyaux enflés & gros comme le bras, enflamés & rouges comme du sang, & ce qui étoit le plus particulier,

tous les Muſcles des bras, des cuiſſes, & des jambes comme ſéparés de leurs parties.

Le Magiſtrat prit connoiſſance de cet évenement pour l'intereſt public, & fit défenſe qu'aucun deſcendît dans la Cave, juſqu'à ce qu'on eût eu les avis des Medecins, des Chirurgiens, & même des Maçons. Il fut conclu que la braiſe que le Boulanger avoit miſe dans ſa Cave devoit être mal éteinte, que comme il y a beaucoup de ſalpêtre dans toutes les Caves de Chartres, la grande chaleur avoit excité dans celle-là une vapeur tres-maligne, qui avoit cauſé tant de funeſtes effets, qu'il faloit y jetter une grande quantité d'eau qui éteindroit le feu, & feroit tomber la vapeur nitreuſe. Cela fut executé, & au bout de quelques jours on deſcendit dans la Cave un Chien lié ſur une planche avec une Chandelle allumée. Ce Chien ne mourut point, & la Chandelle ne s'éteignit point, ſignes certains que tout le peril étoit paſſé. On retira les morts, mais ſi corrompus par l'eau qu'on n'en pût faire aucune viſite. Ils étoient fort enflés, & l'un avoit la langue hors de la bouche comme s'il eût été étranglé. L'Academie tient cette hiſtoire de M. de la Hire. Il y en a une à peu prés de la même eſpece dans l'Hiſt. de 1701 *.

* p. 18.

V I.

M. l'Abbé Teinturier, Archidiacre de Verdun, dont nous avons déja parlé cy deſſus *, a envoyé à M. Caſſini le fils la relation d'un Echo, qu'il a vû à 3 lieuës de Verdun. Il eſt formé par deux groſſes Tours détachées d'un Corps de logis, & éloignées l'une de l'autre de 26 Toiſes. L'une a un apartement bas de pierre de taille voûté, l'autre n'a que ſon veſtibule qui le ſoit. Chacune a ſon eſcalier. Comme tout ce qui apartient aux Echos peut être appellé la Catoptrique du ſon, parceque le ſon ſe refléchit ſelon les mêmes loix que la Lumiere, on peut regarder ces deux Tours comme deux Miroirs poſés vis à vis l'un de l'autre, qui ſe renvoyent mutuellement les rayons d'un même Objet, en multiplient l'image quoi-

* p. 13.

qu'en l'affoibliſſant toûjours, & la font toûjours paroître plus éloignée. Ainſi lorſqu'on eſt ſur la ligne qui joint les deux Tours, & qu'on prononce un mot d'une voix aſſés élevée, on l'entend repeter 12 ou 13 fois, par intervalles égaux, & toûjours plus foiblement. Si l'on ſort de cette ligne juſqu'à une certaine diſtance on n'entend plus d'Echo, par la même raiſon qu'on ne verroit plus d'image ſi l'on s'éloignoit trop de l'eſpace qui eſt entre les deux Miroirs. Si l'on eſt ſur la ligne qui joint une des Tours au Corps de logis, on n'entend plus qu'une repetition, parceque les deux Echos ne joüent plus enſemble à l'égard de celui qui parle, mais un ſeul. Les Memoires que l'Academie imprima en 1692 ont parlé d'un Echo plus ſingulier *.

* p. 158. & ſuiv.

MOnſieur Jean Scheuchzer étant venu à Paris, & ayant aſſiſté pluſieurs fois aux Aſſemblées de l'Academie, dont il eſt un des plus ſçavants & des plus utiles Correſpondants, lui lût une Diſſertation Latine qu'il lui adreſſoit ſur les *Pierres figurées* qu'il avoit obſervées dans ſon voyage de Flandre & de France.

Les Carrieres des environs de Paris ont à differentes profondeurs des Lits, quelquefois aſſés épais, de differentes eſpeces de Coquillages, fortement liés enſemble par de la terre ou du ſable. Quand ces Coquillages ont conſervé leur ſubſtance ou leur conſiſtence naturelle, ils ne meritent pas encore le nom de Pierres figurées, ce n'eſt proprement que quand ils ſont petrifiés; mais ils le meritent encore mieux quand aprés avoir ſervi de moule à une matiere encore fluide qui les a entierement remplis, & s'eſt durcie enſuite, leur ſubſtance a été abſolument détruite par le temps, & qu'il ne reſte que cette matiere petrifiée qui repreſente tres-exactement leur figure interieure. Alors tout ce que l'on voit n'eſt veritablement qu'une Pierre figurée, & cette apparence eſt ſi forte qu'il eſt beſoin de prouver que quelque partie

d'Animal ait contribué à la formation de cette Pierre. La parfaite conformité des figures en eſt la démonſtration, à quoi M. Scheuchzer ajoûte qu'autour de ces Pierres il y a toûjours dans la carriere un eſpace vuide, qui eſt préciſément celui que rempliſſoit le Coquillage.

Il peut ſe trouver des Pierres figurées dont le Moule nous ſoit preſentement inconnu. Les Coquillages qui les auront formées ne ſeront plus dans nos Mers, ou nous auront échapé. La grande quantité de Pierres qui certainement ont été moulées de cette maniere, nous met en droit de faire cette ſuppoſition. Peut-être même quelques Moules ſeroient-ils perdus, c'eſt à dire que quelques eſpeces de Coquillages auront peri, mais pour employer cette idée un peu hardie, il faut apercevoir dans une Pierre des traces aſſés ſenſibles de cette ſorte de formation.

Auſſi ne s'en ſert-on pas juſqu'à preſent pour expliquer une Pierre qu'on croyoit qui ne ſe trouvoit qu'en Hongrie & en Tranſilvanie, & que M. Scheuchzer a trouvée en Suiſſe, & encore en plus grande quantité en Picardie aux environs de Noyon. Cluſius l'a appellée *Numiſmale* à cauſe de ſa figure; cependant elle ne reſſemble pas tant à une Medaille ou à une piece de Monnoye, qu'à un Verre convexe des deux côtés, mais plus élevé au milieu que ne demande la courbure ſphérique. Ses deux moitiés convexes ſe ſéparent facilement, & quelquefois ſe trouvent naturellement ſéparées. Alors on voit dans la Pierre des tours faits en ſpirale, comme ceux d'une corde roulée autour d'elle-même. Ces tours ſont liés par des eſpeces de petits filaments, qui s'étendent obliquement vers la circonference. La ſurface exterieure de la Pierre eſt quelquefois polie, mais le plus ſouvent heriſſée de petits points, dont differentes ſuites ſont des eſpeces de canelures irregulieres. La generation de ces ſortes de Pierres, ſi l'on ne peut jamais les ſoupçonner d'avoir été moulées, réduira peut-être les

Physiciens à l'Hypothese des Semences hazardée par feu M. Tournefort *.

Pour expliquer les Coquillages petrifiés, & quelquefois ensevelis sous la terre à de grandes profondeurs, ou ceux qui par une longue suite de siécles se sont consumés aprés avoir laissé seulement l'empreinte de leurs figures, M. Scheuchzer a recours à son Hypothese du Déluge déja expliquée dans l'Hist. de 1708 *, & qui lui est commune sur ces sortes de sujets avec M. son frere. Si ce que nous avons rapporté d'aprés M. Saulmon dans l'Hist de 1707 * ne demande pas absolument cette même hypothese, du moins faut-il qu'une partie considerable de ce qui est aujourd'hui Terre, ait été Mer autrefois.

* V. l'Hist. de 1702. p. 30. & suiv.

* p. 30. & suiv.

* p. 5. & suiv.

Nous ne passerons point ici sous silence une idée, sur laquelle cependant M. Scheuchzer a déclaré qu'il ne prétendoit point insister, & qu'il n'a proposée que comme une espece de songe philosophique. Si l'on fait tourner avec assés de vitesse autour de son centre un grand Bassin rond à demi plein d'eau, jusqu'à ce qu'enfin l'eau ait pris toute la vitesse du Bassin, & qu'on vienne à l'arrêter brusquement, l'eau ne laissera pas de continuer à se mouvoir, & même avec tant de force qu'elle pourra surmonter les bords du vaisseau. De même si Dieu arrêtoit en un instant le tournoyement de la Terre sur son Axe, les eaux de la Mer se répandroient de toutes parts sur les terres avec violence. Cette maniere d'expliquer le Déluge n'est pas moins simple que nouvelle; lors même que Dieu fait des coups de sa puissance extraordinaire, & s'affranchit de ces loix si simples qu'il a établies, on peut croire que le Miracle s'execute encore avec le plus de simplicité qu'il soit possible.

L'*Herbarium Diluvianum* de M. Jean Jacques Scheuchzer imprimé à Zuric en 1709, & envoyé à l'Academie par son Auteur roule sur le même principe, & que l'Ouvrage dont nous venons de parler, & que tous ceux

de ces deux freres dont l'Hist. de 1708 * a fait mention. Cet Herbier extraordinaire n'est composé que de Plantes, qui du temps du Déluge ayant été ensevelies dans des matieres molles, ont laissé l'empreinte de leurs figures sur ces mêmes matieres lorsqu'elles sont venuës ensuite à se petrifier. Ce ne sont que de simples figures sans substance, mais si parfaites & si exactes, jusque dans les plus petites particularités de ce qu'elles representent, qu'il est impossible de l'y méconnoître. Parmi un grand nombre de Plantes, qui sont toutes de ces Païs cy, il y en a une Indienne, dont la Pierre a été trouvée en Saxe, ce qui s'accorde avec une observation déja faite dans l'Hist. de 1706 *. L'étrange bouleversement que le Déluge a dû causer sur la surface de la Terre, rend fort possible ce transport d'une Plante des Indes en Allemagne. Selon la maniere dont l'Ecriture Sainte s'explique, on peut également mettre le commencement du Déluge ou au Printemps ou en Automne, mais M. Scheuchzer leve cette incertitude par quelques-unes des Plantes de son Herbier, & principalement par un Epi d'Orge. Leur âge n'est que celui qu'elles ont ici à la fin de Mai. Cela se confirme encore par un Insecte ou deux, dont on connoît assés la Vie, & qui ne sont pas plus âgés. Voilà de nouvelles especes de Medailles, dont les dates sont & sans comparaison plus anciennes, & plus importantes, & plus sûres, que celles de toutes les Medailles Grecques & Romaines.

* p. 30. & suiv.

* p. 11.

Il y a de certaines Pierres qui representent sur leur surface, non pas comme celles de cet Herbier, une seule partie d'une Plante, ou une seule feüille, mais des Buissons, & de petites forests tres-agréables. Celles-là à force de representer, ne representent rien, & en effet, à les examiner tant soit peu, on voit que ces Arbres ou Buissons ne ressemblent à aucune Plante veritable. Ils sont même quelquefois accompagnés de petits Châteaux, ou de Figures, qui à la verité embelissent le Tableau, mais le rendent indigne de l'Herbier du Déluge. Ce sont-là

de veritables Jeux de la Nature. M. Scheuchzer entreprend d'expliquer ce qu'il y a de Physique dans ces Jeux, c'est à dire, comment de certains sucs qui exudoient des pores d'une Pierre à mesure qu'elle se formoit, ont pû se répandre entre deux des feüilles ou des couches qui la composoient, & y tracer de certaines representations à peu prés regulieres, ausquelles ensuite nôtre imagination prête quelquefois un peu de ce qui leur manque. Il a même rendu son explication sensible aux yeux par l'experience toute semblable de deux plaques de Marbre poli, qu'il frote l'une contre l'autre, aprés avoir mis de l'Huile entre-deux. Elle s'y répand de maniere qu'elle forme des Troncs, & des Branches.

Entre les restes du Déluge, qu'on pourroit appeller Reliques, M. Scheuchzer compte un gros Tronc d'Arbre, qu'il sçait qui est couché sur le sommet du Mont *Stella*, la plus haute de toutes les Montagnes des Alpes. M. Jean Scheuchzer a tenté deux fois d'aller le voir de ses propres yeux, quoique les plus déterminés Chasseurs n'ayent jamais été là qu'avec crainte, mais les Néges ont été un obstacle invincible. Selon son estime, ce Tronc est élevé de 4000 pieds au-dessus du lieu le plus élevé de ces Montagnes, où il croisse naturellement des Arbres, car passé une certaine hauteur il n'en croît plus. Qui pourroit l'avoir porté-là? à quel dessein? de quelles Machines se seroit-on servi?

MOnsieur le Comte Marsigli a envoyé à l'Academie un Ouvrage manuscrit intitulé *Essai de Physique sur l'Histoire de la Mer*, qu'il lui a fait l'honneur de lui dédier. Il avoit mis à profit pour la Philosophie un séjour qu'il avoit fait sur les Côtes de Provence & de Languedoc, & s'étoit mis à y étudier particulierement la Mer. La maniere dont il s'y est pris suffiroit pour faire bien entendre ce que c'est que le Genie d'observation, & pour en donner un modele. Il a formé un dessein aussi

vaste que le sujet, il en a embrassé toutes les parties, il a entrepris de faire par lui-même toutes les experiences qui pouvoient y avoir rapport. Si l'on avoit un nombre suffisant d'aussi bons Memoires faits par des Observateurs qui eussent été postés en differens endroits du Monde, on auroit enfin une Histoire Naturelle.

L'Ouvrage de M. le Comte Marsigli est si considerable, que les Extraits que l'Academie en fit faire par M[rs] Maraldi & Geoffroy furent eux-mêmes d'assés grands Ouvrages. Nous n'en donnerons ici qu'une idée sans comparaison plus abregée, & nous nous aiderons beaucoup de leur travail. L'Histoire de la Mer est divisée en 5 parties. La 1[re] traite de la disposition du fond ou du Bassin de la Mer. La 2[de] de la nature de l'eau. La 3[me] de ses mouvements. La 4[me] des Plantes qui y croissent. La 5[me] des Poissons. Cette derniere partie n'est pas achevée, & l'Academie n'en a encore rien vû. Tout est accompagné d'une grande quantité de figures faites avec beaucoup de soin.

Pour reconnoître la nature & la disposition des Côtes, il a fait dans des Barques differents petits voyages, qui sont tous compris entre le Cap de Sissé prés de Toulon, & le Cap d'Agde en Languedoc. Il en a fait d'autres en Mer, & quelquefois jusqu'à 11 lieuës pour examiner la profondeur & la nature du fond. Il a trouvé que le Golphe de Lyon est coupé en deux par une Côte cachée sous l'eau, que la partie qui est depuis la terre jusqu'à cette Côte ne passe pas 70 brasses de profondeur, & que l'autre qui est vers le large en a 150 en quelques endroits, & quelquefois tant, qu'elle ne peut être sondée. Il la nomme l'*Abisme*. Il a recherché quelle étoit la conformation du terrein, c'est à dire l'arrangement des differents bancs ou lits de terre, de sable, de roche, &c. non-seulement dans la Côte, mais dans les Isles ou Ecueils voisins. Cette conformation s'est trouvée semblable, de sorte que les Isles ne sont que des fragmens de la Terre ferme, & qu'apparemment le fond de la Mer

en

en eſt une continuation. Delà on peut conjecturer, comme M. Marſigli, que le Globe de la Terre a une ſtructure déterminée, organique, & qui n'a pas ſouffert de grands changements, du moins depuis un temps conſiderable.

Il fait voir que des lits de Sel & de Bitume ſont mêlés entre des lits de pierre, & que ſur le fond *naturel* de la mer il s'eſt formé un fond *accidentel* par le mêlange de differentes matieres, ſable, coquillages, vaſe, &c. que la glutinoſité de la mer a fortement unies & collées enſemble, & qui ſe ſont enſuite durcies, même quelquefois juſqu'à ſe petrifier. Comme ces incruſtations ſe ſont neceſſairement par couches, il y en a telle où les Peſcheurs diſtinguent les augmentations annuelles. Elles ont une varieté ſurprenante de Couleurs, qui quelquefois penetrent juſque dans la ſubſtance pierreuſe, mais le plus ſouvent ne ſont que ſuperficielles, & ſe diſſipent hors de l'eau.

Quelques-unes des matieres qui forment ces incruſtations ont donné par la Chimie des principes ſi ſemblables à ceux des Plantes marines, qu'on pourroit les ſoupçonner d'en être, d'autant plus qu'elles ſont quelquefois toutes diſpoſées par filaments. Ce ſeroient des Mouſſes de Mer dures, ou des *Lichens* qui s'attachent à la pierre, & en ont preſque la dureté.

Il a paru à M. le Comte Marſigli par un Thermometre plongé dans l'eau, que le degré de chaleur y eſt égal à differentes profondeurs, qu'en Hyver il eſt un peu plus grand dans cette Mer que dans l'air, & au contraire en Eſté, mais aſſés ſouvent égal. Cependant M. Marſigli a obſervé auſſi que pluſieurs Plantes de la Mer s'accordent avec celles de Terre pour repouſſer au Printemps, plutôt qu'en d'autres ſaiſons. Un accident empêcha que les experiences ſur la chaleur de la Mer ne fuſſent continuées autant qu'il auroit falu.

Selon lui, l'eau de la mer, on ſuppoſe qu'elle ſoit bien choiſie, eſt plus claire & plus brillante qu'aucune autre

eau. Quant à sa couleur, elle dépend & du fond, & du Ciel, & de tant d'autres circonstances jusqu'ici moins connuës, que toutes les experiences de M. Marsigli lui laissent encore sur ce sujet beaucoup à desirer.

Il est plus aisé de déterminer les causes de sa salure, & de son amertume, car il faut bien remarquer l'amertume comme differente de la salure. L'une est produite par la dissolution des lits ou bancs de Sel, l'autre par la dissolution des lits de Bitume.

L'eau est beaucoup plus propre à dissoudre le sel que le Bitume, qui est une matiere huileuse. Aussi dans l'eau de mer la dose du sel est-elle beaucoup plus forte que celle du bitume. M. Marsigli ayant pris 23 onces 2 gros d'eau de Citerne pour en faire de l'eau de mer, il y mit 6 gros de sel commun, & seulement 48 grains d'esprit de Charbon de terre, car le Charbon de terre est bitume, & d'ailleurs il s'en trouve des Mines dans les Montagnes de Provence, & avec ce mêlange il eut une eau de mer artificielle du même goût que la naturelle. Ces 48 grains n'augmenterent point le poids de l'eau pesée par l'Aréometre.

La petite quantité & la legereté de cette matiere bitumineuse, font que l'eau de mer distillée, & qui par la distillation a perdu sa salure, n'a pas pour cela perdu son amertume, & un goût desagreable, ni même, à ce qu'on prétend, une qualité malfaisante. La distillation qui se fait naturellement par le Soleil, & qui est assés differente de celle d'un Alembic, purge parfaitement l'eau de mer de son bitume.

Il y a dans la Terre tant de matieres differentes que la Mer lave, & dont elle doit enlever des particules, qu'on peut assés legitimement croire que le bitume n'est pas le seul principe qui s'y mêle avec le sel.

Par ce que nous venons de dire, on voit que sur 24 onces d'eau de mer il y a 6 gros de sel, ou, ce qui est la même chose, qu'elle contient de sel la 32me partie de son poids. Mais cela n'est vrai que de l'eau prise à la surface

de la mer, celle du fond eſt plus ſalée, & a la 29me partie de ſon poids de ſel. Les eaux plus ſalées ſont auſſi plus peſantes. Celles qui ſont ſur la ſurface de la mer à l'embouchure du Rhône, ſont d'une 303me partie plus legeres que les eaux plus éloignées pareillement ſuperficielles, & celles-cy encore plus legeres que celles qui ſont plus éloignées de Terre.

Il eſt aſſés étonnant que l'eau de la Mer, à qui le ſel n'a pas manqué, n'en ait pas diſſous tout ce qu'elle en pouvoit diſſoudre. Par les experiences de M. le Comte Marſigli une quantité d'eau qui doit en contenir 6 gros, en diſſout encore 4 $\frac{1}{2}$, & l'eau de mer artificielle 5. Il conjecture que les Animaux & les Plantes de la Mer conſument une partie de ſon ſel, qu'il s'en diſſipe une autre partie en l'air, que les eaux douces qu'elle reçoit non-ſeulement par les Rivieres, mais par les ſources de ſon fond, la deſſalent encore, mais avec tout cela il ne prétend pas que la difficulté ſoit entierement levée.

Il a fait paſſer 14 livres d'eau de mer au travers de 15 pots de terre, qu'il a ſucceſſivement remplis de terre de jardin, & de ſable de mer. S'ils avoient été joints enſemble, ils auroient fait une Caſcade de 75 pouces de long, & de 5 de large. Les 14 liv. d'eau ayant paſſé & par le ſable & par la terre ont été également réduites à 5 liv. 2 onces, mais elles ont été mieux deſſalées par le ſable, & dépoüillées d'une plus grande partie de leur poids. Si la Caſcade de ſable avoit été double en longueur, on peut croire qu'elles ſeroient devenuës preſque inſipides. Par ce moyen l'eau de la mer pourroit devenir douce en ſe filtrant dans les entrailles de la Terre, ſi au bout d'un certain temps les filtres ne ſe rempliſſoient pas du ſel qui y a été dépoſé.

Le ſel des eaux ſuperficielles eſt blanc, & celui des eaux profondes cendré obſcur. Le premier eſt le ſeul à qui l'on trouve de l'acide, il eſt d'un ſalé plus mordant, & d'une amertume beaucoup moins ſenſible. Delà vient qu'à Peccais en Languedoc où l'on tire du ſel d'eaux

profondes de Puits, il faut le laisser exposé à l'air du moins pendant trois ans, avant que de le débiter. Ce temps lui est necessaire pour se dépoüiller d'une amertume qui seroit insupportable. Nous supprimons un grand nombre d'observations sur le Sel marin, parceque cette matiere est plus connuë.

M. le Comte Marsigli n'a pas eu le loisir de se contenter pleinement sur le fait du Bitume contenu dans l'eau de la Mer. Il croit cependant que c'est ce qui produit l'onctuosité naturelle de cette eau, que la distillation même ne lui ôte pas, la grande quantité de glu qui s'attache sur les pierres, & sur les Plantes, l'union de tant de corps heterogenes qui se collent ensemble, le Tartre qui endurcit en quelques endroits le fond de la mer, ou enduit plusieurs sortes de matieres, & principalement les Lithophitons, Plantes marines. Il a commencé en differents temps sur les tartarisations de la mer des experiences, qui n'ont pû être suivies assés loin.

Il a observé que les Legumes cuits dans l'eau de la Mer en sortent plus durs qu'on ne les y a mis, que la chair de Mouton y devient plus blanche & plus tendre que dans l'eau douce, mais fort salée & fort amere, que le pain fait avec l'eau de mer est salé, & se peut manger pendant qu'il est tendre, mais que lorsqu'il est rassis il prend une amertume excessive.

La Mer a trois sortes de mouvements, le Flux & Reflux, les Courants, & l'Ondulation. On sçait que la Mediterranée n'a point de Flux & de Reflux, du moins dans son Tout, & en effet selon le sistême ordinaire elle n'en doit pas avoir, puisqu'elle n'est pas sous la route de la Lune. Cependant comme un flux & reflux peu sensible auroit pû facilement échaper aux observations que l'on fait communément, M. le Comte Marsigli en a fait de nouvelles, & ausquelles ce mouvement ne se seroit pas dérobé. Il ne s'est point du tout fait apercevoir dans les endroits où l'on observoit.

M. Marsigli n'a rien découvert de reglé sur les Cou-

rants, quoiqu'il n'y ait pas épargné ses voyages, ni ses peines. Il n'a pû verifier ce qu'on dit communément de ce fameux Courant qui côtoye toute la Mediterranée, comme s'il étoit formé par l'entrée des eaux de l'Ocean, & par leur retour. Mais il croit avoir reconnu une chose fort singuliere. Pendant l'Esté & dans le temps de la Pesche du Corail, on aperçoit à la Côte de l'*Abisme* un Courant qui paroît avoir rapport au mouvement du Soleil sur l'Horison, mais de maniere qu'il lui est toûjours opposé. Lorsque le Soleil est dans la partie Orientale de son cours diurne, c'est à dire depuis son lever jusqu'à Midi, le Courant va à l'Occident, à Midi il se tourne au Nord, ensuite à l'Orient. On n'a pas marqué si à Minuit il alloit au Sud; cela conviendroit au reste, & paroît même necessaire.

Quant à l'ondulation, il suffit d'en connoître les excés. *M. Marsigli* a observé entre Maguelone & Peyrole que dans une grande tempête les Ondes s'élevoient jusquà 7 pieds sur le niveau ordinaire de la Mer. Aux rivages montueux, comme sont ceux de Provence, un Vent furieux de *Lebesche* n'y fait élever l'eau que de 5 pieds, mais la percussion qu'elle fait contre les roches la pousse quelquefois jusqu'à 8. Cela n'est pas comparable aux Tempêtes poëtiques.

Nous réservons pour la Chimie & pour la Botanique tout ce qui regarde les Plantes de la Mer, & leur Analyse, tant afin d'observer plus d'ordre, que de peur de faire ici un trop long Extrait, ou plutôt pour avoir droit de le faire plus long en le divisant. Quelque étendu qu'il puisse être, il sera encore extrêmement court par rapport à la grande quantité d'experiences, & de vûës que contient l'Ouvrage de M. le Comte Marsigli.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

Le Journal de M. de la Hire pour 1709. V. les M. p. 139.

Ce qu'il a donné sur les Pluyes & les Vents observés à Pontbriand. V. les M. p. 143.

V. les M. p. 155. Et sur les observations du Barometre faites à Zuric.

V. les M. p. 386. Les Reflexions de M. de Reaumur sur la Soye des Araignées.



ANATOMIE.

SUR LES MOULES D'ESTANG.

V. les M. p. 408.

NOus connoissons assés, du moins jusqu'à un certain point, les Animaux les plus exposés à nos yeux, & avec qui nous avons, pour ainsi dire, le plus de commerce. Mais il y en a une infinité d'autres que le peu de besoin que nous en avons, la difficulté de les observer, un certain mépris que nous donnent leur petitesse ou leur figure, nous font negliger, ou nous dérobent absolument. Tels sont principalement les Insectes & les Coquillages.

Qui croiroit qu'il y a un Animal qui ne reçoit sa nourriture, & ne respire que par l'anus, qui n'a ni Veines ni Arteres, en qui il ne se fait point de circulation ? Il ne faut pas compter qu'il est Hermaphrodite, c'est une merveille presentement trop commune, mais il differe de tous les autres Hermaphrodites connus en ce qu'il se multiplie indépendamment d'un autre Animal de son espece, & est lui seul le Pere & la Mere de ce qui vient de lui. Voilà une idée d'Animal toute nouvelle. C'est la Moule d'Etang, dont M. Mery a démêlé la structure, malgré sa figure informe, & rebutante par son excessive singularité.

Ce qu'on peut appeller Tête dans la Moule, quoi-

qu'on n'y trouve point d'yeux, ni d'oreilles, ni de langue, mais ſeulement une ouverture qu'on peut appeller bouche, eſt une partie immobile, & attachée à une des Coquilles; de ſorte qu'elle ne peut aller chercher la nourriture, & qu'il faut que la nourriture vienne la chercher. Cette nourriture n'eſt que de l'eau, qui lorſque les Coquilles s'ouvrent entre dans l'anus de la Moule qui s'ouvre en même temps, paſſe delà dans certains réſervoirs ou canaux compris entre la ſuperficie interieure de la Coquille, & la ſuperficie exterieure de l'Animal, & enfin va ſe rendre dans la bouche de cet Animal, quand il l'y oblige par un certain mouvement.

Au fond de la bouche ſe preſentent deux Canaux pour recevoir l'eau. L'un jette dans le corps de la Moule pluſieurs branches, dont une va ſe terminer au Cœur. L'autre eſt une eſpece d'Inteſtin qui d'abord paſſe par le Cerveau, fait enſuite pluſieurs circonvolutions dans le Foye, au *ſortir* delà traverſe le Cœur en ligne droite, & va finir dans l'anus.

Ce Cerveau & ce Foye ne le ſont guere qu'autant que l'on veut, le Cœur eſt un peu davantage un Cœur. Il a un Ventricule & deux Oreillettes, & les mouvemens de Siſtole & de Diaſtole alternatifs dans le Ventricule & dans les Oreillettes, mais il n'a ni Veines ni Arteres; l'eau qui lui eſt apportée par ſon canal entre du Ventricule dans les Oreillettes, & retourne des Oreilletes dans le Ventricule, & fait une legere repreſentation de circulation ſans aucun effet apparent, car une fois arrivée dans ce Cœur elle n'a plus de chemin pour en ſortir. Que devient donc l'amas qui s'y en doit faire? apparemment il ne ſe fait point d'amas, parce que l'Animal ne fait pas continuellement couler de l'eau par ſa bouche dans ſon cœur; & que quand il y en a fait entrer une certaine quantité, les contractions du cœur l'expriment au travers de ſes pores, & la pouſſent dans les parties voiſines, qui s'en abbreuvent, & s'en nourriſſent.

Le canal que M. Méry nomme Inteſtin, & qui auſſi bien

que l'autre reçoit immediatement l'eau de la bouche, ne paroît pas propre à porter la nouriture aux parties, parce qu'il n'a point de branches qui s'y distribuent. Cependant il contient vers son commencement, & vers sa fin des matieres assés differentes, dont les premieres pourroient être de l'eau digerée, c'est-à-dire, les sucs nourriciers qui en ont été tirés, & les autres en seroient l'excrément.

La Moule ne peut respirer que quand elle s'est élevée sur la surface de l'eau, & elle s'y éleve comme les autres Poissons, par la dilatation qu'elle cause à l'air qu'elle contient en elle-même en dilatant la cavité qui le renferme. Alors c'est encore son anus qui reçoit l'air du dehors, & & le conduit dans ses Poumons, mais il faut qu'il ne lui soit pas fort necessaire, car elle est presque toujours plongée au fond de l'eau.

Elle a des Ovaires & des Vesicules séminales. Ces deux especes d'organes sont également composés de tuyaux arrangés les uns à côté des autres, tous fermés par un même bout, & ouverts par le bout opposé. On ne distingue pas ces parties par leur structure, qui est toute pareille à la veüe, mais par la difference de ce qu'elles contiennent, & d'autant plus que les Ovaires sont toujours pleins d'Oeufs en Hiver & vuides en Eté, & que les Vesicules sont en toute saison également peu remplies de leur lait, qui par consequent paroît s'en écouler toujours. Tous les tuyaux se déchargent dans l'anus, & M. Méry conçoit que quand les Oeufs vont s'y rendre dans la saison de leur sortie, ils ne peuvent manquer d'y rencontrer le lait ou la semence qui les féconde. L'Animal n'a donc pas besoin du secours d'un autre pour la génération.

M. Méry n'est pas d'accord avec feu M. Poupart sur le mouvement progressif des Moules d'Etang *. Il prétend que leur ventre entier, qui quand elles veulent sort de 2 pouces hors de leurs Coquilles sous la figure de la Carene d'un Navire, rampe sur la vase, comme feroit sur la terre le ventre d'un serpent. Il décrit les Muscles qui par leurs contractions alternatives font tout le jeu de cette méchanique.

* V. ci-dessus, p. 11.

Il

Il ne croit pas non plus que la Coquille de la Moule se forme, comme M. de Reaumur a trouvé que se formoit celle du Limaçon *. Les premiers tours de celle-cy ne sont pas plus grands dans un Limaçon plus grand & plus âgé, ce qui prouve que la Coquille n'est pas un membre de l'Animal, & se fait par une addition successive de parties étrangeres; mais de certaines bandes que l'on aperçoit sur la Coquille d'une Moule sont plus grandes dans de plus grandes Moules. D'ailleurs la Moule a 8 Muscles attachés à la surface interieure de ses Coquilles; si les Coquilles ne croissoient pas de la même maniere que les Muscles, il faudroit donc que ceux-cy attachés d'abord en certains endroits dans la Moule naissante, changeassent continuellement d'attache jusqu'à la derniere croissance de l'Animal, & comment cela seroit-il possible? la difficulté est considerable, mais peut-être n'est-ce qu'une difficulté.

* V. l'Hist. de 1709 p. 17. & suiv.

SUR L'IRIS
DE L'OEIL.

IL est à propos que les pensées nouvelles & hardies soient contestées; elles s'affermissent ou succombent, & l'on sait à quoi s'en tenir. Celle de M. Méry sur la dilatation & le resserrement de la membane Iris, exposée dans l'Hist. de 1704 *, étoit de cette espece. M. de la Hire * n'a pu admetre que les fibres de l'Iris, qu'il faut concevoir comme autant de petits Muscles, eussent une action toute contraire à celle de tous les autres Muscles, c'est-à dire s'allongeassent en se gonflant, & se raccourcissent en se remettant dans leur état naturel. C'est cette hipothese singuliere, & qui, comme nous l'avons dit en 1704, n'a pour elle qu'un seul exemple dans tout le Corps humain, que M. Méry entreprend de défendre.

V. les M. p. 374.
* p. 12. & suiv.
* V. l'Hist. de 1709. p. 90. & suiv.

Il ne s'agit que de ſavoir lequel des deux états des fibres de l'Iris, de celui où elles ſont allongées, ou de celui où elles ſont raccourcies, eſt leur état naturel. Dans le premier la Prunelle eſt moins ouverte, dans l'autre elle l'eſt davantage.

Tous les Muſcles ont un état naturel où ils ſont en repos, & ils n'en ſortent que par l'action d'une cauſe étrangere, qui change leur figure & leur poſition. On ſuppoſe communément que cette cauſe ce ſont les Eſprits animaux, dont l'influence plus abondante groſſit les Muſcles, & les accourcit. Quand cette eſpece de violence ceſſe, ils ſe remettent par leur reſſort dans leur premier état. Ainſi le reſſort naturel des parties eſt la force oppoſée à la cauſe étrangere qui change les Muſcles. M. Méry prouve que la mort ne détruit point ce reſſort, tant que les parties ſont exemptes de corruption, & en effet il eſt évident que le reſſort ne ſuppoſe rien de vital. Dans un Chat mort les dernieres Phalanges des doits ſont toujours entierement relevées, parce qu'il y a des Fibres à reſſort deſtinées à cet effet, qui ne peuvent plus être combattües par leurs Muſcles *antagoniſtes*, dont l'action dépend uniquement des Eſprits, & ceſſe avec eux. De même les Coquilles d'une Moule d'Etang morte ſont toujours entr'ouvertes, parce qu'elles s'ouvrent par un reſſort, & ne ſe ferment que par des Muſcles qui ont beſoin d'Eſprits. L'état où ſeront les Fibres de l'Iris aprés la mort ſera donc celui où leur reſſort les tient naturellement, or aprés la mort la Prunelle eſt toujours dilatée, c'eſt-à-dire que les Fibres de l'Iris ſont raccourcies; elles le ſont pareillement & dans la Goute ſereine, & dans la Sincope, dont l'une eſt une mort de l'Oeil par rapport à la viſion, & l'autre une petite mort de tout l'Homme, & toutes deux une privation d'Eſprits. C'eſt donc l'état naturel des Fibres de l'Iris que d'être raccourcies, & de tenir la Prunelle ouverte.

Tout cela ſuppoſe que la membrane de l'Iris qui eſt circulaire ſoit compoſée de petites Fibres droites, tou-

tes dirigées de la circonference exterieure vers le centre, & c'eſt là en effet la ſtructure que l'on y apperçoit. Mais comme dans une partie auſſi petite, & auſſi délicate on eſt en droit de ſuppoſer à peu prés ce que l'on veut, on pourroit imaginer que ſur ce plan de Fibres droites il y auroit un autre plan de Fibres circulaires, qui formeroient un Muſcle total antagoniſte du premier.

Mais M. Méry oppoſe à cette idée que ſi ces deux Muſcles ſont antagoniſtes, ils ont des actions contraires, que quand les Fibres droites ſont allongées, les circulaires doivent ſe raccourcir, & au contraire, que les Fibres circulaires accourcies forment de plus petits cercles, & par conſequent diminuent l'ouverture de la Prunelle, ainſi que font les Fibres droites allongées, que les deux Muſcles ne font donc que le même effet, & ne ſont pas proprement antagoniſtes comme on le ſuppoſe, mais *congeneres*, & que le circulaire qui n'eſt qu'imaginé, & ne ſe voit point, eſt abſolument inutile.

Si l'on donne la même action aux deux Muſcles, & que les Fibres circulaires s'allongent, ou s'accourciſſent en même temps que les droites, il eſt vrai que les effets ſeront contraires, & que les Fibres circulaires ouvriront la Prunelle, par exemple, tandis que les droites la fermeront. Mais à quoi bon cette contrarieté d'effets, dont l'un détruiroit l'autre? La Prunelle ſeroit donc toûjours dans une ouverture moyenne, à moins que les deux Muſcles ne l'emportaſſent alternativement l'un ſur l'autre. Mais cet avantage alternatif ne paroît pas poſſible, puiſqu'il devroit venir non de leur action alternative, car on ſuppoſe ici qu'ils agiſſent enſemble, mais de leur force abſoluë qui ne peut être alternativement plus grande & plus petite dans les deux.

En voilà peut-être aſſés ſur le fond de la queſtion dépoüillée de tout ce qui ne lui eſt pas eſſentiel. Le reſte apartiendroit à la conteſtation, qui ne peut guere ſe renfermer dans le ſeul éclairciſſement d'un ſujet. L'amour de la Verité même, s'il eſt un peu vif, paſſera les bor-

nes de ce que demande précisément l'interest de la Verité.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

MOnsieur Homberg a avancé ce Paradoxe, que l'on pouvoit guerir un Rhumatisme par un bain d'eau froide aussi-bien que par un bain chaud, ou par la sueur. Le Rhumatisme est causé par une serosité âcre, devenuë assés subtile pour s'échaper des veines, d'où elle s'est épanchée dans des Muscles, dont elle picote les Fibres, & embarrasse les mouvements. Comme sa grande subtilité fait qu'elle s'éparpille beaucoup, elle ne peut plus être reprise par les veines d'où elle est sortie. Il est égal ou de la chasser du corps, ou de la faire rentrer dans ses vaisseaux. Une grande chaleur la fera sortir par transpiration, le froid la condensera & la mettra en état de rentrer dans les veines. Peut-être même suffit-il que le froid empêche une nouvelle serosité de succeder à la premiere, qui necessairement se brise, s'attenuë, & se dissipe. Le chaud dispose au contraire une nouvelle serosité à s'échaper des vaisseaux.

II.

Dans le cadavre d'un Enfant mort à 6 jours, M. Littre a vû le Rectum divisé en deux parties, qui ne tenoient l'une à l'autre que par quelques petits filets, longs environ d'un pouce. Ces deux parties separées s'étoient fermées chacune de son côté par le bout où s'étoit faite la separation, de sorte que les deux clôtures se regardoient. Apparemment le Rectum n'ayant pas pris dans ce fœtus autant d'accroissement à proportion que les parties ausquelles il étoit attaché, avoit été étendu &

tiré avec violence, & enfin entierement déchiré, à l'exception de quelques fibres plus fortes, qui étoient demeurées entieres, quoique fort allongées. Ce déchirement s'étoit fait dans le temps où le canal étoit encore vuide, & rien par consequent n'avoit empêché que les extremités des deux parties separées ne s'affaissassent, & ne se collassent ensemble, ce qui avoit fait les deux clôtures. Ensuite la partie superieure de l'Intestin s'étoit remplie de *meconium*, mais non pas en assés grande quantité pour être obligée de se rouvrir. Quant à la partie inferieure, elle avoit toûjours dû être, & étoit en effet entierement vuide. Il est aisé de concevoir quels accidens s'ensuivoient de cette conformation accidentelle, & combien la mort de l'Enfant dût être prompte, puisque ses excrémens ne pouvoient sortir, & que tout ce qu'on lui faisoit prendre pour le déboucher augmentoit necessairement le mal.

M. Littre qui a voulu rendre son observation utile, a imaginé & proposé une operation chirurgique fort délicate pour les cas où l'on auroit reconnu une semblable conformation. Il faudroit faire une incision au Ventre, & recoudre ensemble les deux parties d'Intestin aprés les avoir rouvertes, ou du moins faire venir la partie superieure de l'Intestin à la playe du Ventre, que l'on ne refermeroit jamais, & qui feroit la fonction d'anus. Sur cette legere idée, d'habiles Chirurgiens pourront imaginer d'eux-mêmes le détail que nous supprimons. Il suffit souvent de sçavoir en gros qu'une chose seroit possible, & de n'en pas desesperer à la premiere vûë.

III.

M. Chomel a fait voir à l'Academie 22 Pierres qui venoient d'être trouvées dans le corps d'une Dame de 80 ans, fort vigoureuse pour son âge, & morte d'apoplexie. Elles s'étoient formées dans un sac, qui n'étoit qu'une extension des membranes du Duodenum, vers le haut de cet Intestin. Elles étoient de 5 à 6 lignes de diametre, toutes presque égales, de figure assés reguliere,

du moins autant qu'il se pouvoit aprés s'être comprimées les unes les autres dans une cavité commune, lorsqu'elles étoient encore molles. Leur couleur exterieure étoit d'un blanc jaunâtre, leur surface polie, luisante, & un peu savonneuse. Leur consistence, quoique solide, n'étoit pas absolument pierreuse, on les cassoit avec facilité, & on voyoit distinctement les differentes couches dont elles étoient composées, jusque vers le milieu de son épaisseur. Au centre, & dans quelque étenduë à l'entour la matiere étoit plus spongieuse & moins dure, il partoit de ce centre des canelures qui comme des rayons se terminoient à la couche la plus interieure de celles qui se pouvoient distinguer. Ce milieu étoit semé de quelques grains blancs, & brillants comme des particules de sels cristallisés.

M. Chomel ayant mis aux essais Chimiques ces pierres réduites en poudre, trouva qu'elles ne donnoient aucun indice ni d'Acide ni d'Alcali, & que par consequent elles étoient d'une nature absolument terreuse.

Comme c'est à l'entrée du Duodenum que se mêlent d'abord le Chile qui sort de l'Estomac, le suc Pancreatique, & la Bile, M. Chomel croit qu'un Chile mal digeré, & par-là plus propre à faire une masse solide, durci encore par le mêlange des deux autres sucs mal conditionnés, aura pû donner naissance à une premiere pierre, mais encore fort tendre, qui se sera attachée à la membrane interne du Duodenum. A mesure qu'elle grossissoit, elle aura augmenté sa petite loge, & poussé les membranes en dehors, pour faire place aux matieres qui doivent couler dans ce canal. Voilà le sac qui commence à se former, & la pierre en se durcissant par le temps aura perdu l'onctuosité qui l'y attachoit, & y aura floté librement. Aprés cela la generation de nouvelles pierres, & l'augmentation du sac sont aisées à imaginer. La Dame qui portoit ces pierres ne vomissoit point, mais deux heures aprés qu'elle avoit mangé elle sentoit une legere douleur vers l'endroit où le sac étoit placé. C'é-

toit-là justement le temps où le Chile de la nouvelle digestion couloit dans le Duodenum, qui ne lui donnoit pas un passage assés libre, parcequ'il étoit comprimé & gesné par le sac.

IV.

M. Geoffroy le jeune a fait voir un Ténia trouvé dans une Tanche fort saine & fort grasse, semblable à ceux qui se trouvent dans l'Homme, à cela prés qu'il n'étoit pas découpé par anneaux. Il avoit seulement des rayes ou plis perpendiculaires à sa longueur, selon laquelle une autre grande raye alloit depuis la tête jusqu'à la queuë, en le divisant en deux moitiés égales. Il étoit entier, & avoit 2 pieds ½. On ne sçait pas qu'il se soit encore trouvé de Ténia dans des Poissons.

V.

Une Religieuse a eu pendant 18 ans une grosseur de ventre si énorme, qu'outre les bandes qui lui étoient necessaires pour le soûtenir, il falloit, quand elle vouloit marcher, que deux Religieuses marchassent en arriere devant elle, & lui aidassent à porter son fardeau. Enfin elle mourut à l'âge de 49 ans dans de grandes douleurs, & on l'ouvrit. Dés qu'on eut levé la peau du ventre, & avant qu'on en ouvrît la cavité, il se presenta un grand sac qui prenoit sa naissance de l'Ombilic, & descendoit jusque sur les genoux. Il étoit plein de quantité de corps fort differens, les uns comme des pains de savon, les autres comme de gros morceaux de chair, les autres comme des pierres de plâtre couvertes de quelques membranes. Il s'y trouva aussi trois Vessies de la longueur d'environ un pied, pleines en partie d'une eau jaune presque huileuse, & en partie de matieres aussi dures que des pierres. Ces Vessies n'étoient attachées à rien, que vers leurs embouchures. Il faut remarquer qu'entre la peau & les Muscles qui étoient presque entierement consumés avec leurs teguments communs, on avoit trouvé quantité d'autres petites pierres dures comme des morceaux de carreau blanc, dont il y en avoit un qui poussoit des

pointes comme des molettes d'Eperon. La cavité du Ventre étant ouverte, on vit les Boyaux envelopés dans un autre grand ſac, qui prenoit ſon origine de la premiere des Vertebres des Lombes, où il etoit fortement attaché. Il étoit rempli de corps étrangers tout ſemblables aux premiers, & de trois ou quatre pots d'eau jaune. Le Diaphragme étoit fort preſſé par ce ſac, & le Cœur preſque aplati. C'eſt M. Lémery dont l'Academie tient ces faits tres-remarquables, non pas tant par l'eſpece de ces generations, que par leur monſtrueuſe grandeur.

VI.

M. Méry a dit qu'ayant ouvert un Homme qui étoit mort en un inſtant, il lui avoit trouvé l'Aorte tellement dilatée qu'elle avoit commencé à ſe détacher de la baſe du Cœur, & à l'abandonner. Dans le moment, plus de circulation.

VII.

Nous avons parlé dans l'Hiſt. de 1700 * d'une Hidropiſie laiteuſe; croiroit on aiſément qu'une chute ſur la tête en pût cauſer une? Quel rapport de cet accident à cette maladie? Cependant nous allons faire voir par quel enchaînement cela peut arriver. Nous mêlerons les faits qu'a obſervés M. Littre aux explications qu'il en a données.

* p. 11. & ſuiv.

Une Fille de 7 ans qui ſe portoit parfaitement bien étant tombée ſur la tête, les parties du Cerveau s'affaiſſerent par la commotion du coup, & d'autant plus facilement qu'elles étoient encore fort molles. La cavité des tuyaux diminua, le ſang qui n'y couloit plus librement donna lieu à ſa ſeroſité de ſe ſéparer, & de s'échaper par les pores des vaiſſeaux en entraînant avec elle une partie de ſes ſels, qui picotoient les membranes & cauſoient de grands maux de tête. La tenſion violente des vaiſſeaux, où le ſang ſéjournoit trop, y contribuoit encore. Mais le plus grand mal étoit que par l'embarras & le deſordre des parties du Cerveau la filtration des Eſprits ne s'y faiſoit plus ni aſſés abondamment ni aſſés regulierement.

Auſſi

Auſſi la jeune Fille qui auparavant étoit fort vive & fort gaye devint-elle peſante, triſte, & aſſoupie. Elle vomiſſoit quelquefois & avoit du dégoût pour les aliments, parceque les Eſprits ne ſe répandoient plus dans l'Eſtomac comme il eût été neceſſaire. De la mauvaiſe diſpoſition de l'Eſtomac s'enſuivirent les mauvaiſes digeſtions, & l'imperfection, & ſur tout la groſſiereté du Chile, peu animé d'Eſprits. Ce Chile épais avoit de la peine à entrer dans les Veines Lactées, vaiſſeaux fort déliés, qui ſe gliſſent entre les deux membranes du Meſentere, & vont ſe rendre à ſes Glandes. Une partie du Chile qui ne pouvoit penetrer dans ces petites routes, ſuivoit donc celle du Canal inteſtinal, incomparablement plus large, & qui porte les excrémens, & la Malade eut ce que les Medecins appellent *Paſſion Cœliaque*, c'eſt à dire qu'avec les excrémens il ſortoit du Chile. Comme de ce côté-là il s'en perdoit beaucoup, & que de l'autre ce qui en reſtoit pour la nourriture des parties étoit trop épais, & peu propre à les nourrir, la Malade tomba dans une maigreur extraordinaire. Les membranes du Meſentere ſe dépoüillerent peu à peu de toute la graiſſe qu'elles contiennent naturellement, qui les tient ſéparées l'une de l'autre, & envelope les vaiſſeaux lactées. Delà il arriva que quand ces Vaiſſeaux ſe furent gonflés à la longue de Chile amaſſé, & ſe creverent, le Chile qui s'épancha entre ces membranes, & qui leur cauſoit une tenſion violente, parcequ'elles étoient extrêmement rapprochées, eut la force de les percer en pluſieurs endroits, aprés quoi il tomba dans la cavité du ventre, & forma l'Hidropiſie laiteuſe. Alors la paſſion cœliaque ceſſa, parceque le Chile qui avoit forcé tous les obſtacles trouvoit beaucoup de facilité à entrer dans les veines lactées, & n'étoit plus obligé à prendre le chemin du canal inteſtinal. Le Chile qui s'étoit amaſſé dans les Glandes du Meſentere les groſſit beaucoup au-delà du naturel, & s'y petrifia même en maniere de craye. Le Canal Thorachique où il ne paſſoit preſque plus de cette liqueur, de-

vint extrêmement menu & délié. On fit une fois la ponction à la Malade, & on lui tira 6 ou 7 pintes de ce Chile extravasé. Elle mourut au bout de 15 jours, ayant encore dans la cavité du ventre une pareille quantité de la même liqueur. Sa maladie dura 4 mois.

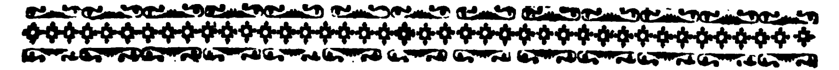
VIII.

On doit être assés surpris de voir qu'un petit corps assés exactement ovale, & dont le grand diametre qui est d'une ligne & plus est au petit comme 3 à 2, qui a une surface fort polie de couleur de Caffé rôti, avec une petite bande de gris de perle au milieu, & qui sur ces apparences ne doit guere être pris pour un Animal, mais tout au plus pour un Oeuf, ne fasse cependant que sautiller dans un Jardin, en s'élevant d'un demi pouce, & s'élançant quelquefois jusqu'à deux. Quand on le veut faire sauter, on n'a qu'à l'exposer au Soleil, ou le mettre sur la main lorsqu'elle est chaude. M. Carré, à qui cette observation est dûë, ouvrit la coque d'un de ces petits corps; elle est épaisse & solide par rapport à leur grosseur, aussi faut-il qu'elle le soit pour résister à leurs sauts, & elle renferme un petit Ver fort blanc, dont le dos est coupé d'anneaux transversaux & paralleles, & le Ventre fort plat, & sans pieds. On aperçoit du coté de la tête deux petits points noirs. Comme la figure de son ventre empêche qu'il ne remplisse entierement sa coque, il a de l'espace pour y faire un saut en ramassant son corps, & en le débandant ensuite promptement. C'est par-là qu'il éleve sa maison en l'air. Il doit être fort vigoureux, car cette maison est par rapport à lui un fort grand poids, qu'il éleve fort haut, & pousse fort loin, & cela fort souvent. M. Carré en garda un deux mois dans une boëte sans y apercevoir aucun changement. Ce petit Animal est une Enigme assés difficile à expliquer. Comment se nourrit-il dans cette coque si bien fermée? comment se multiplie-t-il dans cette prison? car quand même il se multiplieroit à la maniere des Moules *, comment ses œufs sortiroient-ils?

* V. ci-dessus p. 32.

NOus renvoyons entierement aux Memoires L'Ecrit de M. Geoffroy le jeune ſur les Bezoards, Et celui de M. de Reaumur ſur un Inſecte des Limaçons.

V. les M. p. 235.
V. les M. p. 305.



CHIMIE.

SUR LA RHUBARBE.

V. les M. p. 163.

LA Rhubarbe ne pouvoit manquer de trouver ſa place parmi les Purgatifs que M. Boulduc a entrepris d'examiner *. Il l'a étudiée à ſon ordinaire avec les deux grands Diſſolvants, l'Eau & l'Eſprit de vin. La teinture qu'il en a tirée par l'Eau a été beaucoup plus forte que celle qui étoit venuë par l'Eſprit de vin, marque aſſurée que la qualité purgative de la Rhubarbe réſide plus dans ſes Sels que dans ſes Souffres, qui ne ſont qu'en tres-petite quantité. Peut-être même le peu de teinture que tire l'Eſprit de vin eſt-il uniquement tiré par le flegme qui lui reſte toûjours, quelque ſoin qu'on ait pris à le bien rectifier. Ce flegme diſſout dans un Mixte la petite quantité de Sels proportionnée à ſa quantité.

*V. les Hiſt. de 1700. p. 46. de 1701. pag. 58. de 1702. p. 45. de 1705. p. 62. de 1708. p. 54.

Puiſque l'Eſprit de vin tire ſi peu de la Rhubarbe, il eſt naturel qu'aprés avoir eſſuyé cette *extraction* elle n'en ſoit pas ſenſiblement moins purgative, & que l'Eau puiſſe encore beaucoup agir ſur elle, & c'eſt en effet ce que M. Boulduc a obſervé.

Et la teinture tirée par l'Eau, & l'Extrait ſolide fait de cette teinture, purgent fort bien. Cette vertu purgative ſubſiſte encore, mais aſſés affoiblie, dans une ſeconde teinture & dans ſon Extrait. Mais ce qui purge encore

mieux & que ces teintures & que ces Extraits, c'eſt la Rhubarbe en ſubſtance. Un effet de l'Art eſt de reconnoître en quelles occaſions il eſt inutile.

Une remarque générale de M. Boulduc en cette matiere, & qui donne encore la préference à la Nature ſur l'Art, c'eſt que les infuſions des Purgatifs Vegetaux ont conſiderablement plus d'effet que les décoctions, où la chaleur enleve trop de principes.

Quoique la Rhubarbe produiſe ſur la langue ce ſentiment d'âpreté, d'où l'on conclut ordinairement qu'un Mixte eſt aſtringent, M. Boulduc n'a pû s'aſſurer par aucune experience qu'elle eût effectivement cette vertu dans ſon operation.

SUR LA LACQUE.

LE P. Tachard Jeſuite, Miſſionnaire aux Indes Orientales, envoya de Pondichery à M. de la Hire en 1709 deux petits Memoires ſur differentes particularités de l'Hiſtoire naturelle des Indes. Ce qu'il y avoit de plus circonſtancié, & en même temps de plus intereſſant pour l'Academie, regardoit la Lacque.

On donne ce nom à pluſieurs eſpeces de pâtes ſeches dont les Peintres ſe ſervent, mais ce qu'on appelle plus proprement Lacque eſt une Gomme ou Reſine rouge, dure, claire, tranſparente, fragile, qui vient du Malabar, de Bengale, & de Pegu.

Selon les Memoires du P. Tachard, de petites Fourmis rouſſes s'attachent à differents Arbres, & laiſſent ſur leurs branches une humidité rouge, qui ſe durcit d'abord à l'air par ſa ſuperficie, & enſuite dans toute ſa ſubſtance en 5 ou 6 jours. On pourroit croire que ce n'eſt pas une production des Fourmis, mais un ſuc qu'elles tirent de l'Arbre en y faiſant de petites inciſions, & en effet ſi on pique les branches proche de la Lacque il en ſort une

Gomme, mais il eſt vrai auſſi que cette Gomme eſt d'une nature differente de la Lacque. Les Fourmis ſe nourriſſent de fleurs, & comme les fleurs des Montagnes ſont plus belles & viennent mieux que celles du bord de la Mer, les Fourmis qui vivent ſur les Montagnes ſont celles qui font la plus belle Lacque, & du plus beau rouge. Ces Fourmis ſont comme des Abeilles, dont la Lacque eſt le Miel. Elles ne travaillent que 8 mois de l'année, & le reſte du temps elles ne font rien à cauſe des pluïes continuelles & tres-abondantes.

Pour préparer la Lacque, on la ſépare d'abord des branches où elle eſt attachée, on la pile dans un Mortier, on la jette dans l'eau boüillante, & quand l'eau eſt bien teinte, on en remet d'autre juſqu'à ce qu'elle ne ſe teigne plus. On fait évaporer au Soleil une partie de l'eau qui contient cette teinture, aprés quoi on met la teinture épaiſſie dans un linge clair, on l'approche du feu, & on l'exprime au travers du linge. Celle qui paſſe la premiere eſt en gouttes tranſparentes, & c'eſt la plus belle Lacque. Celle qui ſort enſuite & par une plus forte expreſſion, ou qu'on eſt obligé de racler de deſſus le linge avec un Couteau, eſt plus brune, & d'un moindre prix.

Ces faits rapportés dans l'Academie firent naître à M. Lémery la penſée d'examiner Chimiquement la Lacque. Il s'agiſſoit de ſçavoir ſi c'étoit une Gomme ou une Reſine. Ces deux Mixtes, quoiqu'aſſés ſemblables, different en ce que le Souffre domine dans les Reſines, & le *Sel* ou *l'Eau* dans les Gommes.

Il trouva que l'Huile d'Olive ne diſſolvoit point la Lacque, & n'en tiroit aucune teinture, que l'Huile éthérée de Terebenthine & l'Eſprit de vin n'en tiroient qu'une legere teinture rouge, ce qui fait voir que la Lacque n'eſt pas fort reſineuſe, & n'abonde pas en ſouffre; que d'ailleurs une liqueur un peu acide, comme l'eau Alumineuſe en tiroit une teinture plus forte, quoiqu'elle n'en fît qu'une diſſolution fort legere, & que l'Huile de Tar-

tre y faiſoit aſſés d'effet, ce qui marque qu'elle a quelque partie ſaline, & qu'elle eſt imparfaitement gommeuſe, & que par conſequent c'eſt un Mixte moyen entre la Gomme & la Reſine.

Il eſt à remarquer que les liqueurs acides foibles tiroient quelque teinture de la Lacque, & que les fortes, comme l'Eſprit de Nitre, & l'Eſprit de Vitriol, n'en tiroient aucune. Cependant la Lacque qui ne leur donnoit point de couleur, y perdoit en partie la ſienne, & devenoit d'un jaune pâle. La Phyſique eſt trop compliquée pour nous permettre de prévoir ſûrement aucun effet par le ſeul raiſonnement.

SUR LES SOUFFRES DES VEGETAUX ET DES MINERAUX.

V. les M. p. 225.

MAlgré la difference extrême des Vegetaux & des Mineraux, M. Homberg eſt perſuadé que c'eſt le même Souffre qui entre dans la compoſition des uns & des autres. Ses experiences du Verre ardent rapportées dans l'Hiſt. de 1709 * prouvent que des Metaux privés de leur Souffre, & devenus par-là incapables de ſe fondre, reprennent tres-aiſément un Souffre vegetal, & avec lui leur fuſibilité, & leur forme metallique. Il n'en faudroit pas davantage pour établir l'*identité* du Souffre dans ces deux eſpeces de Mixtes, mais M. Homberg y ajoûte encore qu'un Souffre metallique peut paſſer dans une matiere vegetale, & en faire une Huile, auſſi-bien qu'un Souffre vegetal paſſe dans une matiere metallique, & en refait un Metal. Aprés ce paſſage réciproque, il ne peut plus y avoir rien à deſirer.

* p. 37.

La fumée qui ſort des Metaux fondus au Miroir ardent eſt leur Souffre, mais comme elle ſe diſſipe en l'air,

on n'en ſçauroit rien faire. Il n'y a que le Fer & l'Etain qui fondus enſemble jettent une fumée ſi épaiſſe qu'on la peut ramaſſer. Elle ſe met en une eſpece de Cotton. Voilà donc le Souffre de ces deux Metaux que l'on tient, & même pour en avoir une plus grande quantité, M. Homberg ſe contente de fondre enſemble au Miroir le Fer & l'Etain, il les retire auſſi-tôt ſans leur donner le loiſir de jetter leur fumée, il y remet d'autre Fer & d'autre Etain, & ainſi de ſuite tant qu'il veut, aprés quoi il met dans un Creuſet fort vif toutes ces portions refroidies. Elles s'y refondent, & jettent leur fumée qui s'épaiſſit en Cotton ſur les parois du Creuſet, où elle s'attache. On la ramaſſe, & on la met diſſoudre à froid dans du Vinaigre diſtillé, que l'on a eu ſoin de dépoüiller de ſon Huile, autant qu'il étoit poſſible. Ce Vinaigre devient rougeâtre, gras, plus épais qu'il n'étoit, & enfin ſi on le diſtille en cet état il donne aprés beaucoup de Flegme une veritable Huile, qui s'enflame auſſi facilement & auſſi vivement que l'Eſprit de vin, & nage ſur l'eau comme les Huiles eſſentielles des Plantes. Où le Vinaigre a-t-il pris cette Huile, ſi ce n'eſt dans la matiere cottoneuſe & metallique?

Il eſt vrai qu'on pourroit le ſoupçonner d'en contenir toûjours un peu, mais pour lever entierement ce ſcrupule M. Homberg a fait la même operation avec de l'Eſprit de Vitriol, moins ſuſpect que le Vinaigre diſtillé de contenir aucune Huile, & le ſuccés a été parfaitement le même.

C'eſt une choſe aſſés particuliere que le Vinaigre ne diſſolve la matiere cottoneuſe qu'à froid; il ne feroit rien avec le feu. Ce n'eſt pas la grande force d'un Agent qui fait un certain effet, c'eſt ſa proportion au ſujet ſur lequel il agit.

M. Homberg ayant remarqué que le Zink, Mineral dont la nature eſt aſſés peu connuë, jettoit au Miroir ardent les mêmes fumées que le mêlange du Fer & de l'Etain, s'aviſa de l'employer aux mêmes operations que ce

mêlange, & trouva précisément les mêmes effets. Delà il a conclu avec beaucoup de vrai-semblance que le Zink pourroit bien n'être qu'un mêlange naturel de Fer & d'Etain, & il confirme encore cette pensée par quelques autres apparences. Ainsi la connoissance de ce Mineral sera un fruit comme surnumeraire des découvertes que M. Homberg a faites sur les Souffres Vegetaux & Metalliques.

SUR L'ANALYSE DES PLANTES MARINES, ET PRINCIPALEMENT DU CORAIL ROUGE.

C'Est une partie considerable du grand travail de M. le Comte Marsigli *, que ses experiences Chimiques sur les Plantes de la Mer. Nous donnerons dans la Botanique quelque idée de leurs differentes especes, ou plutôt de leurs differents genres, nous la supposons ici, & d'autant plus facilement qu'elle n'y est pas necessaire.

* V. ci-dessus, p. 23.

Quoique les Plantes de terre soient si semblables dans leurs Analyses, qu'il seroit difficile de distinguer par-là, & encore plus de prévoir leurs differents effets, celles de Mer paroissent encore plus semblables. En effet les Plantes terrestres vivent en différents terroirs, d'où elles peuvent & même doivent tirer differentes nourritures, les Plantes marines n'ont toutes qu'un même aliment, cette eau salée & bitumineuse, qui les embrasse de toutes parts, les penetre, & les fait vegeter. Aussi M. Marsigli a-t-il trouvé dans leurs Analyses une grande uniformité, presque toûjours la même salure, & la même amertume, toûjours un suc fort glutineux qui les nourrit, beaucoup d'Alkali, peu d'Acide; encore croit-il que les Plantes marines

marines qui ont un peu d'Acide ſenſible ſont venuës à une petite profondeur, parceque ſelon lui il n'y en a que dans les eaux ſuperficielles. Ces Plantes ont beaucoup de Sel volatil, & même, ce qui eſt remarquable, les *pierreuſes*. Les Lithophitons en ont une 5[me] partie plus que la Corne de Cerf, quoiqu'ordinairement cet Eſprit abonde davantage dans les Animaux.

Le ſuc glutineux ne ſe tire que des Plantes fraîches, du moins des pierreuſes, car il ſe durcit quelque temps aprés qu'elles ſont ſorties de l'eau. Il ſort par une ſimple expreſſion des extremités encore molles de leurs branches. Il eſt d'une couleur differente en differentes Plantes, blanc, ou jaune le plus communément. Il a auſſi differentes ſaveurs, tantôt un goût de mer âcre & piquant, tantôt un goût de Poiſſon corrompu, &c.

Comme le Corail eſt la plus noble de toutes les Plantes de la Mer, car on ne peut plus douter que ce ne ſoit une Plante, M. Marſigli voulut l'étudier avec un ſoin particulier, & d'autant plus que le Corail frais, & contenant encore ſon ſuc glutineux en conſiſtence de lait, n'avoit juſque-là été travaillé par aucun Chimiſte.

D'abord il laiſſa pendant 12 jours ſon Corail frais dans un vaiſſeau plein d'eau de mer, ce qui lui valut, comme nous le dirons ailleurs, la curieuſe découverte des fleurs inconnuës de cette Plante. Au bout de ce temps, ces fleurs ſe réduiſirent en de petites boules, & puis tomberent au fond du vaiſſeau. Enſuite l'Ecorce, car ce Corail avoit la ſienne, au lieu que celui qu'on expoſe ordinairement en vente ne l'a pas, commença à ſe ramollir, & à ſe ſéparer en pluſieurs petites pieces, qui ſe précipitant auſſi au fond du vaſe, s'y unirent en une bouë tres-fine, ſemblable à celle du Bol rouge. La Plante ainſi dépoüillée de ſon écorce, par où elle tire ſa nourriture, ſe pourrit, & tomba.

A meſure que l'écorce ſe ſéparoit, le Lait qui coule entre elle & la ſubſtance de la Plante pour la nourrir, tomboit dans l'eau, & la rendoit puante. Mais en moins

d'un mois tout ce lait se dégagea d'avec l'eau, monta sur sa superficie, & y forma une toile glutineuse, épaisse comme le dos d'un Couteau, & blanche comme de la Gelée. L'eau reprit son premier goût, & son odeur ordinaire de mer. Tous les Essais Chimiques firent voir que cette gelée étoit une substance Alcaline.

L'Esprit de vin bien rectifié ne tira rien du Corail pendant deux mois entiers, pas même la moindre teinture de rouge. Seulement aprés quelques heures d'infusion, il parut aux extremités de certains petits Tubules qui sont sur l'écorce, de petits Globes qui augmenterent pendant 3 jours, demeurerent plusieurs jours en cet état, & ensuite commencerent à diminuer, & disparurent. Les plus gros l'étoient deux fois comme un grain de Millet. Ils étoient de la couleur du Mercure bien purgé.

Le lait de Vache frais sur un feu tres-lent tire peu à peu & par degrés la belle teinture rouge du Corail, soit qu'il ait son écorce, soit qu'il ne l'ait pas, & ne lui laisse qu'un blanc livide. La Cire blanche bien fine fait le même effet, & plus promptement.

Voilà ce qu'on appelle *Teintures de Corail.* Sa couleur, assés semblable à celle du sang, avoit persuadé aux Anciens qu'il devoit être merveilleux pour le purifier, & que c'étoit un grand Cordial dans toutes les maladies, où il y avoit du venin, & de la malignité. Tout ce qui pouvoit un peu appuyer cette idée si legerement prise, c'est qu'en effet on avoit vû que le Corail arrêtoit le sang, comme font tous les Alcalis terreux. Cela même avoit produit une superstition de Medecine, on portoit sur soi du Corail comme un *Amulete* pour les saignemens de nés, & les autres hemorragies, & cette superstition n'est pas encore entierement détruite. Mais comme la couleur rouge étoit la source de tant de vertu, il eût été extrêmement avantageux de la pouvoir tirer de ce Mixte, & d'en laisser tout le reste comme un marc inutile, & ce secret a été cherché par plusieurs Chimistes anciens & modernes avec autant de soin & de peine que celui de l'Or potable.

La grande importance dont il étoit ne leur permettoit pas de croire qu'ils le pussent trouver dans des choses simples, ni d'une maniere aisée. Ils ont imaginé quantité d'operations, la pluspart fort differentes entre-elles, & fort recherchées, & il les ont données comme ayant réüssi. Cependant M. Lémery a assuré qu'il les avoit éprouvées toutes sans succés, & il chercha, il y a déja long-temps, la Teinture de Corail par d'autres moyens; il la crut digne de cette peine, non par les grands usages qu'elle devoit avoir dans la Medecine, mais par l'erreur générale, où l'on étoit en sa faveur. Il ne songea qu'à des Dissolvants simples, & il trouva la Cire blanche, ainsi qu'il le marqua dans la premiere Edition de son *Traité de Chimie* en 1675.

Mais à l'occasion des experiences de M. le Comte Marsigli, qui disoit même qu'il n'avoit eu ni le loisir, ni les matieres necessaires pour en faire autant qu'il eût desiré, M. Lémery reprit ce sujet, & le traita avec plus d'étenduë. Il n'a travaillé que sur du Corail tiré de la mer depuis long-temps, & dépoüillé de son écorce.

Mis en entier dans de la Cire blanche fonduë par un petit feu, il y est devenu blanc jusque dans le fond de sa substance, & même plus blanc dans ce fond que dans sa superficie, où il étoit un peu plus pâle, apparemment parcequ'il y prenoit quelque chose de la couleur de la Cire. Seulement il se trouvoit quelquefois des branches noirâtres, mais elles ne l'étoient que par dehors, & le dedans en étoit parfaitement blanc. Il paroît que cette noirceur exterieure ne pouvoit venir que de quelque disposition accidentelle. Le Corail blanchi n'en étoit ni moins dur, ni moins compacte, ni moins pesant. Une seconde infusion du même Corail dans de nouvelle Cire le rendoit un peu moins blanc, peut-être en tiroit-il alors un peu de jaune.

La Cire de la premiere infusion n'étoit que jaunâtre, & de couleur *citrine*. Si l'on y mettoit de nouveau Corail elle devenoit rougeâtre, & le Corail n'en devenoit

pas moins blanc, que si on l'eût mis dans de la Cire *neuve*. Un troisiéme morceau de Corail mis dans la même Cire la rendoit noirâtre, & devenoit toûjours également blanc.

La Cire où l'on met du Corail déja blanchi par une infusion, ne change aucunement de couleur.

Tout cela prouve assés évidemment & que la Cire ne porte point sa couleur dans le Corail, mais lui ôte celle qu'il avoit, & que cette couleur du Corail, quoiqu'elle le penetre intimement, est fort legere, & fort subtile, & que le Corail est naturellement blanc; en effet il s'en trouve de cette couleur au fond de la mer.

M. Lémery, à l'exemple des Geometres, qui augmentent souvent de gayeté de cœur la difficulté des Problêmes qui leur ont été proposés, s'en est proposé un second plus difficile, c'étoit de retirer de la Cire la teinture de Corail qu'elle avoit prise. Le seul Dissolvant qu'il y ait trouvé propre, a été de l'Eau de vie empreinte de Sel de Tartre. Il y a mis en digestion chaudement pendant dix jours de la Cire teinte par trois infusions, elle y est redevenuë blanchâtre, & la Teinture rouge du Corail a passé à l'Eau de vie. Si cette Teinture est medicinale, c'est en ce dernier état qu'on la peut prendre.

La Cire jaune fait le même effet que la blanche, mais un peu moins facilement, & elle teint legerement de sa propre couleur la superficie du Corail.

L'Esprit de Cire rectifié, qui est un flegme fort impregné d'Acides, tire du Corail une teinture rouge foncée, mais ce n'est que celle de sa superficie; il ne touche point du tout au dedans.

Plusieurs autres Dissolvants ont encore réüssi à M. Lémery, mais c'étoit sur du Corail bien broyé, & réduit en poudre tres-fine, ce qui lui fait déja perdre quelque petite partie de son rouge. Aprés avoir essayé inutilement des sucs dépurés de quelques fruits, comme celui de Coing, celui de Pomme, le Verjus, le Vinaigre blanc, il trouva enfin que le suc de Citron faisoit parfaitement

ce qu'il ſouhaitoit, pourvû qu'il ne fût pas diſtillé, mais au contraire un peu trouble, & qu'il contînt toute ſa partie huileuſe & tartareuſe, qui eſt la plus propre à extraire une teinture bitumineuſe & graſſe. Celle qui vient du Corail par ce moyen eſt ſi legere & ſi volatile, qu'en deux mois elle s'envole entierement du ſuc de Citron, & le laiſſe avec ſa premiere couleur, à moins qu'il ne ſoit dans une Bouteille bien bouchée, & couvert d'Huile d'Amandes douces à la hauteur d'un doigt. Quand le ſuc de Citron s'eſt chargé de la couleur rouge du Corail, il ne fait plus aucun mouvement ni avec l'Huile de Tartre, ni avec l'Eſprit de Vitriol, parceque l'Acide du Citron s'étant uni à l'Alcali du Corail, il n'y a plus lieu à l'action ni de l'Huile de Tartre ſur l'Acide du Citron, ni de l'Eſprit de Vitriol ſur l'Alcali du Corail.

L'Eſprit de Miel rectifié tire la Teinture du Corail, & perd ſon goût acide, ainſi qu'il doit arriver. Cependant tout Alcalin qu'eſt le Corail, certains Alcalis, comme l'Huile de Tartre, la liqueur de Nitre fixe, l'Eſprit volatil de Sel Armoniac, ne laiſſent pas d'être des Diſſolvants propres à extraire ſa teinture. L'Eſprit de Sel Armoniac ne prend qu'une couleur gris de lin.

L'Eau de vie, l'Eſprit de vin, les Huiles d'Olive, de Noix, d'Aveline, d'Amande, des Semences-froides, ne font rien.

M. Lémery n'a pû réüſſir à faire une Teinture ſeche.

Aprés les Teintures du Corail, l'ordre naturel demande que l'on paſſe aux Analyſes de la propre ſubſtance de ce Mixte.

M. le Comte Marſigli commença par examiner le ſuc laiteux exprimé de l'Écorce. Mis dans de l'eau de mer il ſe précipite au fond. Il donne une teinture jaune & livide à l'Eſprit de vin, & ſi on fait évaporer ce mêlange, le marc qui reſte a un goût de Poiſſon gâté. Les Eſprits de Sel & de Nitre fermentent avec ce Lait juſqu'à produire de la fumée. L'Eſprit de Sel Armoniac & l'Huile de Tartre n'y font aucun changement, toutes preuves d'une ſubſtance alcaline.

Le Corail qui n'eſt nourri & formé que de ce lait doit donc être de cette même ſubſtance, & en ſon écorce, & en ſa partie plus dure. C'eſt en effet ce que toutes les operations ont donné & à M. le Comte Marſigli, & à M. Lémery, & nous ne nous y arrêterons pas davantage, ſur tout M. Lémery ayant preſque épuiſé dans ſon Traité de Chimie tout ce qui regarde les Diſſolutions & le Magiſtere du Corail.

Nous remarquerons ſeulement que dans la Diſtillation du Corail fraîchement tiré de la Mer, il paroît un flegme laiteux, & de petites parcelles de bitume flotantes, que l'on ne voit point dans la diſtillation du Corail gardé quelque temps. C'eſt une remarque de M. Marſigli.

Il dit qu'ayant des crudités d'Eſtomac il s'en eſt gueri avec la poudre des extremités des branches de Corail frais, encore pleines de leur lait peu deſſeché. Puiſque le Corail eſt un Alcali, il doit être bon pour abſorber les Acides, & M. Lémery a jugé avec beaucoup d'apparence qu'il devoit être beaucoup meilleur étant ſimplement réduit en poudre, qu'aprés avoir paſſé par des operations Chimiques, où il s'eſt chargé d'Acides, qui ont déja conſumé une bonne partie de ſa vertu.

SUR UN NOUVEAU PHOSPHORE.

ON appelle *Phoſphore* tout ce qui rend de la lumiere par quelque préparation artificielle, & on a même étendu ce nom aux Barometres dont la partie vuide d'air eſt lumineuſe lorſqu'on les ſecouë dans l'obſcurité. Tous les Phoſphores que l'on connoît juſqu'à preſent ont quelque ſorte d'imperfection, qui, pour ainſi dire, diminuë leur gloire. Celui qui ſe fait avec l'urine a beſoin d'un peu de chaleur étrangere pour luire & pour s'enflamer;

le *Smaragdin* en demande beaucoup; la Pierre de Bologne & le Phoſphore de *Balduinus* ne font leur effet que pendant le jour; les Huiles diſtillées de Giroffle, de Canelle, de Saſſafras, &c. ne s'enflament ſans feu que quand on y mêle de l'Eſprit de Nitre bien déflegmé; le Phoſphore que M. Homberg a donné en 1692 dans les Memoires que l'Academie imprimoit alors, ne devient lumineux que quand on le frotte rudement, ou qu'on frappe deſſus avec un corps dur. Mais le même M. Homberg a trouvé un nouveau Phoſphore exempt de tous ces défauts. Il n'a beſoin ni du mêlange d'aucune matiere nouvelle, ni d'aucune chaleur, ni d'aucun mouvement; il ne faut que l'expoſer à l'air, il s'enflame en une minute ou deux, met le feu à tout corps combuſtible qu'il touche, & ſon effet eſt égal la nuit & le jour.

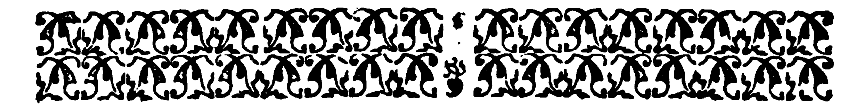
C'eſt une Poudre ou noire, ou brune, ou rouge, ou verte, ou jaune, ſelon la maniere dont elle a été travaillée, & les degrés de feu qu'elle a eus. Elle eſt tirée de matiere fécale, étrange origine pour une lumiere ſi ſubtile & ſi celeſte. M. Homberg croit qu'il la tirera auſſi de l'urine, & même que l'urine traitée ſelon la methode qu'il vient de trouver dônnera une plus grande quantité de Phoſphore que par la maniere ordinaire & connuë.

Il a fait de trois differentes ſortes de ſa Poudre. Toutes trois mettent le feu aux matieres combuſtibles, mais l'une ſans s'enflamer, l'autre en ne s'enflamant que comme un Charbon, la troiſiéme en s'enflamant comme une Bougie.

M. Homberg donnera la préparation de ſon Phoſphore, & une ſuite de pluſieurs operations tres-curieuſes ſur la matiere dont il eſt formé. Il paroît bien que rien n'eſt à negliger pour la Phyſique, & qu'elle ſçait trouver des Tréſors par tout.

NOus renvoyons entierement aux Memoires L'Ecrit de M. Homberg ſur les Vegetations artificielles.

V. les M. p. 426.



BOTANIQUE.

SUR LE PAREIRA BRAVA.

PArmi les Drogues étrangeres apportées par M. de la Mare, dont nous avons parlé cy-dessus *, il y avoit du Pareira brava. Ce nom est Portugais, & signifie *Vigne sauvage*. C'est une Racine qui vient du Bresil, où l'on dit que les Naturels du Païs l'appellent *Botou*, ou *Botoüa*. Nous ne connoissons point le reste de la Plante, & nous ne sçavons que par le rapport des Portugais que ce soit une Vigne.

* p.15.&16.

Cette Racine n'a point été connuë de Pison, dont l'Histoire naturelle du Bresil fut imprimée en 1648. M. Amelot Conseiller d'Etat, est le premier qui l'ait apportée en France au retour de son Ambassade de Portugal en 1688, comme M. Nicot Ambassadeur dans le même Royaume fut le premier qui nous en envoya le Tabac, peut être avec trop de succés. M. le President Roüillé, successeur de M. Amelot à l'Ambassade de Portugal, rapporta aussi entre plusieurs autres drogues rares du Pareira brava, avec un Memoire de quantité de vertus tres-considerables que les Portugais lui attribuënt.

A cause de ces vertus, M. Geoffroy qui s'étoit chargé du soin d'examiner tout ce qui avoit été apporté par M. de la Mare, eut une attention particuliere sur le Pareira brava, qu'il connoissoit déja d'ailleurs, & qu'il avoit même éprouvé. En comparant tout ce qu'il avoit pû ramasser sur l'histoire purement Botanique de cette Plante, il forma plusieurs doutes, & plusieurs questions, si la Butua ou Brutua Plante Indienne dont Giacomo Zanoni

avoit

avoit parlé dans son *Istoria Bottanica* en 1675, & qu'il dit venir dans le Mozambique, n'étoit pas la même que le Pareira brava, si une Plante que M. de la Mare a vûë dans l'Isle de S. Domingue est effectivement le Pareira brava, ou le Raisinier de cette Isle, qui est assés connu, s'il y a deux especes de Pareira brava, l'une qui vienne dans le Bresil, l'autre dans le Mexique, ou si toutes deux viennent du Bresil, &c. mais tout cela s'éclaircira avec le temps. Ces sortes de doutes sçavans sont plus propres à faire honneur à celui qui les propose, qu'à instruire ceux à qui ils sont proposés.

Nous nous en tenons presentement à ce qui est utile. M. Geoffroy a vû deux especes de Pareira brava, si cependant la difference de couleur, qui est presque la seule, suffit pour faire deux especes. La 1re qui est la plus en usage est brune par dehors, & d'un jaune brun en dedans, la 2de est blanche par dehors, & en dedans d'un jaune *citrin*. Celle-cy est de couleur de chair lorsqu'elle est recente, & pâlit avec le temps. Toutes deux sont d'une substance dure, & cependant poreuse & spongieuse. Elles ont un goût amer mêlé de quelque legere douceur, comme la Reglisse. Elles sont quelquefois de la grosseur du pouce.

Les Portugais, qui ont d'abord appris des Sauvages du Bresil les vertus de cette Racine, pourroient bien les exaggerer un peu, mais enfin sans prendre au pied de la lettre tout ce qu'ils en racontent, ce que M. Geoffroy en a reconnu par sa propre experience suffit pour la faire mettre au rang des Plantes les plus utiles. Il assure qu'elle ne manque guere de Coliques Nephretiques, non pas qu'il croïe qu'elle va briser la Pierre dans les Reins, ou dans la Vessie, comme les Portugais le prétendent, mais c'est qu'elle dissout les glaires qui collent ensemble dans les Reins les sables & les graviers, dont se forment les Pierres, & en effet aprés avoir pris du Pareira brava on rend ordinairement beaucoup de sable.

M. Geoffroy l'a donné encore fort heureusement à des Malades affligés d'ulceres aux Reins, & à la Vessie, & dont les urines étoient purulentes, & toutes glaireuses, de maniere qu'elles cessoient souvent de pouvoir couler, ou ne couloient qu'avec beaucoup de peine. L'usage du Pareira brava les délivroit promptement de ces suppressions, & les urines pendant ce temps-là n'étoient point ou tres peu épaisses; ce même remede nettoyoit les ulceres peu à peu, & en y joignant à la fin le Baume de Copaüa; quelques Malades ont été entierement gueris.

Cette proprieté éprouvée du Pareira brava de fondre promptement & facilement les glaires, fit juger à M. Geoffroy qu'il seroit bon pour l'Asthme *humoral*, qui est causé par une pituite épaisse & gluante dont les Bronches des Poûmons sont surchargés, & dans la Jaunisse qui vient d'une Bile fort épaissie; cette esperance lui a souvent réüssi, & sur tout en deux occasions remarquables, dont l'une apartient à la premiere maladie, & l'autre à la seconde.

Un Vieillard de 72 ans fort foible, & prêt à être suffoqué par une pituite qu'il ne pouvoit arracher de sa poitrine, ayant pris 2 Verres d'infusion de Pareira brava à une demi-heure l'un de l'autre, jetta une si grande quantité de glaires & de flegmes, qu'il sembloit vomir, & il fut entierement délivré de son accés.

Une femme tourmentée d'une violente Colique avec une douleur fort vive sous le foye, eut en même temps une jaunisse universelle, jusque-là que ses urines, qui étoient fort épaisses, teignoient le linge en jaune. Les matieres que les lavements amenoient étoient en petite quantité, & blanchâtres. Aprés qu'elle eût été saignée du bras & du pied, M. Geoffroy lui fit prendre trois Verres d'infusion de Pareira brava à demi-heure l'un de l'autre. Peu de temps aprés le 3me Verre la douleur cessa, le ventre s'ouvrit, elle rendit des matieres fort jaunes, les urines coulerent abondamment, & s'éclaircirent. On

continua de lui donner une prise de Pareira brava de 4 heures en 4 heures, sa couleur jaune s'effaça entierement, & en 24 heures elle parut parfaitement guerie. Depuis ce temps-là elle a ressenti quelquefois ces attaques de Colique, & elle a eu recours au même remede, qui l'en a toûjours délivrée.

La dose de cette racine est de deux gros coupés par petits morceaux, que l'on fait boüillir dans 3 demi-septiers d'eau, jusqu'à ce que la liqueur soit réduite à Chopine. On coule cette décoction, & on la partage en 3 Verres que l'on fait prendre chauds comme du Thé avec un peu de sucre. Pour préserver ceux qui sont sujets à la gravelle, on leur en fait user tous les mois pendant 8 jours à la dose de 24 grains seulement, qu'on fait boüillir legerement dans une tasse d'eau. On peut donner aussi cette racine en substance pulverisée à la dose de 12 ou 18 grains.

Des vertus si considerables sûrement reconnuës dans le Pareira brava peuvent nous dispôser à croire avec les Portugais qu'il guerit la Dissenterie, les crachemens de Sang, l'Esquinancie, les morsures des Bêtes venimeuses, les Fiévres malignes, & que si c'est une superstition d'en porter, comme ils font, un morceau dans la bouche contre le mauvais air, c'est du moins une superstition pardonnable.

SUR LES ARBRES MORTS

PAR LA GELÉE DE MDCCIX.

LE rigoureux Hiver de 1709, dont la memoire durera long-temps, fit mourir par toute la France un nombre prodigieux d'Arbres, mais on remarqua que cette mortalité ne s'étendoit pas sur tous indifferemment. Ceux qu'on auroit jugé en devoir être les plus exempts par leur force, y furent les plus sujets. Les Arbres les plus

durs & qui conſervent leurs feüilles pendant l'hiver, comme les Lauriers, les Cyprés, les Cheſnes verds, & entre les autres qui ſont plus tendres, comme les Oliviers, les Chataigniers, les Noyers, ceux qui étoient plus vieux & plus forts, moururent en plus grande quantité.

On chercha dans l'Academie la cauſe de cette biſarrerie apparente. M. Caſſini le fils en donna une fort ſimple à l'égard des vieux Arbres. Il dît qu'il avoit remarqué que le grand froid avoit détaché leur écorce d'avec le bois, de quelque maniere que cela fût arrivé. Et en effet il eſt bien naturel que l'écorce ſoit plus adherente au bois dans les jeunes Arbres, beaucoup plus remplis de ſuc, & d'un ſuc plus huileux. Or comme ſelon l'opinion commune des Phyſiciens c'eſt principalement par l'écorce que les Arbres ſe nourriſſent, il a dû arriver que ceux en qui elle a perdu plus facilement la communication qu'elle avoit avec le bois, ſoient auſſi morts plus facilement.

M. Chomel en imagina une autre raiſon, qui eſt générale. Il vint une tres-forte gelée, & puis un dégel, enſuite une ſeconde gelée auſſi forte que la premiere, & qui reprit tres-bruſquement. L'humidité du dégel dont les Arbres étoient remplis ſe gela donc, c'eſt à dire s'étendit & ſe dilata avec beaucoup de violence & de promptitude, & exerça ſur les fibres & ſur toutes les parties organiques des Arbres un effort d'autant plus grand, qu'elle y trouva plus de réſiſtance. Or il eſt certain qu'elle en trouva davantage dans les Arbres les plus forts. Elle déchira donc, & détruiſit ces parties organiques, fibres, veſicules, &c. & les rendit deſormais inutiles à la vegetation.

Si on veut ajoûter à cela ſelon le ſiſtême de M. de la Hire ſuivi par M. Chomel, que le froid conſiſte en certaines particules ſalines tres-perçantes, l'action aura encore été plus forte, & l'effet plus grand.

Que les Arbres plus durs ou plus âgés ayent plus apporté de cette réſiſtance, qui, pour ainſi dire, irrite l'En-

nemi, il n'y a pas lieu d'en douter. Leurs parties ſont neceſſairement plus ſerrées, & plus compactes, & c'eſt par cette raiſon qu'ils pouſſent leurs feüilles plus tard que les autres, tout le reſte étant égal. Les dévelopemens en quoi conſiſte toute vegetation s'y doivent faire plus lentement, que dans ceux qui ont leurs parties plus molles, plus flexibles, plus impregnées de ſuc.

A l'égard des vieux Arbres, M. Homberg donna encore une raiſon particuliere de leur plus grande réſiſtance. Leurs fibres qui ont pris tout leur accroiſſement, & par conſequent ſont étenduës en tout ſens autant qu'elles le peuvent être, ne ſçauroient plus ſouffrir d'extenſion nouvelle, & réſiſtent puiſſamment à la rarefaction ſoit du ſuc aqueux qu'elles contiennent naturellement, ſoit d'une humidité étrangere. Il eſt viſible au contraire que les fibres des jeunes Arbres ont encore dequoi s'étendre, & prêtent beaucoup.

Pluſieurs Arbres qui ſembloient avoir échapé à ce cruel Hiver, parcequ'ils repouſſerent des branches & des feüilles à la ſéve du Printemps, ne purent profiter de celle de l'Autonne, & perirent tout à fait. Quand on les coupoit, on les trouvoit plus noirs & plus brûlés dans le cœur que vers l'aubier, & vers l'écorce. Le cœur qui eſt plus dur avoit été plus endommagé que l'aubier, & il étoit déja mort tandis que l'aubier conſervoit encore un petit reſte de vie.

SUR LE BLED CORNU

APPELLÉ ERGOT.

IL vint à l'Academie en 1710 quelques Relations d'une Gangrene qui devenoit aſſés commune en certains Païs, ſurtout dans l'Orleannois & dans le Bleſois. M. Noël Chirurgien de l'Hôtel-Dieu d'Orleans fut celui qui en écrivit avec le plus de détail. Il mandoit à M. Méry

que depuis prés d'un an il étoit venu à ſon Hôpital plus de 50 tant hommes qu'enfans affligés d'une Gangrene ſeche, noire, & livide, qui commençoit toûjours par les Orteils, ſe continuoit plus ou moins, & quelquefois gagnoit juſqu'au haut de la Cuiſſe, qu'il n'avoit vû qu'un ſeul Malade qui eût été attaqué à la main. A quelques-uns la gangrene ſe ſeparoit naturellement, & ſans qu'on y eût rien fait, aux autres elle ſe terminoit par le ſecours des ſcarifications & des Topiques; il y en eut 4 ou 5 qui moururent aprés l'amputation de la partie gangrenée, parceque le mal continua de monter juſqu'au Tronc. Ce qu'il y a de plus étonnant, c'eſt que cette maladie n'étoit point pour les femmes, tout au plus pour quelques petites filles.

On ſçut dans l'Academie que le même accident étoit arrivé encore, mais d'une maniere plus cruelle, à un Païſan d'auprés de Blois. La gangrene lui fit tomber d'abord tous les doigts d'un pied, enſuite ceux de l'autre, aprés cela le reſte des deux pieds, & enfin les chairs des deux Jambes, & celles des deux Cuiſſes ſe détacherent ſucceſſivement, & ne laiſſerent que les Os. Dans le temps qu'on en écrivit la Relation les cavités des os des Hanches commençoient à ſe remplir de bonnes chairs, qui renaiſſoient.

On eſt perſuadé avec aſſés de vrai-ſemblance que cette étrange maladie, qui n'attaque guere que les pauvres gens, & dans les années de cherté, vient de la mauvaiſe nourriture, & principalement d'un certain Bled noir & cornu, qu'on appelle *Ergot*, parce qu'effectivement il approche de la figure d'un Ergot de Coq. Voici comment M. Fagon premier Medecin du Roi, & Academicien Honoraire en explique la génération.

Il y a des Broüillards qui gâtent les Froments, & dont la pluſpart des Epics de Seigle ſe défendent par leurs barbes. Dans ceux que cette humidité maligne peut atteindre & penetrer, elle pourrit la peau qui couvre le grain, la noircit & altere la ſubſtance du grain même.

La séve qui s'y porte, n'étant plus resserrée par la peau dans les bornes ordinaires, s'y porte en plus grande abondance, & s'amassant irregulierement forme une espece de Monstre, qui d'ailleurs est nuisible, parcequ'il est composé d'un mêlange de cette séve superfluë avec une humidité vitieuse.

Ce n'est que dans le Seigle que se trouve l'Ergot, & soit que les mêmes causes qui produisent la sterilité d'une année, le produisent aussi en plus grande quantité, soit que dans une mauvaise année les pauvres gens ne le séparent pas d'avec le bon grain dont ils ont fort peu, ce n'est que dans ces temps-là, & ce n'est que chés eux que l'on voit les gangrenes dont nous avons parlé. M. Noël disoit que comme le Seigle de la Sologne en 1709 contenoit prés d'un quart d'Ergot, dés que les Païsans avoient mangé de ce méchant pain ils se sentoient presque yvres, aprés quoi venoit assés souvent la gangrene, & que dans la Beausse où il y avoit peu d'Ergot, ces accidens n'étoient point connus. On peut voir sur ce sujet une Lettre fort remarquable de feu M. Dodart, inserée dans le Journal des Sçavans de 1676 le 16 Mars.

L'Academie attentive au bien public en tout ce qui peut la regarder, écrivit à M. le Comte de Pontchartrain ce qu'elle sçavoit des mauvais effets du Bled cornu, afin qu'il eût la bonté d'y apporter l'ordre qu'il jugeroit à propos. Le Roi approuva cette attention, & ordonna à ce Ministre d'écrire à M. l'Intendant d'Orleans qu'il fît bien connoître aux Païsans de sa Generalité le danger extrême de l'usage de l'Ergot, & qu'il les obligeât à bien éplucher leur grain avant que de le faire moudre. Pour cela on lui envoya le Memoire que M. Fagon avoit fait sur cette matiere.

En même temps, pour un plus grand éclaircissement M. de la Hire le fils écrivit à un de ses amis, bon Physicien, qui étoit à la campagne, & le pria de sçavoir à quoi les Fermiers attribuoient la production du Bled cornu, d'en nourrir des Poules, & d'observer ce qui leur

arriveroit, d'en ſemer pour voir s'il leveroit. Il eut ſatisfaction ſur ces trois articles.

Cette mauvaiſe eſpece de grain vient en plus grande abondance dans les terres humides & froides, & dans les années pluvieuſes. Un certain Seigle particulier qu'on ſeme en Mars y eſt plus ſujet que ceux qu'on ſeme en Autonne.

Les Poules n'en veulent point dés qu'elles l'ont reconnu, & de quelque adreſſe qu'on ſe ſerve pour en mêler dans leur mangeaille, elles aiment mieux paſſer des trois jours ſans manger. Cependant il ne paroît point leur faire de mal, quand elles en ont mangé par ſurpriſe, & elles ne laiſſent pas de pondre à l'ordinaire.

Il ne leve point, ce qui eſt fort naturel, & en même temps heureux.

SUR LES MOUVEMENTS EXTERIEURS DES PLANTES.

LEs Mouvements interieurs des Plantes ſont ceux qui font leur vegetation; les yeux ne les aperçoivent point, & la raiſon a bien de la peine à en faire plus que les yeux. Mais les mouvements exterieurs, ceux, par exemple, qui font que les Plantes pouſſent toûjours leur tige verticalement, qu'elles ſe tournent du côté du grand air, que leurs fleurs s'ouvrent ou ſe ferment en certaines circonſtances, &c. ſont viſibles, & cependant peu obſervés, ou s'ils le ſont, les cauſes en ſont peu connuës, peut-être parceque ces mouvements exterieurs tiennent trop aux interieurs. M. Parent a entrepris de donner une idée générale de la Mechanique qui les produit, en ne ſuppoſant que ce qui eſt reçû de tout le monde ſur la vegetation.

Quand le ſuc nourricier eſt arrivé à l'extremité d'une Tige naiſſante, ſi l'on conçoit qu'il s'évapore, la peſanteur de

de l'air qui l'environne de tous côtés le fera monter verticalement, & s'il ne s'évapore point, mais qu'il se congele, & demeure attaché à cette extremité par où il étoit prêt à sortir, la même pesanteur de l'air ne laissera pas de lui donner la même direction, de sorte que la Tige aura acquis une nouvelle partie fort petite posée verticalement. Il arrive alors la même chose à peu prés que dans une Chandelle, qui quoiqu'elle fût posée obliquement à l'horison, auroit toûjours sa flame verticale par la pression de l'air. Les nouvelles gouttes de suc qui suivront cette premiere prendront la même direction, & comme toutes ensemble elles forment la Tige, elles la rendront donc verticale, à moins que quelques circonstances particulieres ne la détournent un peu.

A l'égard des Branches, que l'on peut supposer qui sortent lateralement de la Tige dans le premier Embryon de *la* Plante, quand même elles en sortiroient alors dans une direction horisontale, elles se releveroient en enhaut par la direction perpetuelle du suc nourricier, qui d'abord ne trouveroit aucune résistance dans une tres-petite branche fort souple, & ensuite quoique la branche devînt plus ferme en croissant, agiroit avec plus d'avantage, parceque cette même branche plus longue seroit pour lui un plus long bras de Levier. La foible action d'une petite goutte de suc devient tres-puissante & par sa continuité, & par le secours de ces circonstances favorables.

On sçait que si une Aiguille mise de niveau sur un pivot vient à être aimantée, elle s'incline aussi-tôt du côté du Pole Arctique, & on en attribuë la cause à ce que la matiere magnetique qui sort de nôtre Hemisphere Septentrional va de bas en haut, & commençant à enfiler l'Aiguille aimantée lui fait prendre sa direction, & par consequent la fait pancher vers le Pole, par rapport auquel elle est dirigée de bas en haut, comme le cours de la matiere magnetique. M. Parent prétend que par la même raison les sucs de la terre, qui vont de bas enhaut

enfiler une racine naissante, la font, pour ainsi dire, pancher en embas, & l'obligent à se diriger du côté de la terre, & c'est en effet dans cette situation qu'elle a le plus de facilité à les recevoir. On peut ajoûter à tout cela ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1708 * aprés M. de la Hire sur la direction des Tiges & des Racines des Plantes.

* p. 67. & suiv.

Si la pression de l'air sur une Plante est inégale, elle déterminera les sucs à se porter du côté où elle sera la moindre, & à tourner de ce côté-là les branches ou la tige même. Ainsi une Plante enfermée ou dans une Chambre dont la fenêtre est ouverte, ou dans une Cave, se tournera d'elle-même du côté de la fenêtre ou du soupirail, comme si elle cherchoit le plus grand air, & cela en effet parceque ce plus grand air est plus dilaté, & fait une moindre pression. De même les Arbres en Espalier semblent fuir la muraille.

Il faut bien remarquer que toutes ces idées n'ont lieu que pour les jeunes Plantes, & qui croissent encore. Ce n'est qu'en ce temps-là qu'elles sont en état d'obéïr au mouvement des sucs. Ils leur donnent un pli à mesure qu'ils les forment.

Et ce n'est pas seulement à leurs sucs nourriciers que M. Parent donne ce pouvoir, mais encore à d'autres corpuscules tout à fait étrangers, qui cependant penetrent les Plantes. Ce sont ceux de la matiere magnetique. Il a été dit dans l'Hist. de 1703 * que M. Parent attribuë à la direction de leur cours le sens déterminé & presque toûjours le même dont se tournent tous les Corps qui se tournent, comme les Coquilles & les Tiges ou les Fleurs ou les Gousses de certaines especes de Plantes. Il y ajoûte presentement les Plantes foibles qui ont besoin de s'entortiller autour d'autres plus fermes, telles sont les differents Convolvulus, les Féves, le Houblon, &c. cet entortillement se fait dans presque toutes ces especes de gauche à droite en montant, & c'est-là le sens qui regne généralement dans tous les Corps *tournés* que

* p. 14. & suiv.

nous observons. La matiere magnetique par une action legere, mais continuelle, a la même force sur les Plantes que les sucs nourriciers.

Que l'Heliotrope, les Soucis, les Martagons, la Scabieuse argentée, la Digitale, &c. suivent le Soleil, c'est à dire se panchent toûjours vers lui, il est évident que cela vient en général d'un plus grand dessechement des parties tournées de ce côté-là, à quoi il faut qu'il se joigne quelques circonstances particulieres, comme la mollesse de la Plante, & le poids des feüilles ou des fleurs. Les parties que l'ardeur du Soleil a dessechées & affoiblies par une trop grande transpiration des sucs, l'humidité de la nuit, ou même quelquefois la seule absence des rayons du Soleil les doit rétablir dans leur premier état.

Ce raisonnement a lieu pour une cause telle que le *Soleil*, qui agit plus d'un côté de la Plante que de l'autre, mais non pas pour une cause dont l'action embrasseroit également toute la Plante; telle est l'humidité de la nuit, qui fait que de certaines fleurs, comme celles de tous les Colvolvulus, d'une espece d'Ornithogale, &c. se ferment, & qu'au contraire celles des Belles de nuit, & de l'Arbre triste s'épanoüissent. Pour ces phenomenes, qui quoiqu'opposés en apparence reviennent au même, il faut avoir recours à l'inégalité des parties de la Plante, plus ou moins extensibles d'un côté que de l'autre.

On peut imaginer dans les Plantes des tuyaux flexibles, creux, & comme cilindriques, qui étant remplis d'un *fluide*, quel qu'il soit, se gonflent, & s'accourcissent necessairement. Si quelques-uns de ces tuyaux sont noüés & resserrés d'espace en espace, ils s'accourciront beaucoup plus que ceux dont toute la cavité seroit également libre, parcequ'ils seront subdivisés en autant de petits tuyaux plus courts, dont chacun s'accourcira autant qu'auroit fait le tuyau entier. Outre les tuyaux creux, qui sont ou des fibres ligneuses, ou les interstices de ces fibres, on est persuadé qu'il y a dans les Plantes des *Utri-*

cules, ou petits sacs disposés & arrangés le long des fibres ligneuses, ausquelles ils sont attachés. Il faut les concevoir comme faisant une colonne. Quand un fluide les gonfle, la colonne s'allonge, & elle s'accourcit quand ils sont vuides. C'est le contraire des tuyaux. Voilà, selon M. Parent, les principes de la differente extensibilité des parties des Plantes. Nous n'en ferons point l'application qui est facile, car on est assés le maître de placer où l'on veut en plus grande ou en moindre quantité les tuyaux, & les differens tuyaux, & les utricules; le Microscope le plus fin ne peut guere retrancher de cette liberté.

Quelquefois, ce qui peut surprendre d'abord, & paroître ne pas s'accorder avec ce qui vient d'être dit, la même partie d'une Plante est extensible en deux sens contraires, quoique la disposition des tuyaux & des utricules ne puisse pas changer. Ainsi quand la fleur de la Couronne Imperiale s'épanoüit, son pedicule se courbe tout à fait en dehors, & quand la fleur est passée, il se recourbe en dedans. Mais la structure de ce pedicule ayant été établie par rapport à la premiere courbure qui se fait dans le temps de la fleur, une moindre quantité de suc qui aprés ce temps-là le gonfle moins d'un certain côté qu'elle ne faisoit auparavant, suffit pour faire entendre la courbure contraire.

Les mouvements des Sensitives meriteroient presque un Traité à part. Dés qu'elles sont touchées ou par un vent un peu fort, ou par la pluye, ou par la grêle, ou par le bout d'un bâton, &c. elles plient leurs feüilles en dessus, & en appliquent exactement les deux moitiés l'une contre l'autre. Il y a même une espece qui fait encore plus. Elle abat entierement ses branches contre son tronc, & alors un pedicule qui attache les branches au tronc, & qui étoit étendu, se plie tout à fait en dessous. C'est aussi par le moyen d'un pareil pedicule que les feüilles seules se plient. Il n'y a que les parties ébranlées par le mouvement de dehors qui se resserrent ainsi, les autres demeurent dans leur état. La Plante en se pliant

n'eſt point dans une eſpece de défaillance, comme un Heliotrope qui panche ſa tête du côté du Soleil, au contraire elle eſt dans une contraction fort ſenſible, & ſe roidit avec tant de force, que qui la voudroit remettre dans ſon premier état la romproit. La grande reſſemblance de ces mouvements à ceux d'un Animal, qui a fait donner à la ſenſitive le nom de *Mimoſa* ou d'*Imitatrice*, autoriſe l'idée de M. Parent, qui croit que ce ſont des mouvements convulſifs. Il imagine qu'il y a dans cette Plante un fluide tres-ſubtil, comme des Eſprits, que l'impreſſion reçûë de dehors agite plus qu'à l'ordinaire, & détermine à couler plus abondamment dans certains canaux. Cette explication ſemble n'approfondir pas beaucoup la matiere, mais quand il s'agit des mouvements convulſifs des Animaux, qui nous devroient être plus connus, l'approfondit-on davantage ? Quoique nous ne ſçachions pas dans un certain détail & avec une certaine exactitude quelle eſt la méchanique des convulſions d'un Animal, c'eſt pourtant une ſorte de connoiſſance que de ſçavoir que les mouvemens de la Senſitive peuvent dépendre de la même méchanique que ces convulſions.

SUR LES PLANTES DE LA MER.

VOici enfin la derniere partie de ce que M. le Comte Marſigli envoya à l'Academie ſur l'Hiſtoire de la Mer. L'étude de la Botanique terreſtre, quoique ſi penible & ſi fatiguante, ainſi que nous l'avons repreſentée dans l'Eloge de M. Tournefort *, ne l'eſt pas encore tant que celle de la Botanique marine. Il faut aller à la Mer avec des Peſcheurs, car autrement tout ce qu'ils ne cherchent pas, & qui feroit quelquefois les délices d'un Bo-

* V. l'Hiſt. de 1708. p. 143. & ſuiv.

taniſte, ils le rejettent auſſi-tôt par une vieille habitude, quelque ordre qu'on leur eût donné au contraire. Ce qui eſt encore plus deſagreable, c'eſt qu'on ne peut rien attendre que du hazard, on ne voit point où ſont les Plantes, le filet les prend où il peut, & comme il peut.

Cependant malgré ces difficultés M. le Comte Marſigli a commencé une Botanique marine fort conſiderable, toute compoſée de Plantes qu'il a tirées lui-même. Il les diviſe en trois Claſſes, les molles, celles qui ſont preſque de bois, & les pierreuſes. Cette diviſion n'eſt guere differente de celle que feu M. de Tournefort avoit donnée dans les Memoires de 1700 *, quoique M. Marſigli ait déclaré qu'il ne prétendoit pas ſuivre un ordre rigoureux de Botanique.

* p. 28.

Les molles ſont les Algues, les Fucus, les Eponges, les Mouſſes de mer, &c.

Les Plantes preſque de bois ſont les Lithophiton, ainſi nommés par les Anciens, parcequ'ils les ont crus des Plantes pierreuſes. Toute la compoſition de la Plante conſiſte en deux parties, l'écorce & la ſubſtance. L'écorce au ſortir de la mer eſt molle, & en ſe ſechant elle devient dure comme de la Craye, & ſe froiſſe aiſément entre les doigts; c'eſt-là apparemment ce qui a trompé les Anciens. La ſubſtance tient plus de la Corne que du Bois, ſi on la brûle, elle ſe met en une écume toute pareille à celle de la Corne, ou des Plumes, & qui a la même puanteur. Les rameaux des Lithophiton ſe plient comme de la Baleine, & font la même réſiſtance au Couteau.

Les Plantes Pierreuſes & qui meriteroient ſeules le nom de Lithophiton qu'elles n'ont pourtant pas, ſont les Coraux, & les Madrepores. M. Marſigli ne parle point de quelques autres, comme les Champignons pierreux, parceque la Mer de Provence ne lui en a pas fourni. Le Corail eſt aſſés connu par ſa figure exterieure, la Madrepore en differe en ce qu'elle n'a point d'écorce, qu'elle eſt ordinairement blanche, & percée de trous ſenſibles.

M. Marsigli n'ayant point de Livres, lorsqu'il fit ses observations, ne pût aller chercher dans les Auteurs si les Plantes qu'il tiroit de la Mer avoient été décrites, quels noms on leur donnoit, & à quels genres elles se rapportoient, car on sçait combien la dénomination & l'établissement du genre sont importants en Botanique. Il fut donc obligé ou de les nommer comme les Pescheurs, ou de les nommer quelquefois un peu au hazard, ou de les laisser sans nom, & il se remit aux Botanistes de l'Academie du soin de chercher les noms veritables, & de reconnoître les caracteres generiques.

M. Marchant qui se chargea de ce travail ne pût y réüssir comme il eût desiré, car outre la difficulté de rapporter à certains genres des Plantes où ne se trouvent point les principales parties qui caracterisent les autres, comme les racines, les fleurs, les fruits, il n'avoit que les descriptions de M. le Comte Marsigli, & non pas les Plantes mêmes, qui à peine auroient suffi aprés avoir été long-temps hors de la mer, parceque souvent elles changent beaucoup. Cependant il fit ce qu'il étoit possible de faire, il rangea plusieurs Plantes de M. Marsigli sous leurs genres, & reconnut les noms qui leur avoient été déja donnés par les Auteurs. Nous ne nous arrêterons point à cette recherche, & nous tâcherons de tirer seulement de l'ouvrage de M. Marsigli ce qu'il y a de plus philosophique.

Les Algues sont les seules Plantes de la mer qui ayent des racines, aussi viennent-elles dans des fonds fangeux comme des Plantes terrestres. Toutes les autres sans exception viennent sur des corps durs, tels que les Rochers, des Coquilles, des morceaux de fer, des conglutinations de terre, du bois, & même d'autres Plantes, &c. elles s'y attachent étroitement par leur pied. Ni ce pied n'a des fibres propres à tirer de l'aliment, ni la pluspart des corps qui le portent ne peuvent être soupçonnés de lui en fournir.

M. Marsigli croit que toutes ces Plantes sans racines

ſont racines dans toute leur ſubſtance, c'eſt à dire qu'elles tirent l'aliment de tous côtés par une infinité de pores, & ſouvent de trous fort viſibles dont elles ſont pleines. Cette maniere de vegeter leur convient, puiſqu'elles ſont de toutes parts environnées de l'eau de la mer, qui leur porte leur nourriture, au lieu que les Plantes terreſtres qui reçoivent la leur de la terre, & n'ont qu'une partie qui en ſoit embraſſée, ont beſoin que cette partie ait une diſpoſition & des organes particuliers. Auſſi toutes les Plantes marines, autant que M. le Comte Marſigli a pû reconnoître leur ſtructure, & avec les yeux, & avec le Microſcope, ne ſont que des amas de glandules, ou de petits tuyaux, qui filtrent l'eau de la mer, & en ſéparent les ſucs qui leur ſont neceſſaires. Communément ce ſont des ſucs glutineux & laiteux.

Si une partie d'une Plante molle, ou d'un Lithophiton eſt dans de l'eau de mer, elle ſe conſerve fraîche, tandis que l'autre partie qui eſt dehors ſe deſſeche. Il arrive le contraire aux Plantes terreſtres qui ſe conſervent fraîches en leur entier, pourvû qu'elles aïent une ſeule partie qui trempe dans l'eau. Cela prouve que la communication qui eſt entre les parties des Plantes terreſtres, n'eſt pas entre celles des Plantes marines, & que les parties de celles-cy ſe nourriſſent indépendamment les unes des autres, & par une certaine *appoſition* de matiere qui ſe fait à chacune en particulier.

Aprés cette idée générale des Plantes de la Mer, nous raſſemblerons leurs plus remarquables particularités, obſervées par M. Marſigli.

Il y a un Fucus dont le pied a trois lignes de diametre, lorſque la Plante eſt fraîche, & qui devient mince comme un fil, quand il a perdu l'eau qu'il contenoit.

Il y en a un autre qui ſerpente ſur la roche ſi irregulierement que l'on ne peut diſtinguer ſon veritable pied.

L'Orange de mer qui eſt une eſpece de Fucus porte ce nom à cauſe de ſa figure ronde. Elle n'a ni tige ni rameaux, & enfin ce n'eſt qu'une Orange, qui peut avoir

4 pouces

4 pouces ½ de diametre, & dont la ſubſtance n'a que 1 ligne ½. Tout le reſte n'eſt qu'une grande concavité ſoûtenuë par une infinité de filamens qui la traverſent, & remplie d'eau de la mer qui a été filtrée par les glandules de la ſubſtance.

On trouve une Plante, qui n'eſt qu'une Ecorce, attachée pour l'ordinaire à des Lithophiton qui ont perdu leur écorce naturelle, ou en tout ou en partie. Elle ne couvre jamais que la partie dépoüillée. Quelquefois auſſi elle va revêtir des pierres. Etant fraîche elle eſt épaiſſe comme le dos d'un Couteau, elle eſt de ſubſtance de Champignon, & d'un rouge fort vif. Sa ſurface exterieure eſt toute heriſſée d'un grand nombre d'enflures, pleines d'un ſuc gluant. Autour de ces enflures, on voit quantité de boutons ou Tubules de couleur aurore, qui ſur un beau fonds rouge font un effet tres-agreable. La ſurface interieure eſt toute unie, & s'accommode à la forme du corps ſur lequel elle s'étend. Cette Plante eſt d'une nature beaucoup plus ſinguliere que les Plantes terreſtres qui ne vivent que ſur d'autres Plantes.

Pluſieurs eſpeces d'Eponges lorſqu'elles ſortent de la mer ont dans de certains petits trous un mouvement de Siſtole & de Diaſtole, qui dure juſqu'à ce que l'eau qu'elles renferment ſoit entierement conſumée.

Quelques Plantes de la claſſe des molles, étant ſeches, ſe froiſſent auſſi aiſément entre les doigts que les écorces des Lithophiton.

Il y a un Lithophiton qui porte un ſi grand nombre de rameaux capillaires, qu'ils ſemblent compoſer une eſpece de feüillage. Cependant comme tous ces rameaux ſont parfaitement de la même ſubſtance que le tronc, il eſt vrai ſans exception que tous les Lithophiton n'ont point de feüilles.

Une eſpece de Lithophiton eſt ſans écorce. Sa ſuperficie eſt enduite d'une glu ſemblable à un vernis, & qui eſt en plus grande abondance au pied. La plante eſt toute pleine d'Epines, elles paroiſſent mieux au ſommet

des rameaux, où le vernis est en moindre quantité. On y voit aussi, au sortir de l'eau, certains petits globules d'une matiere glutineuse, qui lorsqu'on remet la plante dans un vase plein d'eau de mer, s'étendent autour des rameaux, en faisant une simetrie agreable.

Le Corail croît ordinairement dans des Grottes dont la voûte concave est à peu prés parallele à la superficie de la Terre. Il faut que la mer y soit tranquille comme un Etang. Les Pescheurs assurent, & M. Marsigli le croit jusqu'à present par ses experiences, que le Corail ne vient jamais dans des Grottes ouvertes au Septentrion, elles doivent l'être au Midi, & tout au moins au Levant ou au Couchant. Il vient mieux & plus promptement à une moindre profondeur qu'à une plus grande. Il vegete à contre-sens des Plantes terrestres, & même des Plantes marines molles, & des Lithophiton; il est attaché par le pied au haut de la Grotte, & ses branches sont en embas.

Il est également dur, & également rouge dans l'eau & hors de l'eau. Seulement son écorce prend en se sechant une couleur un peu plus livide, & les extremités de ses branches sont plus molles au sortir de l'eau que le reste de la plante, parcequ'elles sont pleines d'un suc qui n'est pas encore consolidé. Ces extremités en se sechant à l'air deviennent friables.

Le pied par où le Corail s'attache à un corps solide en prend exactement la figure, & l'embrasse en forme de plaque jusqu'à une certaine étendue, ce qui prouve bien que la substance du Corail a été fluide dans sa premiere formation. Et ce qui le prouve encore mieux, c'est que quelquefois cette même substance va tapisser le dedans d'un Coquillage, où elle n'a pû entrer qu'en forme de liqueur.

L'écorce s'étend également par tout, elle est moins compacte & moins dure que la substance propre qui est pierreuse; on la détache aisément, lorsque la Plante est fraîche. Elle est remplie & toute traversée de petits

tuyaux ronds, qui ont tous à leur sommet un trou qu'on ne peut guere apercevoir sans Microscope. Ils sont pleins d'un suc glutineux, qui dans la plante fraîche est de couleur de lait, & ensuite se condense, & prend une couleur de safran tirant sur le rouge. La surface interieure de l'écorce est toute chagrinée par l'amas d'une infinité de glandules.

La superficie du Corail dépoüillé de son écorce est toute sillonnée de canaux qui s'étendent depuis la plaque jusqu'aux extremités des branches. Il y a dans la substance propre de la Plante quantité de Cellules pleines d'un suc tout semblable à celui des Tubules de l'écorce, mais ces cellules ne sont visibles, & peut-être n'existent que dans la circonference exterieure de la substance propre, tout le dedans paroît parfaitement solide & pierreux. Les cellules sont aussi plus grandes & en plus grand nombre vers les extremités des branches, que vers le pied.

Tout cela ensemble paroît prouver suffisamment que toute la structure organique du Corail par rapport à la vegetation consiste dans son écorce, & dans la superficie de la substance coralline, que l'écorce filtre par ses tubules un suc qui se répand entre elle & cette substance, en remplit les cellules, & coule le long des canaux jusqu'aux extremités des branches, & que ce suc s'étant petrifié tant dans les cellules qui environnent la substance coralline, que dans celles des extremités des branches dont la substance n'est pas encore formée, fait croître la Plante tant en grosseur qu'en hauteur. Nous sommes obligés de nous en tenir à cette explication, quoique tres-superficielle & tres-imparfaite en comparaison de celle où M. le Comte Marsigli est entré avec plaisir sur une vegetation si singuliere, qu'il a dévelopée le premier.

Le Corail est rongé par des Vers, dont M. Marsigli a donné la figure, & qu'il fera connoître encore mieux dans son Traité des Animaux de la Mer.

Les Madrepores viennent assés souvent dans les mêmes lieux que le Corail.

Elles changent la plufpart de couleur hors de la mer.

Elles sont communément peu pesantes, & faciles à froisser. Quelques-unes sont fragiles comme du verre; & d'autres le sont encore plus, de sorte qu'on ne peut presque y toucher.

Voilà ce qui regarde les particularités les plus curieuses des Plantes marines des trois Classes, mais nous n'avons point encore touché à leur multiplication, partie essentielle, & tres-obscure de cette Botanique. Pour voir les fleurs ou les fruits ou les graines d'une Plante marine, il faut être doublement favorisé par le hazard, la tirer de la mer par le filet qui ne choisit rien, & la tirer justement dans le temps qu'elle est en fleur ou en graine. Et quoique l'on ait toûjours les Plantes terrestres sous ses yeux & en sa disposition, il y en a encore, comme les Champignons & les Truffes, qui nous cachent depuis un fort long-temps la maniere dont elles se multiplient.

Cependant comme l'assiduité de l'observation force enfin le hazard à être favorable, M. le Comte Marsigli fit en 1707 une découverte qui sera à jamais celebre dans la Botanique Marine. C'est celle des fleurs du Corail. Elles sont blanches, ayant chacune leur pedicule, & huit feüilles, le tout ensemble de la grandeur & de la figure d'un clou de Girofle. Elles sont en tres-grand nombre sur toute la Plante. Elles sortent de tous les Tubules de l'Ecorce, & y rentrent dans l'instant qu'on retire la Plante de l'eau. Si on l'y remet, elle refleurit toute entiere en moins d'une heure, & quelquefois elle se conserve pendant 12 jours en état de faire alternativement ce manege autant que l'on veut, aprés quoi les fleurs prennent la forme d'une petite boule jaune, & tombent au fond de l'eau. La description de ces phenomenes a été faite plus en détail dans le Supplément du Journal des Sçavans de 1707. On a crû long-temps que le Corail n'étoit qu'une pierre, & qu'auroit-on dit de voir cette pierre

toute couverte de fleurs ? Pour nous-mêmes, qui sçavons que c'est une Plante, ces fleurs-là ne laissent pas d'être quelque chose de fort surprenant. Le Corail en eût bien plutôt dû manquer qu'un grand nombre de Plantes terrestres.

Selon l'analogie des autres Plantes, il sembleroit que les petites boules tombées au fond de l'eau devroient contenir la semence du Corail. Cependant M. Marsigli en les ouvrant n'y trouva, ni graine, ni rien qui en approchât, mais seulement un suc gluant semblable à celui de l'Ecorce. D'ailleurs puisque le Corail est attaché au haut d'une Grotte où il vegete de haut en bas, & que les boules tombent par leur poids au fond de l'eau, il seroit difficile qu'elles reportassent les graines en haut si elles les contenoient, à moins cependant qu'elles ne vinssent à diminuer de pesanteur, ou qu'elles ne s'ouvrissent, & ne laissassent remonter les graines plus legeres qu'elles. Mais il vaut mieux ne point deviner, & attendre du temps qu'il éclaircisse le mystere de la semence du Corail, qui ne sera pas plus étonnant que celui des fleurs.

M. Marsigli a trouvé que les petits globules du Lithophiton épineux & sans écorce dont nous avons parlé, s'allongeoient, poussoient deux filaments à leur sommet, & enfin devenoient des especes de fleurs, lorsqu'on tenoit la Plante dans de l'eau de mer, reprenoient leur premiere forme quand on l'en retiroit, & redevenoient fleurs si on l'y remettoit, parfaitement semblables à cet égard aux fleurs du Corail. Cela peut durer deux jours. Ces fleurs, non plus que celles du Corail, ne renferment aucune semence solide.

La Classe des Plantes molles a un peu mieux satisfait la curiosité de M. le Comte Marsigli. Il en a trouvé une sans feüilles, qui avoit de tres-belles fleurs à six feüilles blanches, avec six filaments blancs, & d'assés gros fruits ronds, qui renfermoient chacun six petits grains de semence jaunes, & d'un goût fort piquant. Il a vû une au-

tre Plante qui avoit des gousses vuides, & dont apparemment la graine étoit sortie. D'un autre côté, il lui est venu des fruits détachés de leurs Plantes, un fruit en forme de Figue, où sont renfermées des graines, & une espece de petite Olive qu'on dit être le fruit de l'Algue, & qui a un noyau solide. Il a eu aussi quelques Plantes molles, & particulierement cette *Plante-écorce* dont on a parlé, qui ne lui ont point montré de graine, mais en récompense des fleurs qu'il a vû disparoître & reparoître dans les mêmes circonstances que celles du Corail, & du Lithophiton épineux.

Ainsi on connoît des fleurs à toutes les trois Classes, & des semences à celle des Plantes molles; commencemens déja tres-considerables d'une Botanique marine, que l'on doit à M. le Comte Marsigli, à qui apparemment on devra encore de plus grands progrés de cette partie si inconnuë de la Physique.

DIVERSES OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I.

APrés le grand & cruel Hiver de 1709, plusieurs Laboureurs semerent du Bled en Avril à la place de celui qui étoit mort. Comme ils virent qu'il ne produisoit point d'Epics, la pluspart d'entre eux en couperent la fane & l'herbe vers la S. Jean, & retournerent leurs terres; quelques-uns aprés avoir coupé l'herbe du Bled laisserent quelque petite partie de leur terre sans la retourner, & d'autres ne toucherent point du tout à une partie de leur Bled.

Le Bled dont on avoit coupé l'herbe, & dont la terre n'avoit point été retournée, poussa en 1710, & fut de 10 ou 12 jours plus avancé que les autres Bleds de 1710 se-

més vers la S. Martin 1709. Il fut moins fort, & porta moins de grain, mais un grain plus gros, & meilleur pour les Boulangers.

Le Bled auquel on n'avoit point touché fut fort beau en 1710, & même quelquefois plus beau que celui qui avoit été semé en Autonne 1709. L'un & l'autre de ces deux cas a été verifié en differens lieux.

On voit par-là que du moins en ces païs-cy il faut que le Bled passe un Hiver en terre.

II.

A cette occasion, M. Homberg a dit que si l'on étête des Plantes *annuelles* avant qu'elles portent leur graine, elles la portent l'année suivante, & que c'est un moyen sûr de les rendre *vivaces*.

III.

M. Carré écrivit d'une Campagne où il étoit qu'il y avoit vû du Bled, qu'on appelle *Bled de Mars*, parce-qu'on ne le seme qu'en ce mois-là, & dont par cette raison les Laboureurs devroient avoir provision en cas d'un malheur comme celui de l'Hiver de 1709. Il faut être connoisseur pour le distinguer d'avec le Froment. L'Epi a des barbes, & est assés court. Il est neanmoins fort different d'un autre Bled, qu'on nomme *Bled barbu*. Il résiste mieux que le Froment à l'effort des vents, comme M. Carré attestoit l'avoir vû lui-même. Il fait d'aussi bon pain que le Froment. Cette espece est dispensée de passer un Hiver en terre.

IV.

M. Jaugeon a dit qu'il a vû deux pieds d'Arbre assés éloignés l'un de l'autre par le bas, qui se sont ensuite unis en un seul tronc, jusqu'à n'avoir qu'une écorce commune.

MOnsieur Chomel a donné la Description du *Tribuloïdes vulgare aquis innascens. Inst. rei Herb.* 655.

M. Marchant celles de la Filipendule, du *Flos Solis Indicus Trachelii folio radice repente*, & du *Narcissus silvestris multiplex calice carens*.

UNe maladie de M. Reneaume l'ayant empêché d'imprimer un Memoire sur la Noix de Galle, nouveau Febrifuge qu'il a trouvé, nous renvoyons entierement cette matiere à l'année prochaine.

ARITHMETIQUE.

SUR LES QUARRE'S MAGIQUES.

V. les M. p. 92.

NOus avons déja fait une petite histoire des Quarrés Magiques *. Nous la supposons ici, & tout ce que nous avons expliqué en même temps sur ce sujet. Ils ont suivi la destinée de toutes les autres productions de l'Esprit humain. Leurs commencemens ont été foibles, & ils ont toûjours reçû de nouveaux accroissemens de la main des derniers Mathematiciens qui y ont travaillé. Jusqu'ici M. de la Hire étoit le dernier de tous, maintenant c'est M. Sauveur, & même il y a lieu de croire qu'il le sera toûjours, ou du moins long-temps, car il paroît avoir épuisé pour la plus grande partie une matiere, qui d'ailleurs n'interesse pas beaucoup, & ce qui pourroit encore rester à découvrir coûteroit plus qu'il ne vaut.

* V. l'Hist. de 1705. p. 69. & suiv.

Le principal artifice, celui qui influë sur toute la Magie, & en contient tous les fondemens, consiste à résoudre, comme nous l'avons dit, le Quarré qu'on veut construire en deux Quarrés primitifs. La premiere idée de cette décomposition est dûë à M. Poignard. Il est clair que si l'on veut remplir magiquement les 49 Cellules, par exemple, du Quarré de 7, il sera sans comparaison

plus

plus facile de les remplir d'abord des 7 nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, de maniere qu'aucun ne soit repeté dans une même bande, & ensuite des 7 autres, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42 avec la même condition, que s'il avoit falu embrasser à la fois tous ces 49 nombres, & les arranger magiquement. Non-seulement le travail de l'operation est fort diminué par cette methode, mais on voit beaucoup plus clair à ce qu'on fait, & les démonstrations sautent aux yeux. Aussi M. de la Hire & M. Sauveur ont-ils fait regner cette pratique dans toutes leurs differentes constructions. M. Sauveur appelle les petits nombres 1, 2 &c. 2ds *nombres*, & les grands 0, 7 &c. 1ers *nombres*. Chaque cellule est remplie d'un 1er nombre ajoûté à un 2d.

Il faut pour le Quarré magique de 7, 1°. que chacune des 49 cellules contienne un nombre de la progression depuis 1 jusqu'à 49 different de ceux que contiennent toutes les autres, 2°. que toutes les bandes horizontales, verticales, & diagonales de cellules fassent la même somme.

On satisfait à la premiere condition en ajoûtant successivement chacun des 1ers nombres à chacun des 2ds, & en mettant chaque somme dans une cellule differente. Par-là on a chaque nombre depuis 1 jusqu'à 49 logé à part. Mais il faut bien remarquer pourquoi par ce moyen on a ces 49 differens nombres. Ce n'est pas, comme on le pourroit croire d'abord, parceque les 7 2ds nombres sont en progression arithmetique, ni parceque les 7 1ers y sont aussi, & de plus parceque ces 1ers sont multiples de 7, & ont 7 pour leur difference; c'est précisément parceque 7 difference des 1ers nombres est égale, ou plus précisément encore n'est pas plus petite que 7 le plus grand des 2ds nombres, car elle peut être plus grande autant que l'on voudra. Et il n'est pas besoin non plus que la difference des 1ers nombres soit toûjours la même, ils peuvent avoir des differences inegales, pourvû seulement que la plus petite de ces differences ne soit pas plus petite que le plus grand des 2ds nombres. Ainsi en pre-

nant d'un côté pour 2^ds^ nombres, 1, 3, 4, 7, 8, 12, 13, & de l'autre pour 1ers, 5, 18, 32, 52, 77, 104, 119, ou 5, 19, 33, 53, 78, 105, 120, ou une infinité d'autres, on aura par l'addition des 1ers & 2^ds^ nombres 49 nombres differens.

On satisfait à la seconde condition du Quarré magique par rapport aux bandes horizontales & verticales, lorsqu'on fait ensorte que chacune de ces bandes contienne tous les 7 nombres tant 1ers que 2^ds^, car delà s'ensuit necessairement l'égalité perpetuelle de leurs sommes, & il n'est nullement besoin que les uns ni les autres de ces nombres soient en progression arithmetique, il suffit qu'ils soient les mêmes dans toutes les bandes. On satisfait de la même maniere à l'égalité des deux bandes Diagonales, mais comme il peut arriver que plusieurs nombres y soient repetés, il faut alors que la somme de ceux qui sont repetés soit égale à la somme de ceux dont ils occupent la place. Que s'il n'y a qu'un seul nombre dans une Diagonale, il est necessaire que ce soit un nombre moyen qui multiplié par le nombre des termes fasse un produit égal à la somme de tous les termes, car ce nombre repeté dans toute une Diagonale fera une somme égale à celle de toutes les autres cellules, puisqu'il ne sera repeté qu'autant qu'il y aura de cellules dans toutes les autres bandes, ici, par exemple, 7 fois. Cette proprieté du nombre moyen, qui se trouve dans tout moyen arithmetique, semble exiger que les nombres tant 1ers que 2^ds^ soient en progression arithmetique; cependant elle ne l'exige point. Par exemple, 1, 4, 6, 7, 12, ne sont ni en progression ni en proportion arithmetique, & 6 multiplié par le nombre des termes qui est 5, ne laisse pas d'être égal à la somme de tous les termes qui est 30. On est donc dispensé d'avoir des nombres 1ers ni 2^ds^ en proportion arithmetique, il suffit que le nombre moyen ait la proprieté que nous avons dite. Il n'est pas même necessaire qu'il soit exactement moyen, c'est à dire placé précisément au milieu des autres, car ce n'est pas-là ce qui le rend propre à être repeté dans toute

une Diagonale; ainsi dans ces nombres 1, 4, 6, 7, 17, 7 qui n'est pas au milieu a cependant la proprieté essentielle dont il s'agit. Cette même proprieté peut s'exprimer plus commodément & pour la Theorie & pour le calcul. Les differences de 7 aux nombres inferieurs 1, 4, 6, sont 6, 3, 1, on les appelle *negatives*. Sa difference au seul nombre superieur 17 est 10, & on l'appelle *positive*. La somme des differences negatives du nombre moyen doit être égale à celle des positives, & ici elle est égale à la seule positive, parcequ'elle est seule.

De tout cela il suit qu'au lieu qu'on ne prenoit pour la construction des Quarrés magiques que des nombres en progression arithmetique, & même naturelle, le choix est beaucoup plus libre qu'on ne pensoit. C'est cette liberté reconnuë par M. Sauveur dans toute son étenduë, & avec les seules restrictions absolument necessaires, qui lui a fait naître la pensée de construire les Quarrés magiques par lettres, c'est à dire d'une maniere beaucoup plus générale que l'on n'a jamais fait, & aussi générale qu'il soit possible, car dés que des nombres ont quelque chose de général & d'indéterminé, les lettres sont propres à exprimer toute leur généralité & leur indétermination.

Il a donc des 1eres & 2des lettres qui representent les 1ers & les 2ds nombres. Il est indispensable que la plus petite difference des 1eres lettres soit du moins égale à la plus grande des 2des lettres, & de plus que tant dans les 1eres lettres que dans les 2des il y en ait une moyenne telle que la somme de ses differences negatives soit égale à celle des positives. Aprés cela, il construit un Quarré qui est le modele & le Type d'une infinité de Quarrés, parcequ'on n'a qu'à substituer aux lettres tels nombres que l'on veut dans les deux conditions prescrites.

Cette construction des Quarrés par lettres demande toûjours les Regles communes, necessaires pour rendre égales les sommes de toutes les bandes, mais ces Regles qui n'étoient le plus souvent que particulieres, M. Sau-

veur les rend générales par une plus grande facilité d'apercevoir le général dans des lettres. Differentes Regles qui vont au même effet produisent differentes Methodes pour une même construction, ou plutôt differentes especes de constructions pour une même espece de Quarré. J'appelle *especes* de Quarrés, les Quarrés pairs ou impairs par opposition les uns aux autres. Il seroit à souhaiter qu'on pût démontrer que pour une espece de Quarré, il n'y a qu'un certain nombre de Methodes, ou d'especes de construction.

Tout ce qui a été dit jusqu'ici regarde principalement les Quarrés impairs. Pour les pairs, qui ont toûjours été traités à part, à cause qu'ils sont beaucoup plus difficiles, & qui par cette même raison n'ont presque été qu'effleurés, M. Sauveur ne les peut construire qu'en ajoûtant à ses lettres tant 1eres que 2des la condition qu'elles soient *analogues*, c'est à dire qu'étant prises deux à deux leurs sommes soient toûjours égales. Ainsi dans 1, 5, 6, 10, 11, 15, 1 & 15, 5 & 11, &c. sont analogues. Ces nombres ou lettres sont donc du moins en proportion arithmetique.

La methode des Analogues a cela d'heureux qu'elle comprend aussi les Quarrés impairs. Il ne faut que joindre aux 1eres & 2des lettres analogues destinées à un quarré pair, une 1ere & 2de lettre moyenne, avec la condition que sa nature de lettre moyenne demande. Jusqu'ici on n'avoit point réduit les deux especes de Quarrés sous une methode commune.

Par la construction par *analogie*, on voit d'abord que si l'on a mis dans une cellule une lettre quelconque, il faut mettre dans une autre cellule de la même bande son analogue, & toûjours ainsi de suite. Si le quarré est impair, on peut mettre dans les deux Diagonales au lieu des deux lettres analogues deux lettres moyennes, qui feront toûjours la même somme. Dans ces Quarrés, les Diagonales ne doivent jamais avoir des lettres moyennes qu'en nombre impair, afin que les cellules restantes qui

feront en nombre pair puiſſent être remplis par des analogues qui ne vont que deux à deux.

Chaque lettre devant être autant de fois repetée qu'il y a de cellules dans une bande, il s'enſuit qu'une lettre avec ſon analogue peut remplir deux bandes entieres paralleles, & alors le Quarré eſt par bandes *continuës*; il eſt par bandes *interrompuës*, ſi la même lettre avec ſon analogue eſt répanduë dans plus de deux bandes paralleles. Les bandes continuës peuvent de plus être *correſpondantes*, c'eſt à dire également éloignées des extremités du Quarré, ou non correſpondantes, ou enfin mixtes. M. Sauveur a épuiſé toutes ces differentes conſtructions même dans les Quarrés qu'il appelle *impairement pairs*, c'eſt à dire dont la racine comme 6 ou 10 à deux moitiés impaires. On n'en avoit donné juſqu'à preſent que des cas particuliers.

Si dans une bande quelconque il y a des lettres ſans leurs analogues, M. Sauveur met à la place de ces analogues qui manquent, des *réciproques* qui font la même ſomme.

Si dans un Quarré impair la ſomme des 1eres lettres eſt plus grande ou plus petite que le produit de la moyenne par le nombre des termes, ce qui eſt contre la diſpoſition ordinaire, il faut que la ſomme des 2des lettres ſoit de la même quantité plus grande ou plus petite que ce même produit de ſa moyenne, & c'eſt là ce que M. Sauveur appelle *Quarrés par excedants & par défaillants.*

Il paroît que ces 3 Methodes, *par analogie*, *par réciprocation*, *par excedants & défaillants*, comprennent tout ce qu'on peut jamais obſerver pour entretenir l'égalité perpetuelle des ſommes.

On peut juger que les *Enceintes*, dont nous avons parlé dans l'Hiſt. de 1705, n'échapent pas à une Theorie ſi générale. M. Sauveur y ajoûte même les *Chaſſis* & les *Croix*, que l'on ne connoiſſoit point encore. Les Quarrés *geometriques* entreront auſſi dans cette même Theorie. Il n'y a d'autre changement à faire dans les operations que

celui que la difference de l'arithmetique au geometrique emporte neceſſairement.

Il reſte en cette matiere une curioſité; c'eſt de ſçavoir en combien de façons peut varier un Quarré magique. Quand on en a fait un en 1^{eres} & 2des lettres, & qu'on a fait choix de certains nombres qu'on leur ſubſtituë, il eſt indifferent à quelle lettre on ſubſtituë un certain nombre, ſi ce n'eſt qu'il n'y ait quelque aſſujettiſſement indiſpenſable, comme dans un Quarré impair de ſubſtituer le nombre moyen à la lettre moyenne. On trouve aiſément par les regles des combinaiſons combien il y a de ſubſtitutions libres, & ce ſont autant de variations dont eſt ſuſceptible un Quarré magique compoſé des mêmes nombres. M. Sauveur appelle cela *variation de nombres*. De plus un même Quarré peut être conſtruit par differentes methodes, dont chacune a une certaine quantité de variations de nombres. La ſomme de toutes les *variations de nombres de toutes les methodes* eſt le nombre de toutes les variations que peut recevoir un Quarré magique déterminé, pourvû cependant qu'il n'y ait pas certaines conſtructions d'une methode qui retombent dans celles d'une autre, ce qu'on ne peut pas trop garantir.

A cela prés, il ſeroit à ſouhaiter qu'on eût des formules générales & algebriques pour les variations des Quarrés, & on en auroit 1°. ſi dans chaque Quarré d'une racine differente on pouvoit exprimer le rapport des variations de nombres à la racine, 2°. ſi on étoit ſûr d'avoir toutes les methodes poſſibles pour la conſtruction. Mais ni on ne peut dans chaque methode exprimer toûjours le rapport des variations de nombres à la racine, ni on n'eſt abſolument ſûr d'avoir toutes les methodes. On voit bien qu'il ſeroit tres-difficile d'en imaginer d'autres que celles de M. Sauveur, & que cette difficulté approche fort de l'impoſſibilité, mais enfin ce n'eſt pas-là une certitude de démonſtration.

Cependant M. Sauveur a fait ſur cela ce qui ſe pou-

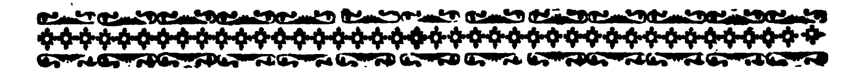
voit faire, & a donné les formules algebriques qui pouvoient être déterminées. On voit par-là, du moins en général, que toutes les variations possibles des Quarrés un peu grands, comme du Quarré de 7, doivent monter à des nombres prodigieux, & que celui de 406425600 constructions que nous avions marqué pour ce Quarré dans l'Hist. de 1705, est bien éloigné d'être exageré.

Une utilité nouvelle des lettres de M. Sauveur, & même agreable, c'est qu'un Quarré en nombres étant donné tout construit, il n'y a qu'à changer ces nombres en lettres 1eres & 2des selon les principes qui ont été établis, & alors on voit par la disposition & l'arrangement des lettres quelle methode a été employée dans la construction de ce Quarré. L'artifice qui se cachoit dans les nombres se découvre necessairement par les lettres, qui contiennent tout le fin & tout le mystere. On le démêle plus facilement, quand les nombres dont on a formé le Quarré sont en progression arithmetique. Ils laissent des traces plus visibles, & il est aisé d'en apercevoir la raison. Ce sont eux aussi qu'il est le plus naturel d'employer, & les seuls qu'on ait employés jusqu'ici. Par-là M. Sauveur a eu le plaisir de découvrir à laquelle de ses methodes se rapportoient les Quarrés construits par les Auteurs qui l'ont précedé.

Enfin à tout cela il ajoûte les *Cubes magiques*, espece d'enchantement toute nouvelle. 27 est un Cube, qui peut être conçû comme composé de 27 petites cellules cubiques, dont chacune a 3 pour racine, & on peut concevoir que chacune de ces cellules porte ou renferme un nombre different de ceux de toutes les autres. Si les nombres de toutes les bandes de cellules soit horizontales soit verticales, & de plus des 6 bandes de cellules qui sont dans les 6 Diagonales du Cube, font toûjours une même somme, ou un même produit, le Cube sera magique, soit arithmetique, soit geometrique.

Il faut trois lettres ou nombres pour un Cube, au lieu qu'il n'en falloit que deux pour un Quarré. Mais nous

ne poufferons pas plus loin cette fpeculation, que M. Sauveur ne regarde lui-même que comme une fimple recreation mathematique. C'eft dommage qu'il n'y ait que trois dimenfions dans la nature, on voudroit auffi difpofer toutes les autres magiquement.



ALGEBRE.

SUR LA CONSTRUCTION DES EGALITÉS.

V. les M. p. 7.

* p. 110. & fuiv.

* p. 73. & fuiv.

* p. 71. & fuiv.

* p. 52. & fuiv.

LA Regle de M. Defcartes pour la conftruction des Egalités ou Equations déterminées a été expliquée dans les Hift. de 1705 * & de 1707 *, & les objections de M. Rolle contre cette Regle dans les Hift. de 1708 * & & de 1709 *. Elles ont réveillé les idées de M. de la Hire fur cette matiere qu'il avoit traitée dans un petit Livre imprimé en 1678, où il fuivoit les idées de M. Defcartes, & de M. Sluze, qui avoit bâti fur celles de Defcartes. Il n'a pû fe rendre aux objections de M. Rolle, ni fe perfuader qu'il y eût des erreurs dans des operations qu'il croit fondées fur des démonftrations geometriques. Mais il eft entré dans un examen plus ample, qui lui a valu quantité de vûës, nouvelles non-feulement par rapport à celles qu'il avoit déja données au Public, mais encore par rapport à tout ce que l'on fçavoit jufqu'ici fur ce fujet.

1°. M. de la Hire prétend que ce qu'on appelle la Regle de Defcartes n'eft point proprement une Regle que ce grand Auteur ait propofée dans les formes. Ce font plutôt quelques exemples de conftruction qui lui fuffifoient alors, mais dont il eft vrai qu'on peut tirer, & dont

dont on a tiré effectivement une bonne Regle. L'Inventeur n'a point touché aux difficultés qu'on pouvoit trouver dans l'application, & il y a beaucoup d'apparence qu'il a voulu se conserver une partie de son secret.

2°. Il a suffisamment insinué lui-même que dans ces Constructions le choix du premier Lieu n'étoit pas entierement arbitraire, & cependant de fort habiles Geometres semblent avoir crû depuis qu'il l'étoit. On est obligé d'accorder à M. Rolle qu'il ne l'est pas, & il aura toûjours empêché le progrés de cette erreur dans la Geometrie, mais la veritable idée de Descartes ne laisse pas de demeurer en son entier.

3°. La Regle telle qu'on la prend d'ordinaire peut jetter dans des inconveniens, dans des difficultés, dans des impossibilités même, mais tout cela n'est qu'apparent. Il faut sçavoir ne pas prendre pour un écueil ce qui n'en est pas un, ou si c'en est un, il faut sçavoir l'éviter avec adresse. Voilà surquoi roulent les principales découvertes de M. de la Hire, & nous allons donner ici les exemples les plus instructifs de ses nouveaux Préceptes.

Il propose quelques cas où en operant selon la Regle, on peut pour construire une Equation déterminée, ou en trouver les Racines, se contenter d'une Courbe, & d'une ligne droite, qui ne se coupant qu'en deux points ne donneront que deux Racines de l'Equation déterminée, qui cependant en a quatre. La Courbe & la ligne droite ont été bien prises, il est certain même qu'elles doivent donner la construction; où est donc l'erreur? C'est qu'au lieu d'une simple ligne droite, il falloit prendre deux Hiperboles opposées devenuës lignes droites.

Telle est la nature de l'Hiperbole, ou des Hiperboles opposées, que quand le *premier* Axe, c'est à dire, celui qui se termine aux deux sommets, est plus petit par rapport à son *conjugué* qu'on appelle le *second*, il s'ensuit que l'angle des Asimptotes entre elles en est plus grand, que celui qu'elles font avec le second Axe est plus petit, & qu'elles s'en approchent davantage, & que les Ordon-

nées de differentes Hiperboles correſpondantes à des Abſciſſes égales, ſont plus grandes; de ſorte que ſi le ſecond Axe devient infini, le premier qui eſt déterminé étant toûjours le même, les Aſimptotes ſe confondent avec le ſecond Axe, & les Hiperboles dont les Ordonnées ſont devenuës infinies, ne ſont plus que deux lignes droites infinies, paralleles aux Aſimptotes & au ſecond Axe, & rencontrées perpendiculairement par le premier, qui meſure leur diſtance. C'étoient ces deux droites qu'il falloit prendre au lieu d'une ſeule, elles coupent la Courbe en quatre points. Et ce qui marque la neceſſité de les prendre, c'eſt que le Lieu à la ligne droite que l'on a eſt un Quarré inconnu égal à un Quarré connu. Or un Quarré a toûjours deux Racines égales, affectées des deux Signes contraires.

Voici quelque choſe de plus remarquable. M. Rolle avoit fait voir que quoique les Racines égales ne ſe doivent trouver ſelon la Regle de Deſcartes qu'aux points d'attouchement des Courbes, les trois racines égales d'une Equation conſtruite par une Parabole, & par une Hiperbole ſe trouvoient à un point d'interſection. Certainement la difficulté étoit des plus conſiderables, tout paroiſſoit renverſé. Mais M. de la Hire diſſipe cette apparence de défectuoſité dans la Regle, en démontrant que dans le point où les deux Courbes ſe coupent elles ont une Tangente commune. Or il eſt conſtant en Geometrie qu'un point d'attouchement en vaut deux d'interſection; ces deux ſuppoſés, & celui d'interſection veritable, c'en ſont trois, & ces trois ne doivent donner, & ne donnent effectivement qu'une ſeule Ordonnée ou Racine, équivalente à trois égales.

Cependant cette réponſe elle-même n'eſt pas ſans de grandes difficultés. Car quoique M. de la Hire démontre que les deux Courbes ont une Tangente commune à leur interſection, il eſt bien ſûr qu'elles ne ſe touchent pas, puiſqu'au contraire elles ſe coupent, & pourquoi, de quel droit, ſuppoſe-t-on qu'un point qui n'eſt pas

d'attouchement vaut deux points? Il n'en doit valoir qu'un, puiſqu'il n'eſt que point d'interſection. Il faudroit pour en valoir trois qu'il fût en même temps point d'attouchement & d'interſection, ce qu'il n'eſt pas & ne peut être. D'ailleurs comment eſt-il poſſible que deux Courbes ayent une Tangente commune ſans ſe toucher, & qu'elles ſe coupent ayant une Tangente commune? On voit toûjours que quand deux Courbes ſe touchent, elles ont la même Tangente, & que ſi elles ſe coupent leurs Tangentes ſe coupent auſſi, & par conſequent ſont differentes, & cela paroît abſolument neceſſaire. Il reſte donc beaucoup d'éclairciſſemens à deſirer, même dans une choſe démontrée. Nous allons tâcher de les donner ſelon la Geometrie des Infiniment petits, qui ſeule peut aller à ces ſortes de fineſſes.

Une Courbe quelconque étant conçûë comme un Poligone d'une infinité de côtés infiniment petits, chaque côté fait avec celui qui le précede ou le ſuit un angle obtus, non pas de 180 degrés, car alors les deux côtés ſeroient poſés bout à bout en ligne droite, ce qui n'arrive que dans des points d'*Inflexion*, mais un angle infiniment peu different de 180, de ſorte que ſon complément à 180 eſt un angle aigu infiniment petit. Les Anciens qui ont appellé *angle de contingence* celui qu'une Tangente de Cercle fait avec ſa circonference, ont entendu par-là cet angle aigu, qu'ils ne connoiſſoient pourtant pas auſſi diſtinctement qu'ils euſſent fait par nôtre Geometrie moderne, & quand ils ont démontré qu'il ne pouvoit paſſer par le point d'attouchement aucune ligne droite entre la Tangente d'un Cercle, & ſa circonference, ils ont ſenti & reconnu l'infinie petiteſſe de l'angle de contingence, puiſqu'ils le trouvoient indiviſible. Cependant cet angle infiniment petit, & par conſequent indiviſible en parties finies, eſt diviſible en parties du même genre de petiteſſe que lui, il peut être 2 fois, 3 fois, & à l'infini plus petit, & delà vient que ne pouvant être diviſé par aucune ligne droite, il le peut être par

une infinité de circonferences toûjours plus grandes, qui le rendront toûjours plus petit. Un côté du Poligone infini peut donc faire avec celui qui le précede un angle de contingence different de celui qu'il fait avec le côté qui le suit, & même cela est ainsi dans toutes les Courbes, horsmis dans le Cercle.

Il faut encore supposer deux choses, 1°. que les Tangentes des Courbes ne sont que leurs côtés infiniment petits prolongés, 2°. que ces côtés peuvent être eux-mêmes conçûs comme composés d'infiniment petits *du 2^d^ genre*.

Quand deux Courbes se rencontrent de quelque maniere que ce soit, elles ont quelque partie commune. Si cette partie n'est que l'infiniment petit d'un de leurs côtés infiniment petits, & c'est tout ce qu'il peut y avoir de moins, les deux côtés qui n'ont rien de commun que cet infiniment petit du 2^d^ genre, se coupent donc en ce point, & par consequent les Tangentes & les Courbes s'y coupent aussi. Si la partie commune est un côté infiniment petit du 1er genre, il faut voir comment il est posé dans les deux differentes Courbes ausquelles il apartient, ici, par exemple, dans la Parabole, & dans l'Hiperbole. S'il y est posé de maniere qu'il fasse dans la Parabole avec les deux côtés dont l'un le précede, & l'autre le suit deux angles de contingence plus grands que ceux qu'il fait dans l'Hiperbole avec les deux côtés voisins, il est évident que la Parabole & avant que d'avoir le côté commun, & aprés, sera au dedans de l'Hiperbole, c'est à dire, que ces deux Courbes se toucheront. Ce seroit la même chose renversée si les deux angles de contingence du côté commun étoient plus petits dans la Parabole que dans l'Hiperbole. Mais si le côté commun fait avec le côté qui le précede dans la Parabole un plus petit angle de contingence que celui qu'il fait avec le côté qui le précede dans l'Hiperbole, & si en même temps il fait avec le côté qui le suit dans la Parabole un plus grand angle que celui qu'il fait avec le côté qui le suit

dans l'Hiperbole, ou si c'est le contraire, la Parabole ayant été au dehors de l'Hiperbole viendra à être au dedans, ou au contraire, & par conséquent elles se couperont. Si à cette explication des intersections & des attouchements, on veut ajoûter celle des *baisements*, qui est dans l'Hist. de 1706 *, on aura toutes les manieres dont les Courbes peuvent se rencontrer.

* p. 91. & 92.

Il est donc visible qu'un côté infiniment petit du 1er genre commun à deux Courbes ne les détermine pas necessairement à se toucher, mais seulement à avoir une même Tangente, soit qu'elles se touchent ou non. D'une autre part, tout point d'attouchement vaut deux points, parceque si l'on imagine qu'une Corde qui coupe une Courbe, un Cercle, par exemple, en deux points, devienne toûjours plus petite, elle coupera toûjours la Courbe en deux points quelque petite qu'elle soit, & par conséquent lors même qu'elle le sera infiniment, & alors elle sera un côté infiniment petit de la Courbe, & une Tangente, si on la prolonge. Par-là, on conçoit qu'un point d'attouchement en vaut deux d'intersection, puisque ce sont deux points d'intersection auparavant éloignés, & qui se sont infiniment rapprochés. Mais cette valeur d'un seul point vient précisément, non de ce qu'il est point d'attouchement, mais de ce qu'il est formé de deux points infiniment rapprochés, & par conséquent il aura toûjours cette même valeur si sans être point d'attouchement il peut être formé de la même maniere. Or tout côté infiniment petit du 1er genre peut être conçû comme ayant été Corde qui a coupé la Courbe en deux points, donc tout côté infiniment petit du 1er genre commun à deux Courbes vaut deux points, soit qu'à ce côté-là il se fasse un attouchement des deux Courbes, ou une intersection, ce qui lui est indifferent.

S'il s'y fait un attouchement, les deux Courbes n'ont plus absolument de partie commune, & ce point n'en peut valoir que deux. Mais s'il se fait une intersection, elle ne se peut faire que les deux Courbes n'ayent encore

quelque partie commune que l'interſection demande neceſſairement, & qui n'eſt point le côté infiniment petit du 1er genre, puiſqu'il eſt indifferent à l'attouchement & à l'interſection. Cette nouvelle partie commune ſera un infiniment petit du 2d genre, qui donnera un troiſiéme point. Ainſi voilà les trois points trouvés aſſés diſtincts les uns des autres, & toutes les difficultés éclaircies.

On voit même pourquoi le cas propoſé eſt rare, & pourquoi il a ſurpris quand il s'eſt preſenté. Ce ſont les angles de contingence plus grands ou plus petits, qui rendent la courbure des Courbes plus grande ou plus petite, & ils varient continuellement dans toutes, horſmis dans le Cercle ſeul. Deux Courbes ayant dans une conſtruction une origine commune, ou du moins deux origines peu éloignées, il eſt aſſés naturel que dans leurs parties correſpondantes la courbure de l'une ſoit toûjours ou plus grande ou plus petite que celle de l'autre, & que par conſequent ſi elles ſe rencontrent, elles ſe coupent ou ſe touchent ſimplement. Il faut pour le cas propoſé qu'elles ſe rencontrent juſtement au point où la courbure de l'une ayant été plus grande ou plus petite que celle de l'autre vient à être le contraire de ce qu'elle étoit, & que de plus elles s'y rencontrent de maniere à avoir un infiniment petit du 1er genre commun, & non pas du 2d. Ces deux conditions ne doivent ſe trouver que rarement enſemble. La premiere ſeule doit même être rare.

Aprés cette digreſſion, qui peut être pardonnée à la nouveauté du ſujet, & à la neceſſité de le déveloper, reprenons la matiere principale. Si dans le cas que nous venons de voir, un ſeul point donne plus de Racines qu'il ne ſemble en pouvoir donner, il y en a d'autres où l'on trouve plus de Racines que l'on n'en cherche, ou que l'on n'a beſoin d'en trouver. M. de la Hire en donne un exemple dans la Triſection de l'angle*.

* V. les M. p. 200.

Ce Problême ſe réduit toûjours à une Equation determinée du 3eme degré, & M. de la Hire la conſtruit par le

Cercle même dont il faut diviser un arc déterminé en 3 parties égales, & par une Hiperbole ou plutôt par deux Hiperboles équilateres entre leurs Asimptotes. Ces Hiperboles coupent le Cercle en 4 points, & déterminent 4 Racines.

D'abord on pourroit peut-être penser qu'il y auroit une racine de trop, puisque l'Equation que l'on construit n'en a que 3, mais une Equation du 3eme degré se construisant par les mêmes Lieux qu'une du 4eme, il faut que la construction de ces deux Equations donne également 4 racines. Ce qui remedie à l'excés dans celle du 3eme degré, c'est que l'on voit aussi tôt, comme dans le cas proposé, qu'une des 4 racines est la même, & ne fait rien de plus qu'une des quantités connuës & données dans l'operation, & par consequent n'est pas une des grandeurs inconnuës que l'on cherche. Si l'équation avoit été veritablement du 4eme degré, cette égalité ne s'y fût point trouvée. Il y a toûjours selon une progression rapportée dans l'Hist. de 1707 * un certain nombre d'Equations déterminées de differents degrés, qui se construisent par deux Lieux du même degré, & il est bon de remarquer ici que dans l'Equation moins élevée il doit toûjours arriver par rapport à celle qui l'est davantage quelque chose de semblable ou d'équivalent à ce que nous venons d'expliquer dans le cas dont il s'agit.

* p. 74.

Il reste donc dans ce cas 3 racines ou 3 points d'intersection à considerer. Quand on veut diviser en 3 un arc quelconque, par exemple de 40 degrés, on a necessairement sa corde, & c'est d'une de ses extremités que doit commencer la division. Ainsi il suffiroit d'avoir sur cet arc un point où dût se terminer la premiere des 3 petites cordes égales qui diviseront l'arc. Il suffiroit donc que la construction donnât ce point, & les deux autres qu'elle donne paroissent inutiles. Mais la corde donnée de l'arc de 40 est la même que celle de son complément à 360, qui est l'arc de 320, & le Problême est autant la trisection de l'arc de 320, que celle de l'arc de 40. Il

faut un point pour chaque arc, & en voilà déja deux d'utiles.

Le tiers d'un arc ajoûté au tiers de l'autre qui lui eſt contigu eſt le tiers de la ſomme des deux arcs, ou du Cercle entier, & par-là le Cercle même eſt diviſé en trois, ce qui dans la même conſtruction produit une ſolution nouvelle. Mais ſi la ſomme des deux arcs y eſt diviſée en trois, leur difference doit l'être auſſi, & c'eſt ce que le troiſiéme point d'interſection execute. De ces 3 points, & des diviſions qu'ils donnent naît encore la triſection de la moitié de la difference des deux arcs.

Cette conſtruction ſi riche & ſi abondante en ſolutions, n'en produit point d'inutiles, quoiqu'elle en produiſe plus qu'on n'en cherchoit; car ou l'on les cherchoit ſans le ſçavoir, c'eſt à dire qu'elles tenoient neceſſairement à ce qu'on cherchoit, ou elles apartiennent au Problême tourné de plus de ſens, & plus compliqué qu'on ne l'enviſageoit d'abord. M. Deſcartes dans la ſolution du même Problême qu'il a donnée par une autre voye, a laiſſé une de ſes Racines ſans en marquer l'uſage, mais ce n'eſt pas à dire qu'elle fût oiſive, quoique peut-être l'uſage en fût difficile à apercevoir. Non-ſeulement on fait tout ce qu'on vouloit faire, mais on fait ſouvent plus qu'on ne penſoit, & ſouvent même il faut beaucoup de reflexion pour comprendre juſqu'où va tout ce qu'on a fait.

A l'occaſion de ce Problême, M. de la Hire donne une nouvelle formule fort ſimple & fort aiſée à démontrer pour la Section indéfinie des Arcs circulaires. Nous avons parlé dans les Hiſt. de 1702 *, & de 1707 * de cette ſection indéfinie, & des ſolutions qu'on en a données.

* p. 58. & ſuiv.
* p. 75. & 76.

M. de la Hire remarque qu'il y a des Conſtructions qui donnent des Racines repetées. Ce défaut apparent de la Regle en eſt effectivement une perfection; car cela n'arrive que lorſque les Lieux dont on ſe ſert ſont trop élevés, & que de leurs Equations on en déduiroit une

Equation

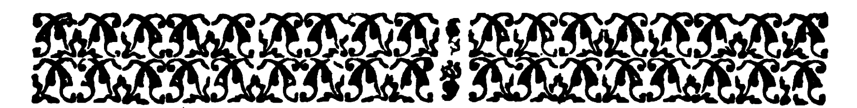
Equation déterminée d'un degré plus élevé que la proposée.

Il y a certaines operations trompeuses dont il faut se défier. Par exemple, si on a une Courbe exprimée par une certaine Equation, & que l'on quarre ou que l'on cube cette Equation, on croira avoir une Courbe d'un degré plus élevé, & differente de la premiere; quelquefois cependant ce n'est que la même, & par consequent on n'aura que le même nombre d'interſections de cette Courbe avec une autre ligne, quoiqu'on se fût peut-être proposé d'en avoir davantage.

Quelquefois ce nombre est trop petit, parcequ'on n'a pas construit la Courbe qu'il falloit, quoiqu'on l'ait employée dans les operations, & c'est là un des principaux défauts où l'on tombe. Par exemple, on aura pris d'abord pour premier Lieu une Parabole cubique, qui est fort simple, & fort en usage. On n'aura pû s'en servir pour le second Lieu sans la quarrer, & ensuite quand on vient à la construction de l'Equation proposée, on emploïe pour un des deux Lieux la Parabole cubique telle qu'on l'a prise d'abord, au lieu de l'emploïer *cubique-quarrée*, comme elle est entrée dans les operations, ce qui auroit donné une autre Courbe, ou du moins la même Courbe avec plus de *Rameaux*, & un plus grand nombre d'interſections avec le second Lieu.

M. de la Hire ne compte pas pour un défaut de la Regle que l'on ne trouve aucune racine de l'Equation, quand même les Lieux qu'on a pris seroient les plus simples qu'il soit possible, si d'ailleurs ils n'ont par eux-mêmes aucune des racines cherchées. Il veut qu'on les prenne tels, qu'ils puissent contenir ce qu'on leur demande. Ainsi le plus sûr est, selon lui, de construire une Equation par deux Courbes qui comme la Parabole ayent des Ordonnées depuis Zero jusqu'à l'Infini, tant positives que negatives, car dans ce nombre infini d'Ordonnées de toutes grandeurs, & de toute espece se trouveront celles qui exprimeront les Racines de l'Equation propo-

sée. Un Cercle ou toute autre Courbe bornée pourroit les manquer. Il est vrai que ce seroit-là une restriction tres considerable à la Regle, & qu'elle perdroit infiniment de son universalité, ce qui est une des prétentions de M. Rolle, mais rien n'oblige à lui conserver la gloire de cette universalité prétenduë, & il ne s'agit que de sa verité.



GEOMETRIE.

SUR UNE INTEGRALE DONNE'E PAR M. LE MAQUIS DE L'HOPITAL. OU SUR LES PRESSIONS DES COURBES EN GENERAL.

V. les M. p. 158. * p. 78. & suiv.

L'Hist. de 1700 * a expliqué en quoi consistoit le Problême de *la Courbe qu'un Corps qui la décriroit en descendant librement presseroit dans tous ses points d'une force toûjours égale à celle de sa pesanteur absoluë.* Feu M. le Marquis de l'Hôpital en résolvant ce Problême se servit d'un tour d'*integration* adroit & singulier, dont il borna l'usage à ce qu'il avoit alors entrepris. Mais M. Varignon, dont le zele pour la gloire de ce grand Geometre lui fait dire *qu'il ne prétend presque rien donner ici de lui*, montre que ce même tour, ou cette même *Integrale* peut aller beaucoup plus loin, & s'étendre à tous les Problêmes, où, comme dans celui de M. de l'Hôpital, il s'agit de pressions causées sur des Courbes par la pesanteur & par

la force Centrifuge d'un Corps qui les décrit en tombant librement. Il faut se rappeller ici ce qui a été dit sur la force Centrifuge dans l'Hist. de 1706 *, & sur les pressions des Courbes dans celle de 1708 *. Ces principes supposés, nous allons donner une ébauche de la Theorie de M. Varignon.

* p. 56. & suiv.
* p. 84. & suiv.

En suivant la route que M. de l'Hôpital avoit ouverte, il donne en général la Courbe toûjours pressée selon telle puissance qu'on voudra des hauteurs d'où le Corps sera tombé à chaque instant. On suppose d'ordinaire que les vitesses acquises à chaque instant par un Corps qui tombe sont comme les racines des hauteurs d'où il est tombé depuis l'origine de sa chute, & par consequent si les pressions sont comme ces hauteurs, elles sont comme les quarrés des vitesses, si elles sont comme les quarrés des hauteurs, elles sont comme les 4emes puissances des vitesses, &c. les hauteurs sont les Ordonnées de la Courbe générale.

Tant que l'on y suppose les pressions variables, ce qui comprend tous les cas possibles, horsmis le seul où elles sont constantes, on voit que la Courbe ne peut avoir une derniere Ordonnée infinie, car elle devient *imaginaire* dés qu'on lui en veut donner une. Il ne peut donc y avoir de pression infinie, & cela s'accorde avec ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1706, que la force centrifuge ne peut être *réellement* & physiquement infinie, non plus que la pesanteur qui n'est elle-même qu'une force centrale. Puisque ces deux forces finies font la pression, il est necessaire qu'elle ne soit jamais que finie. Quand une Courbe devient imaginaire, c'est à dire que non seulement il n'y a plus alors de Courbe, mais qu'il ne peut pas même y avoir de ligne droite, & en effet la ligne droite ne peut être décrite dans le cas present, puisque la force centrifuge qu'on y suppose n'en fait jamais décrire une, & qu'au contraire sa fonction perpetuelle est d'en détourner le Corps.

Si dans la Courbe générale de M. Varignon on sup-

pose les pressions constantes, ce qui est le cas de M. de l'Hôpital, on voit naître deux Courbes particulieres, l'une imaginaire, l'autre réelle. Il peut paroître bisarre que la même supposition produise ces deux Courbes d'une nature entierement opposée, mais voici d'où cela vient, & il n'arrive par le Calcul que ce qui doit arriver selon la simple Metaphisique. Les pressions peuvent être constantes en deux manieres. Elles le seront, si l'action tant de la pesanteur que de la force centrifuge est constante. L'action de la pesanteur ne peut être toûjours la même que sur une ligne droite, ou horizontale, ou inclinée; mais dés que la ligne est droite la force centrifuge n'agit plus, donc il y a contradiction que les pressions soient constantes de cette façon, & la Courbe est imaginaire. Mais si l'action de la pesanteur, & celle de la force centrifuge varient de maniere que toutes deux ensemble elles soient toûjours égales à une quantité constante, ainsi que nous l'avons expliqué dans l'Hist. de 1708, la Courbe, qui est celle de M. de l'Hôpital, est réelle. La variation perpetuelle des deux causes demande que les vitesses, & par consequent les hauteurs, ou les Ordonnées de la Courbe varient, & delà il suit que ces Ordonnées ne peuvent plus être comme des pressions constantes. Il peut donc y avoir, & il y a effectivement une derniere Ordonnée infinie, qui represente une vitesse & non pas une pression infinie, & de toutes les Courbes envelopées dans la Courbe générale elle est la seule qui ait une pareille Ordonnée.

Il faut remarquer que dans la supposition des pressions constantes, la Courbe n'est imaginaire que parceque l'on conçoit la pesanteur & la force Centrifuge constantes, & de plus agissant ensemble. Mais si l'on conçoit la pesanteur agissant seule, la Courbe deviendra une ligne droite réelle, horizontale, ou inclinée, comme nous l'avons dit.

Puisque les pressions étant inégales, la Courbe générale ne peut avoir d'Ordonnée infinie, ou ce qui revient

au même, s'étendre à l'infini, les Courbes particulieres qu'elle produira seront *bornées*. Ainsi si les pressions doivent être comme les racines des hauteurs, ou comme les vitesses, on a la Cycloïde trouvée par M. Parent en 1706. Si les pressions sont comme les hauteurs ou les quarrés des vitesses, c'est le Cercle de M. Saurin trouvé dans la même année. Si les pressions sont comme les quarrés des hauteurs, c'est l'*Elastique* de feu M. Bernoulli * &c.

* V. l'Hist. de 1705. p. 133. 134. & 144.

M. Varignon pour étendre encore plus sa Theorie, & l'usage de l'Integrale de M. de l'Hôpital, suppose ensuite que les pressions, toûjours proportionnées aux puissances quelconques des hauteurs, ne soient causées que par la seule force Centrifuge, & il trouve une seconde Courbe générale presque entierement semblable à la premiere, & il est visible qu'elle doit l'être, puisque la pesanteur & la force centrifuge étant de la même nature, toutes deux, par exemple, incapables d'Infini, la somme des deux, ou une seule ne doivent produire que les mêmes effets pour la génération d'une Courbe. Aussi les Courbes particulieres de ce second cas se trouvent-elles les mêmes que celles du premier.

Si à la supposition de la force centrifuge agissant seule on ajoûte qu'elle soit constante, il naîtra deux Courbes, l'une réelle, l'autre imaginaire, nouvelle bisarrerie apparente du Calcul, que nous pouvons encore justifier, pourvû que nous remontions jusqu'à la premiere idée de la force centrifuge.

Elle est d'autant plus grande, ou pour parler plus précisément, elle agit d'autant plus à un point quelconque d'une Courbe que le Corps qui tombe a plus de vitesse, & que la Courbe est plus courbe en ce point-là. La vitesse se mesure par la hauteur d'où le Corps auroit dû tomber pour l'acquerir, & cette hauteur est comme le quarré de la vitesse acquise. Une Courbe est d'autant plus courbe à un point quelconque que le Rayon de sa Dévelopée y est plus petit. Donc l'action de la force centrifuge à un point quelconque est le quarré de la vi-

tesse divisé par le Rayon de la Dévelopée, ou, ce qui est la même chose, le rapport d'une de ces grandeurs à l'autre. Ce rapport peut être constant en deux manieres; ou les deux grandeurs dont il est formé le seront chacune, ou toutes deux varieront toûjours selon la même proportion. Si c'est la premiere maniere, & si par consequent la vitesse est constante, les Ordonnées de la Courbe sont toûjours égales, c'est à dire qu'elle n'est plus une Courbe, ni même une ligne droite à cause de la force centrifuge supposée. Mais si le rapport varie de la seconde maniere, les vitesses & par consequent les Ordonnées sont inégales comme il faut qu'elles le soient, & on a une Courbe tres-réelle. Voilà tout le mystere. Le Calcul ne donne que les effets, & souvent envelope & cache les causes.

Il reste encore deux suppositions de M. Varignon, l'une que la Courbe ne soit pressée que par la seule pesanteur; l'autre que la pression causée par la pesanteur soit à celle de la force centrifuge en telle raison qu'on voudra, mais ni l'une ni l'autre ne nous donne lieu à de nouvelles reflexions, & ce que nous avons dit des Courbes nées des deux premieres suppositions enferme tout ce que nous pourrions dire de celles-cy.

SUR LES FORCES CENTRALES INVERSES.

V. les M. p. 519. & 533.

TOut ce que nous avons dit jusqu'à present sur le Problême des forces Centrales ne regardoit que ce Problême *direct*, c'est à dire qu'une Courbe étant donnée il s'agissoit de sçavoir quelle étoit à chaque point de cette Courbe l'action de la force centrale; par exemple, si un Corps décrivoit une Section Conique, & que la force centrale le tirât ou le poussât vers un foyer, il falloit trouver que cette action à chaque point de la

Section étoit en raison renversée des quarrés de la distance de chaque point au foyer. Maintenant le Problême est *inverse*; la force centrale étant donnée il faut trouver la Courbe; si l'on sçait que les actions de cette force sur une Courbe sont en raison renversée des quarrés des distances de chaque point de la circonference au point où elle tend, il faut déterminer que cette Courbe est une Section Conique.

Le Problême direct ne demande que le Calcul Differentiel, l'Inverse demande le Calcul Integral. Car dans le direct on exprime la force Centrale par les infiniment petits d'une Courbe en général, qui sont ensuite specifiés par la Courbe donnée; mais dans l'inverse, avec ces infiniment petits ainsi specifiés on cherche la Courbe dont ils sont infiniment petits, ce qui dépend indispensablement de quelque integration.

Nous avons déja fait sentir dans l'Hist. de 1702 * la difference du Calcul Differentiel & de l'Integral. L'un differentie tout, mais l'autre n'integre pas tout, soit que tout ne soit pas integrable en soi-même, soit que ce qui l'est en soi-même ne le soit pas toûjours pour nôtre Art, ou ne le soit qu'avec de trop grandes difficultés.

* p. 61.

M. Herman Professeur en Mathematique à Padouë, & M. Bernoulli ayant travaillé au Problême inverse des forces centrales, M. Varignon qui avoit tant manié le direct, voulut voir si les formules qu'il en avoit données, & qui étoient toutes des expressions de forces centrales où entroient les infiniment petits des Courbes, souffriroient l'integration. Il eut le plaisir de voir que de 18 de ces *formules* générales, 14 s'integroient assés facilement, & retomboient dans les solutions de Mrs Herman & Bernoulli trouvées par d'autres voyes. Cette integrabilité facile est un bonheur, dont on n'a qu'à joüir, quand il s'offre naturellement; sinon, il faut sçavoir éviter les écueils qui se presenteroient d'un côté, & essayer de se tourner de quelque autre, & c'est ce que M. Bernoulli a pratiqué avec beaucoup d'adresse dans la route qu'il avoit prise.



ASTRONOMIE.

SUR LE MOUVEMENT DE LA LUNE.

V. les M. p. 292.

LA proximité de la Lune a donné aux Astronomes la commodité d'observer sûrement & exactement la variation de la grandeur apparente de son diametre, qui suit necessairement la même proportion que la variation de ses distances à la Terre. Ainsi son plus petit diametre apparent étant de 29′ 30″, & le plus grand de 33′ 30″, ce qui est selon la raison de 177 à 201, si la plus grande distance de la Lune à la Terre est 201, la plus petite sera 177.

Delà il suit que si l'on suppose que la Lune décrive une Ellipse dont la Terre occupe un des foyers, le grand Axe de cette Ellipse sera 378, somme de 177, & de 201, & la distance des foyers 24, ce qui donne 12 pour la distance d'un des foyers au centre, & pour le petit Axe un nombre irrationel un peu plus grand que 376. Si l'on a d'ailleurs par la parallaxe de la Lune sa distance à la Terre évaluée en demi-diametres de la Terre, tous ces nombres se changeront en d'autres qui auront rapport à la grandeur absoluë de ce demi diametre de la Terre qui est de 1500 lieuës. Ainsi au lieu de 177 & de 201 on aura, selon M. de la Hire, 5597 & 6356 qui auront le même rapport, & dont chaque unité vaut une centiéme partie du demi-diametre de la Terre, c'est à dire 15 lieuës.

L'Ellipse de la Lune étant donc établie & déterminée sur le fondement de la variation apparente de son diametre,

metre, il eſt certain que ſon mouvement, fût-il égal & uniforme en lui-même, doit paroître inégal à la Terre placée dans un foyer, & que cette inégalité doit dépendre de la nature de l'Ellipſe, ou ce qui eſt la même choſe, du rapport de la diſtance de ſes foyers au grand Axe; car ſi la diſtance des foyers devenoit nulle, c'eſt à dire que l'Ellipſe devînt Cercle, un mouvement qui ſeroit égal, le paroîtroit auſſi, & ſi cette diſtance devenoit égale au grand Axe, l'Ellipſe ne ſeroit plus qu'une ligne droite ſur laquelle le mouvement paroîtroit le plus inégal qu'il ſoit poſſible. Puiſque le mouvement de la Lune nous paroît inégal d'une certaine inégalité déterminée par la nature particuliere de l'Ellipſe, il faut, ſelon ce qui a été dit dans l'Hiſt. de 1704 *, trouver pour chaque point de l'Orbite de la Lune quelle eſt la difference de ce mouvement inégal, qui eſt *l'apparent* ou *le vrai*, à un mouvement feint qui ſeroit égal & qu'on appelle *moyen*. Cette difference eſt l'*Equation du centre* de la Lune.

* p. 65. & 66.

Les Aſtronomes appellent *Anomalie* un arc quelconque de l'Orbite d'une Planete depuis ſon Aphelie, ſi ſon mouvement ſe rapporte au Soleil, ou depuis ſon Apogée, s'il ſe rapporte à la Terre, ce qui n'eſt que pour la Lune ſeule. Ils comptent auſſi l'Equation du centre depuis l'Aphelie ou l'Apogée, & ſuppoſent que la Planete parte de l'un ou de l'autre de ces points. Comme ils ſont les plus éloignés du foyer où ſe rapporte le mouvement, & d'où l'on ſuppoſe qu'il eſt vû, c'eſt vers ces points que le mouvement apparent ou vrai eſt le plus lent, & plus ſurpaſſé par le moyen. Donc l'Equation du centre étant nulle préciſément au point de l'Aphelie ou de l'Apogée, puiſque c'eſt-là qu'on ſuppoſe que le mouvement de la Planete commence, cette Equation ſera *ſouſtractive* pour les degrés d'anomalie ſuivans, parceque du mouvement moyen que l'on a toûjours il en faudra ôter alors une certaine quantité pour avoir le mouvement vrai. Le moyen ayant commencé par devancer le vrai, il le de-

vance toûjours, parceque ses avantages sur le vrai s'accumulent toûjours, mais comme ces mêmes avantages vont en diminuant à mesure que l'anomalie augmente, ou, ce qui est le même, que la Planete s'éloigne de son Aphelie ou Apogée, le mouvement moyen devance toûjours le vrai de moins en moins, & enfin ils se retrouvent ensemble au Perihelie ou au Perigée. Delà vient que l'Equation est soustractive dans tout le premier demi-cercle d'Anomalie, qu'elle croît toûjours jusqu'au point de la *moyenne distance*, qui est au quart de cercle, & qu'ensuite elle diminuë toûjours jusqu'au Perihelie ou Perigée, où elle est Zero. Ensuite elle est *additive* dans tout le demi-cercle suivant, &c. car ce n'est que ce qu'on vient de dire, mais renversé. La plus grande Equation du centre de la Lune, ou celle des moyennes distances, est selon les Tables de M. de la Hire de 4° 59′ 16″.

Pour avoir dans l'Ellipse d'une Planete les mesures du mouvement vrai & du moyen, Kepler divise toute son aire elliptique en parties égales par des lignes droites, qui du foyer où se rapporte le mouvement sont tirées à toute la circonference. Puisque ces lignes comprennent des Secteurs ou triangles elliptiques égaux en superficie, les arcs ausquels elles se terminent sont necessairement inégaux, plus grands aux endroits plus proches du foyer, & réciproquement. Ces triangles égaux representent les parties du mouvement moyen, ou, ce qui revient au même, les temps pendant lesquels se font les differentes parties du mouvement vrai, representées par les arcs elliptiques inégaux correspondants. Cette hipothese est Phisique aussi bien qu'Astronomique, c'est à dire qu'elle peut non-seulement fonder les calculs, ausquels il suffit de se rencontrer avec les phenomenes, mais encore fournir l'explication de la mechanique des mouvements célestes. Car si une matiere fluide contenuë dans un plan elliptique se meut autour d'un foyer, il est fort naturel que par rapport à ce foyer elle parcoure en temps égaux des Secteurs elliptiques ou des superficies égales, ce qui rend

inégaux les arcs décrits en même temps par une Planete qu'elle emportera. On prend des angles qui ſoient entre eux comme les ſuperficies elliptiques par rapport à la demi-ſuperficie elliptique totale, & la difference de ces angles à ceux du vrai mouvement eſt l'Equation du centre.

Mais M. de la Hire fait voir par un calcul qu'il expoſe tout du long, que ſelon cette hipotheſe l'Equation du centre de la Lune dans la moyenne diſtance ſeroit de 7° 16′ 54″, au lieu de 4° 59′ 16″, ou de 5° qu'elle ne doit jamais paſſer, de l'aveu même de Kepler; car il ne trouve pas par ſon calcul cette exorbitante Equation, mais c'eſt que dans l'Ellipſe de la Lune il ne poſe pas la diſtance des foyers aſſés grande. Dés qu'on vient à la poſer telle qu'elle eſt, cette Equation qu'on ne peut recevoir ſuit de ſon hipotheſe.

D'autres Aſtronomes venus aprés lui en ont pris une autre, qui à la verité n'a rien de phiſique, mais qui ſuffit pour l'Aſtronomie. Autour du ſecond foyer de l'Ellipſe, c'eſt à dire de celui où ne ſe rapporte pas le mouvement, ils décrivent au dedans de l'Ellipſe un Cercle, qui étant diviſé en arcs égaux, ils tirent par ces diviſions des lignes juſqu'à la circonference de l'Ellipſe, & des points ainſi déterminés ſur cette circonference, ils tirent des lignes droites au premier foyer. Par-là il ſe forme des angles égaux & inégaux correſpondants, dont les differences ſont l'Equation du centre.

M. de la Hire prétend encore qu'à l'égard de l'Equation de la Lune cette ſeconde hipotheſe jette dans l'erreur, mais qu'on peut la rectifier en décrivant le Cercle qui meſure le mouvement moyen, non autour du ſecond foyer, mais autour d'un autre point qui ſoit plus proche du premier, & dont il détermine geometriquement la poſition ſur le grand Axe.

En un mot la diſtance des foyers étant neceſſairement telle qu'elle eſt dans l'Ellipſe de la Lune par l'obſervation de ſes diametres apparents, & la plus grande Equation

du centre ne pouvant être plus grande que 5°, comme tous les Astronomes en conviennent, il est impossible de trouver une mesure du mouvement moyen & du vrai, qui dépende directement & immediatement des foyers. Et si l'hipothese de Kepler qui s'y rapporte uniquement ne laisse pas de réüssir pour les autres Planetes, c'est que la distance des foyers de leurs Ellipses n'est pas absolument déterminée par observation, & qu'on est assés libre de la poser telle que les autres besoins la demandent. Du moins est-ce là ce que M. de la Hire soupçonne avec assés de vrai-semblance.

Il est à remarquer que la plus grande & la plus petite distance de la Lune à la Terre, d'où dépend la distance des foyers, & la nature de l'Ellipse, ne sont 6356, & 5597, que quand l'Apogée ou le Perigée de la Lune sont joints au Soleil, ce qui revient à ce qu'on a dit dans l'Hist. de 1702 *. Si cet Apogée ou ce Perigée sont à 3 Signes du Soleil, la plus grande distance ne change point, mais la plus petite est de 5769 au lieu de 5597, ce qui change le rapport des deux distances, & par consequent la nature de toute l'Ellipse, qui depuis la conjonction au Soleil a dû n'arriver à ce terme que par degrés, c'est à dire en variant toûjours. On ne sera pas surpris que les calculs astronomiques manquent quelquefois d'attraper juste les points de cette Ellipse toûjours variable, ne le fût-elle que par des principes connus, mais il y a bien de l'apparence qu'elle l'est encore par des irregularités physiques, & imprévûës, qui ne se soûmettent point au calcul. La grande proximité de la Lune nous les rend plus sensibles que dans le cours des autres Planetes, où elles ne doivent pas avoir moins de lieu. De plus comme il est certain que les mouvements de la Lune varient selon les differentes situations où elle est par rapport au Soleil, on peut croire avec raison que le Soleil a plus d'empire sur elle, que sur les Lunes ou Satellites de Jupiter & de Saturne dont il est beaucoup plus éloigné, & qu'à cet égard ces Satellites doivent être moins irreguliers. Ainsi

* p. 77.

tout concourt à rendre contre toute apparence ce qui est plus proche de nous plus difficile à connoître.

SUR LES REFRACTIONS.

La matiere des Refractions est trop Phisique, & trop dépendante des experiences pour pouvoir être promptement finie. Le P. Laval qui continuë de s'y appliquer avec soin & avec succés, a ajoûté une observation singuliere à toutes celles qu'il avoit déja communiquées à l'Academie *.

* V. l'Hist. de 1706. p. 101. & suiv. de 1707. p. 89. & suiv. & de 1708. p. 105. & suiv.

La hauteur meridienne du centre du Soleil observée exactement tant au Solstice d'Hiver qu'au Solstice d'Eté donne la distance des deux Tropiques, & la moitié de cette distance est celle de l'Equateur à l'Ecliptique, ou, ce qui est la même chose, l'angle sous lequel l'Ecliptique coupe l'Equateur, Element tres-important dans toute l'Astronomie. Differents Observateurs, & souvent le même en differents temps, trouvent cet angle different, quelquefois d'une quantité assés considerable, & cela avec les Instruments les plus parfaits, & en operant avec la plus grande exactitude. Seroit-ce qu'effectivement l'obliquité de l'Ecliptique changeroit? Quelques-uns l'ont crû possible; mais outre que dans ce changement prétendu il ne paroît rien de reglé, ce qui est déja un grand préjugé contre le changement, le P. Laval leve entierement par une observation qu'il a faite le scrupule qu'on pourroit avoir.

Le 22 Juin 1710 il observa la hauteur meridienne apparente du bord superieur du Soleil de 70° 25′ 50″, & le lendemain 36 heures aprés que le Solstice étoit passé, & par consequent le Soleil devant être plus bas, il observa cette même hauteur de 70° 26′ 0″, c'est à dire, de 10″ plus grande, au lieu qu'elle eût dû être plus petite. Il est vrai qu'à un Quart de Cercle de 3 pieds de rayon, tel

que celui dont il se servoit, 10″ ne sont pas une grandeur bien sensible, mais enfin il est sûr que la hauteur du 23 étoit au moins égale à celle du 22, ce qui ne devoit pas être, & ne peut être attribué qu'à l'irrégularité de la Refraction.

Le P. Laval avoit remarqué que la Refraction étoit plus grande en Hiver qu'en Eté, mais il doutoit qu'elle pût varier sensiblement d'un jour à l'autre à la même heure, & c'est ce que son observation lui a appris.

Elle s'accorde avec ce que nous avions déja dit d'aprés lui dans l'Hist. de 1706, que la refraction est moindre par un Nord-Oüest, ou un Sud-Est frais. En effet le 22 il soufloit un Nord-Oüest frais, & le 23 un Sud-Oüest foible.

Jusqu'à present c'est une circonstance qui n'a point été marquée dans le détail des observations Astronomiques, que celle du Vent, & l'on n'eût pas crû qu'elle eût dû jamais y entrer. Cependant si la découverte naissante du P. Laval se confirme, si la Refraction a quelques variations qui se reglent par rapport aux Vents, ou en général à la constitution de l'Air, il faudra ajoûter à la Table astronomique de la Refraction, c'est à dire à celle où elle n'est calculée que pour les differentes hauteurs sur l'Horison, une Table Phisique, qui représentera ses inégalités dépendantes de la constitution de l'air, & l'on consultera ces deux Tables pour corriger les hauteurs apparentes des Astres, & les réduire aux vraïes. Le P. Laval entrevoit déja un commencement de cette seconde Table, qui seroit & fort curieuse, & fort utile, quoiqu'elle laissât toûjours quelque chose à desirer. L'extrême précision, & nos soins pour y parvenir ressemblent aux Courbes qui ont des Asimptotes.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

MEssieurs Cassini, de la Hire, & Maraldi n'ont vû cette année qu'une Tache dans le Soleil. Elle parut tout d'un coup le 24 Octobre, car on n'avoit rien aperçû le jour précedent, elle étoit fort grande, seule, & déja dans la partie Occidentale du Disque, éloignée seulement du centre apparent de 1′ 7 ou 8″ en longitude. Les nuages empêcherent qu'on ne pût observer ce jour-là sa latitude ou déclinaison, mais le lendemain on la trouva Meridionale de 3′ à peu prés. Le 28 qu'elle fut encore observée, elle continuoit son cours vers l'Occident selon l'hipothese des 27 jours $\frac{1}{2}$, mais sa déclinaison étoit devenuë Septentrionale presque de la même quantité dont elle étoit Meridionale le 25. On ne pût l'observer les jours suivans à cause des nuages. Quoiqu'elle fût fort grande, elle ne reparut point dans le temps où elle l'auroit pû aprés avoir fait sa révolution derriere le Soleil.

M. Cassini le fils ayant placé cette Tache sur le globe du Soleil suivant la Methode expliquée dans l'Hist. de 1707 *, trouva que le 24 Octobre à 7 heures $\frac{1}{2}$ du soir elle étoit précisément au milieu du disque avec une latitude meridionale de 12 à 13 degrés, le demi-diametre du Soleil étant supposé en avoir 90.

* p. 106. & suiv.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

Les Observations de l'Eclipse de Lune & de celle de Soleil de cette année faites par Mrs de la Hire, Cassini, & Maraldi.

V. les M. p. 169. 172. 175. 195. 196. 198. 215.

L'Observation de la Conjonction de la Lune & d'une des Pleïades par M. Maraldi.

V. les M. p. 218.

V. les M. p. 223.
L'Ecrit de M. Cassini le fils sur la necessité de bien centrer les Verres de Lunette.

V. les M. p. 310.
L'Observation du passage de Jupiter proche d'une Etoile du Scorpion par M. Maraldi.



CATOPTRIQUE.

DES FOYERS PAR REFLEXION EN GENERAL.

V. les M. p. 46. * p. 76. & suiv.
L'Article de Dioptrique qui est dans l'Hist. de 1704 * sur les Foyers par refraction fait une espece de simetrie avec celui-ci où l'on considere les Foyers par reflexion, & si l'on faisoit un Corps d'Optique ce dernier devroit marcher avant l'autre, parceque la Catoptrique comme plus simple précede la Dioptrique. Ce que M. Guisnée avoit fait sur une des deux especes de Foyers, M. Carré l'a fait aussi sur l'autre ; les deux Theories se rapportent également à celle des Caustiques expliquée dans l'Hist. de 1703 *. Il s'agit maintenant de déterminer sur l'Axe d'un Verre de courbure quelconque quel est le point où cet Axe touche la Caustique par reflexion, ou, ce qui revient au même, quel est le point ou les rayons d'un point lumineux qui se sont reflèchis à la rencontre du Verre, & qui en se reflèchissant ont pris de nouvelles directions se réünissent en plus grande quantité que par tout ailleurs.

* p. 69. & suiv.

Comme le rapport constant des Sinus d'incidence & de refraction est le grand principe de la Dioptrique, celui de la Catoptrique est l'égalité perpetuelle des angles d'incidence, & de reflexion. Aprés cela, il ne reste à

considerer

considerer que la courbure du Verre, & la direction des rayons incidents. Aussi la Formule générale de M. Carré, qui est la même que celle de M. de l'Hôpital pour les Caustiques par reflexion, ne comprend-elle que le Rayon de la Dévelopée d'où dépend la courbure du verre, & la distance du point lumineux au verre, d'où dépend la direction des rayons incidents. Nous supposons ici les idées expliquées dans l'Hist. de 1704.

Si l'on ne veut considerer que des Verres sphériques, qui sont effectivement les plus ordinaires, le rayon de la Dévelopée devient le demi-diametre de la Sphére dont ils sont une portion. Prenons d'abord les Miroirs sphériques concaves, dont les representations sont les plus surprenantes, & en apparence les plus bisarres. Tantôt l'Image est au-delà du Miroir, tantôt elle est en deçà, & quand elle est en deçà, tantôt elle est entre le Miroir, & l'Objet, tantôt elle se confond avec l'Objet même, tantôt elle est derriere lui. Tout cela dépend de la distance de l'Objet au Miroir, car on voit par la Formule de M. Carré que selon que cette distance varie, le lieu du Foyer par reflexion, ou, ce qui est la même chose, le lieu de l'Image varie aussi. Nous allons tâcher de rendre sensible la necessité de ces phenomenes.

Il faut imaginer que le Miroir concave ait un Axe prolongé à l'infini. Le point où cet axe rencontre la surface du Miroir en est le *sommet*. Si l'on place d'abord l'Objet ou le point lumineux à ce sommet, & qu'ensuite on le fasse mouvoir vers l'autre extremité de l'Axe infiniment *éloignée*, *jusqu'à* ce qu'enfin il y soit parvenu, il seroit aisé de prouver, & même on conçoit aisément sans preuve, que le *chemin* de l'Objet étant toûjours de même part, & en un mot *regulier*, le chemin correspondant de l'Image ne peut être que regulier aussi, c'est à dire tel que la variation des Ordonnées d'une Courbe, toûjours assujetties à certaines loix. Cela supposé, quand j'aurai par la Formule de M. Carré quelques lieux de l'Image, la necessité de la variation reguliere me donnera tous les

autres ; je trouve qu'il ne m'en faut que deux.

Si je place l'Objet au ſommet du Miroir, ou, ce qui eſt le même, ſi la diſtance de l'Objet au Miroir eſt nulle, la Formule donne la diſtance de l'Image au Miroir nulle auſſi, mais negative, ce qui ſignifie que cette Image eſt au-delà du Miroir, & comme appliquée ſur ſa convexité, parcequ'en faiſant le calcul de la Formule on a pris pour poſitives toutes les grandeurs qui étoient du côté de la concavité. Si enſuite j'éloigne l'Objet du Miroir & le place au quart du diametre de la Sphére, je vois par la Formule le Foyer devenu infini, c'eſt à dire que l'Image eſt infiniment éloignée, & je puis concevoir qu'elle eſt encore au-delà du Miroir, puiſqu'elle a commencé par y être. Voilà les deux lieux ſeuls que j'ai beſoin d'avoir par la Formule, les autres viennent enſuite d'eux-mêmes.

Puiſqu'au chemin fini, & même tres-court qu'a fait l'Objet en deçà du Miroir depuis ſon ſommet juſqu'au quart de ſon diametre, répond un chemin infini de l'Image au-delà du Miroir, il faut qu'elle s'en éloigne toûjours plus de ſon côté que l'Objet ne fait du ſien. Cependant il faut remarquer que la progreſſion ſelon laquelle elle s'en éloigne, quoiqu'elle ait un dernier terme infini, ne fait pas de grands *ſauts*, tant qu'elle demeure dans le fini. Ainſi ſi l'on diviſe le quart du diametre de la Sphére en 10 parties égales à compter du ſommet où ſera Zero, & que l'on conçoive l'Objet placé ſucceſſivement ſur chacune de ces diviſions, enſorte que les pas qu'il ſera ſeront, 0, 1, 2, 3, &c. juſqu'à 10, les pas correſpondants de l'Image ſeront, 0, $1\frac{1}{9}$, $2\frac{1}{2}$, $4\frac{2}{7}$, $6\frac{2}{3}$, 10, 15, $23\frac{1}{3}$, 40, 90, l'Infini. Il peut paroître ſurprenant que cette progreſſion qui croît peu ſaute ſi bruſquement de 90 à l'infini, mais tout autre nombre, quelque prodigieux qu'il fût, n'auroit pas plus de rapport à l'infini que 90. De plus ſi le dernier pas de l'Objet qui eſt depuis 9 juſqu'à 10 eſt encore diviſé en 10 parties égales qu'il parcourra ſucceſſivement, & qui ſeront $9\frac{1}{10}$, $9\frac{2}{10}$, &c. on

trouvera pour les pas correſpondants de l'Image des nombres plus grands que 90, & toûjours croiſſants, & ce ſeroit encore la même choſe ſi l'on diviſoit en 10 le dernier pas de l'Objet, qui ſera depuis 9 $\frac{9}{10}$ juſqu'à 10 & ainſi à l'infini, de ſorte que tandis que l'Objet ira de 9 à 10, les pas de l'Image ſeront une infinité de nombres toûjours croiſſants, & à de tres-petits pas de l'Objet, il en répondra de tres-grands de l'Image.

Si du quart du diametre de la Sphére je continuë à mouvoir l'Objet vers le centre, quel doit être le chemin de l'Image? Il eſt clair qu'elle ne doit pas revenir ſur ſes pas, puiſque l'Objet ne revient pas ſur les ſiens, & qu'au contraire il pourſuit ſon chemin vers un même côté. Mais comment pourſuivra-t-elle le ſien aprés être arrivée à une diſtance infinie? Il eſt impoſſible qu'elle aille au-delà. Voici le dénouëment de la difficulté, il eſt tiré des myſteres de l'Infini, ſubtils, ſi l'on veut & délicats, mais cependant ſûrs & invariables. Comme Zero eſt le terme commun des grandeurs poſitives décroiſſantes & des negatives croiſſantes, ou réciproquement, de ſorte qu'il lie enſemble ces deux Suites & les rend continuës, de même l'Infini eſt le terme commun qui lie les Suites poſitives croiſſantes, & les negatives décroiſſantes, ou réciproquement, & par ſon moyen les unes ſont la continuation des autres. On doit ſe ſouvenir que le chemin de l'Image étoit negatif; donc pour le continuer, étant arrivée à l'Infini, elle n'a qu'à qu'à le changer en poſitif, c'eſt à dire qu'au lieu qu'elle étoit au-delà du Miroir, il faut maintenant qu'elle ſoit en deçà, & qu'elle a paſſé du *derriere* du Miroir au devant. L'Infini eſt tellement par ſa nature le terme commun du poſitif & du negatif, qu'aprés qu'on a trouvé les 9 nombres 1 $\frac{1}{9}$ &c. 90, tous negatifs, on ne trouve point que l'Infini le ſoit, quoiqu'il apartienne à la même progreſſion; c'eſt qu'il apartient en même temps à une autre qui eſt poſitive, & à proprement parler il n'a point de ſigne non plus que Zero. Ainſi l'Image infiniment éloignée du Miroir n'eſt pro-

prement ni au delà ni en deçà. Elle n'a point de lieu.

L'Objet étant au centre de la Sphére, il est évident que l'Image y est aussi, car tous les rayons que l'Objet envoye alors au Miroir lui étant perpendiculaires, ils ne peuvent se refléchir que sur eux-mêmes, & delà vient qu'un Oeil placé au centre d'un Miroir concave ne voit que lui-même dans tout le Miroir. Donc tandis que l'Objet s'est mû depuis le quart du diametre de la Sphére jusqu'au centre, l'Image a fait le chemin infini qui est depuis l'extremité de l'Axe infiniment prolongé jusqu'au centre, & pendant ce mouvement de l'Objet l'Image étoit toûjours derriere lui, & alloit à sa rencontre. Elle paroît alors suspenduë en l'air.

Pour trouver la progression selon laquelle l'Image fait ce second chemin infini, il ne faut que continuer la division du quart du diametre jusqu'au centre, & par consequent compter 10, 11, &c. jusqu'à 20. Ce seront-là 10 nouveaux pas de l'Objet. Ceux qui leur répondront dans le chemin de l'Image seront, l'Infini, 110, 60, $43\frac{1}{3}$, 35, 30, $26\frac{2}{3}$, $24\frac{2}{7}$, $22\frac{1}{2}$, $21\frac{1}{9}$, 20. Quand l'Image est à 20 elle est au centre. On entend assés que toutes ces parties dont les unités sont égales à celles de la division du demi-diametre se comptent ainsi que ces divisions depuis le sommet du Miroir sur l'axe prolongé.

Il est visible que cette seconde progression est la même que la premiere renversée, & dont chaque terme seroit augmenté de 20, parcequ'ici 20 tient lieu du Zero de la premiere, & que le second chemin infini de l'Image se termine à 20, comme le premier commençoit à Zero. Dans le premier l'Image s'éloigne peu d'abord du terme d'où elle part, & dans le second elle s'approche sur la fin à petits pas du terme où elle doit arriver, & c'est de la même quantité de part & d'autre, &c.

Si l'on presente une Epée à un Miroir concave, de sorte qu'elle soit dans l'Axe du Miroir, & sa pointe entre le quart du diametre & le centre, il faut donc, puisque l'image est alors derriere l'Objet, & plus éloignée que

lui du Miroir, que l'on voye l'image de cette pointe en l'air s'élancer hors du Miroir vers l'œil de celui qui tient l'Epée, comme si la veritable Epée s'étoit retournée d'elle-même pour se mettre dans une position contraire à celle où on la tenoit. Plus la pointe de l'Epée sera prés du quart du diametre, plus son image s'élancera loin du Miroir.

Puisque l'Objet & l'Image se rencontrent au centre, il faut qu'ils se séparent si l'Objet en sort. Faisons-lui continuer le chemin qu'il a commencé vers l'extremité de l'Axe, l'Image continuëra aussi celui qu'elle a commencé vers le Miroir, c'est à dire qu'alors elle sera entre le Miroir, & l'Objet, toûjours suspenduë en l'air.

Lorsqu'en s'approchant toûjours du Miroir, elle sera arrivée au quart du diametre, l'Objet doit être à l'extremité de l'Axe infiniment éloignée, car quand il étoit à ce même quart du diametre, l'Image étoit à cette même distance infinie, or l'Objet ou point lumineux, & l'Image ou le Foyer sont deux points *réciproques*, comme nous avons dit dans l'Hist. de 1704 *. L'Objet arrivé à l'extremité de l'Axe infiniment éloignée ne peut plus faire de mouvement, donc l'Image n'en peut plus faire non plus, & elle ne peut jamais être entre le quart du diametre, & le Miroir.

* p. 17.

Il ne sera peut-être pas hors de propos de remarquer ici, que quand on parle absolument du Foyer d'un Miroir concave, on entend celui qui se fait au quart du diametre, & qui répond à la distance infinie de l'Objet, ou, ce qui revient au même, qui est formé par des rayons d'un même point si éloigné qu'ils sont censés paralleles. Tels sont ceux d'un point quelconque du Soleil. La nature de la Caustique faite de ces rayons reflechis fait voir que s'ils tombent sur une demi-Sphére concave parallelement à son axe, ils occupent aprés la reflexion un espace presque égal à la demi-Sphére sur laquelle ils sont tombés, que cependant ils sont beaucoup plus serrés vers l'axe qu'ils ne l'étoient auparavant, & qu'ils occupent sur

la Caustique un espace beaucoup moindre que l'espace correspondant de la demi-Sphére sur lequel ils sont tombés, que par consequent si l'on veut avoir un Foyer brûlant, il ne faut prendre de toute la demi-Sphére qu'un certain espace autour de son axe, & que le Foyer correspondant à cet espace est fort éloigné d'être geometriquement un point, quoiqu'on le puisse prendre physiquement pour en être un, & qu'il croît selon la même proportion que la Sphére est plus grande, ou, ce qui revient au même, selon qu'il est lui-même à une plus grande distance du Miroir, d'où il suit que sa force de brûler diminuë à mesure que cette distance augmente. Cela revient en partie à ce qui a été dit sur les Foyers par refraction dans l'Hist. de 1700 *. Celle de 1704 en traitant de ces mêmes Foyers a assés fait entendre comment ce qui est concave devient plan ou convexe dans une même formule. Ainsi celle de M. Carré qui nous a donné jusqu'ici les proprietés des Miroirs concaves doit s'étendre également aux Miroirs plans ou convexes.

* p. 118. & 119.

On y voit d'abord pour ceux qui sont plans que la distance de l'Image au Miroir est égale à celle de l'Objet, mais negative, c'est à dire que l'Objet est vû autant au-delà du Miroir qu'il est en deçà. De cette proprieté tres-connuë s'ensuivent un grand nombre d'autres qui ne le sont guere moins.

Quant aux Miroirs convexes, l'Image est toûjours au-delà. Si la distance de l'Objet au Miroir est nulle, celle de l'Image l'est aussi. Si l'Objet est infiniment éloigné, l'Image est au quart du diametre de la Sphére dont le Miroir est portion, & il est visible qu'elle ne peut jamais être plus loin, ni même être si loin réellement. En divisant toûjours le demi-diametre de la Sphére en 20 à compter du sommet du Miroir, le chemin de l'Objet sera cette progression déja trouvée pour les Miroirs concaves, l'Infini, 90, 40, &c. & celui de l'Image, 10, 9, 8, &c.

Aprés avoir consideré les rapports de distance que

l'Objet & l'Image ont aux trois differentes eſpeces de Miroirs, il reſte à conſiderer leurs rapports de grandeur.

Dans un Miroir plan, l'Image eſt égale à l'Objet, parcequ'elle eſt vûë autant au-delà du Miroir que l'Objet eſt en deçà. On ſe peut convaincre de cette raiſon de l'égalité de l'Image par une experience tres-facile. Que l'on ſe regarde dans une Glace, & que l'on y poſe un fil qui aille depuis le point où l'on voit le haut du front juſqu'à celui où l'on voit le bas du menton, on trouvera que ce fil n'a que la moitié juſte de la longueur du viſage. Or il marque préciſément la grandeur dont eſt l'Image priſe ſur la Glace, donc elle n'y eſt que la moitié de l'Objet, & ſi elle eſt vûë égale à l'Objet ou une fois plus grande que ſur la Glace, c'eſt qu'elle eſt vûë & rapportée une fois plus loin que la Glace, ou, ce qui revient au même, à une diſtance de la Glace égale à celle de l'Objet. On pourroit donc prendre pour principe, & M. Carré le démontre geometriquement, que la grandeur de l'Objet & celle de l'Image ſont entre elles comme leurs diſtances au Miroir. On entend ici que ces grandeurs ne ſoient priſes que pour des lignes, car ſi on les prenoit pour des ſurfaces, il eſt évident qu'elles ſeroient comme les quarrés des diſtances.

Cela poſé, nous avons les grandeurs de l'Image tant dans les Miroirs concaves, que dans les convexes, puiſque nous avons ſes diſtances au Miroir comparées à celles de l'Objet. Par exemple, le premier chemin que nous *avons fait faire* à un Objet placé devant un Miroir concave étant 0, 1, 2, &c. juſqu'à 10, & celui de l'Image au-delà du Miroir étant 0, $1\frac{1}{9}$, $2\frac{1}{2}$, &c. juſqu'à l'Infini, les rapports de 0 à 0, de 1 à $1\frac{1}{9}$, de 2 à $2\frac{1}{2}$, &c. qui ſont ceux des diſtances, ſeront auſſi ceux des grandeurs de l'Objet & de l'Image. Or on trouvera par un calcul tres-aiſé que ces rapports ſont $\frac{10}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{8}{10}$, &c. juſqu'à $\frac{1}{10}$, de ſorte que le dénominateur étant toûjours 10, les numerateurs ſuivront la progreſſion des nombres naturels, d'où il ſuit

que la grandeur de l'Objet ſera d'abord à celle de l'Image comme 10 à 10, c'eſt à dire égale, enſuite comme 9 à 10, &c. enfin comme 1 à 10, ou ce qui eſt la même choſe, que l'Objet étant pris pour 1 la grandeur de l'Image ſera 1, 2, 3, &c. juſqu'à 10, aprés quoi elle ſera infinie. Cette augmentation de l'Image, remarquable par ſon extrême ſimplicité, l'eſt encore davantage en ce qu'elle ſuit, non les diſtances de l'Image même dans le Miroir, mais celles de l'Objet hors du Miroir, qui ſont auſſi 1, 2, 3, &c. Ce qui a été dit cy-deſſus fait aſſés entendre que l'augmentation finie de l'Image n'eſt bornée à 10, que quand on fait paſſer l'Objet immediatement de 9 ſur 10, mais que ſi on le fait paſſer par toutes les diviſions infinies dont cet intervalle fini eſt capable, l'Image augmentera au deſſus de 10 ſelon une infinité de nombres differents. Cela explique en même temps les diminutions de l'Image dans les Miroirs concaves, puiſqu'elles ne ſont que cette même augmentation renverſée.

Dans les Miroirs convexes, où l'Image eſt toûjours plus petite que l'Objet, à moins qu'il ne ſoit au ſommet du Miroir, elle a les mêmes diminutions que dans les Miroirs concaves. Elle eſt infiniment petite quand elle eſt au quart du diametre, l'Objet étant alors infiniment éloigné, mais comme il ne peut l'être réellement, une Image infiniment petite n'exiſte point. Seulement on peut prendre pour telle phyſiquement celle du Soleil dans un Miroir convexe, auſſi n'y eſt-elle qu'un point. Il ſembleroit au contraire qu'une Image infiniment grande devroit exiſter, parcequ'elle dépend d'une poſition de l'Objet tres-poſſible, mais ſa grandeur infinie la rend auſſi infiniment confuſe, & fait qu'elle n'eſt plus une Image. La Nature n'eſt pas obligée à executer réellement toutes les idées abſtraites de la Geometrie.

DIOPTRIQUE.

DIOPTRIQUE.

SUR LES RRFRACTIONS D'UNE ESPECE DE TALC.

SI l'on vouloit donner aux Philosophes une grande défiance des principes qu'ils reçoivent le plus généralement, l'exemple du Cristal d'Islande y seroit fort propre. Aprés avoir bien connu les Refractions qui se font dans l'Eau & dans le Verre, ils étoient en droit de croire que celles de tous les autres corps transparents, étoient en général de la même nature, & ne differoient que par les differentes proportions des Sinus d'incidence & de refraction, dépendantes de la differente densité des corps. Cependant en 1670 parut pour la premiere fois à leur grand étonnement dans un Livre d'Erasme Bartholin sçavant Danois, le Cristal d'Islande, qui renversoit les Regles établies, ou plutôt en faisoit naître de nouvelles, tout à fait imprévûës.

V. les M. p. 341.

Ce Cristal est toûjours naturellement formé en parallelepipede non rectangle, & par consequent ses 6 faces sont des parallelogrammes non rectangles aussi. M. de la *Hire* donne la mesure de tous ses angles aigus & obtus, plans & solides, ce qu'il est assés difficile de déterminer avec précision. Ce Cristal est plus proprement un Talc, puisqu'il se fend aisément en tout sens, mais toûjours parallelement à quelqu'une de ses 6 faces. Delà il suit que tous les fragmens de cette Pierre sont des parallelepipedes, qui ont les mêmes angles qu'avoit la Pierre entiere, & semblablement posés.

Un Rayon qui tombe ſur une ſurface de ce Talc, s'y partage en deux, ce qui fait paroître doubles les Objets qu'on regarde au travers, ſur-tout ceux qui ſont tout contre. Les deux nouveaux rayons formés du premier ont chacun une refraction differente. Dans l'Eau & dans le Verre, l'angle d'incidence, d'où dépend celui de refraction, ſe prend par rapport à une perpendiculaire tirée ſur la ſurface du Diaphane au point où le rayon tombe. Ici, il faut conſiderer pour le même rayon deux angles d'incidence, l'un qui ſe prend, comme nous venons de le dire, par rapport à une perpendiculaire, l'autre par rapport à une autre ligne aſſés inclinée à la même ſurface du Criſtal. A ces deux angles d'incidence répondent deux refractions. La premiere peut être nommée *reguliere*, la ſeconde *irreguliere*. Elles different non-ſeulement en ce qu'elles dépendent de deux differens angles d'incidence, mais encore en ce que les Sinus de leurs angles d'incidence & de refraction ſuivent differentes proportions. Dans la reguliere, ils ſont comme 5 à 3; dans l'irreguliere, comme $4\frac{1}{2}$ à 3, or $\frac{5}{3}$ étant plus grand que $\frac{3}{2}$ qui eſt la refraction du Verre, & $4\frac{1}{2}$ à 3, ou $\frac{9}{6}$ étant égal à $\frac{3}{2}$, la refraction reguliere du Criſtal d'Iſlande; quoique ce ſoit une pierre fort tendre, eſt plus grande que celle du Verre, & l'irreguliere lui eſt égale.

Puiſqu'une certaine ligne inclinée à la ſurface du Criſtal regle l'angle d'incidence dans la refraction irreguliere, il eſt naturel qu'un rayon qui tombera ſelon la direction de cette ligne n'ait point de refraction irreguliere, & paſſe tout droit à cet égard, mais ſouffre ſeulement la refraction reguliere. C'eſt auſſi ce qui arrive, car il eſt dans le même cas où eſt le rayon perpendiculaire dans la refraction ordinaire & commune. Et puiſque les deux refractions ſont inégales, il faut que la plus forte éleve davantage l'Objet, & c'eſt effectivement ce que fait la reguliere. M. de la Hire a déterminé par des obſervations fort délicates quelle eſt & la ligne qui regle la refraction irreguliere, & celle où ſe voïent les deux Images d'un même objet.

Le Criſtal d'Iſlande a encore d'autres phenomenes ſinguliers. Quand les rayons tombent d'un certain ſens, ils ſortent par la refraction du plan perpendiculaire où ils étoient en tombant, & s'en détournent à droite ou à gauche, ce qui n'arrive jamais dans les refractions communes. Si l'on met deux morceaux de ce Criſtal l'un ſur l'autre, ſéparés ou non par quelque intervalle, on voit ſelon la maniere dont ils ſont poſés que tantôt les deux rayons venus d'un ſeul ſe repartagent chacun en deux en paſſant du criſtal ſuperieur dans l'inferieur, tantôt ils ne ſe repartagent point, mais que dans ce ſecond cas quelquefois chacun fait dans le criſtal inferieur la même refraction qu'il a déja faite dans le ſuperieur, quelquefois ils échangent leurs refractions enſemble. On diroit que la Nature a eu peur que cette pierre tranſparente ne fût pas une Enigme aſſés inexplicable pour les Phyſiciens, & qu'elle l'a chargée à plaiſir d'obſcurités, & de difficultés.

Cependant M. Huguens entreprit de penetrer ce myſtere, du moins en partie, dans ſon Traité *de la Lumiere* imprimé en 1690. Il ſuppoſe que la Lumiere ſe répand par ondes comme le Son, ce que nous n'expliquerons pas ici plus en détail. Il prétend qu'un Corps peut être tranſparent en deux manieres, ou parceque les intervalles que laiſſent entre elles ſes parties ſont remplies de matiere étherée dans laquelle les ondes *lumineuſes* ſe continuënt, ou parceque ſes parties ſolides étant dures & à reſſort, elles prennent elles-mêmes le mouvement d'ondulation, auſſi-bien que la matiere étherée. De laquelle de ces deux manieres qu'un Corps ſoit tranſparent, il eſt aiſé de concevoir que l'ondulation en paſſant de l'air dans ce Corps doit ſe rallentir, ce qui rend le Sinus de refraction plus petit que celui d'incidence; mais ſi le Corps eſt tranſparent de la ſeconde maniere, l'ondulation doit ſe rallentir plus que s'il l'étoit de l'autre, & rendre le Sinus de refraction plus petit par rapport à celui d'incidence; la raiſon en eſt aſſés viſible.

Si un Corps étoit transſparent des deux manieres tout à la fois, il s'y feroit donc auſſi tout à la fois deux refractions differentes du même rayon, & le même Objet y feroit vû double, & c'eſt ce que M. Huguens avoit obſervé avec ſoin dans le Criſtal commun, qui par-là ne peut ſervir aux Lunettes d'approche, auſquelles il ſeroit d'ailleurs ſi propre par la netteté de ſa tranſparence.

Cette double émanation d'Ondes obſervée dans le Criſtal commun étoit déja un degré pour arriver à un Siſtême ſur le Criſtal d'Iſlande. Mais les deux Ondulations du Criſtal commun ne pouvoient être que circulaires, l'une ſeulement un peu plus lente que l'autre, ce qui produiſoit deux refractions differentes à la verité, mais regulieres toutes deux. Il falloit pour l'irreguliere du Criſtal d'Iſlande quelque choſe de nouveau & de plus ſingulier, & M. Huguens s'aviſa de la faire dépendre d'Ondes elliptiques, differentes par leur eſpece & par leur nature des Ondes circulaires, d'où la refraction reguliere dépendoit. Cette idée réüſſit à ſon Inventeur ſur une grande partie des phenomenes.

Il n'étoit pas moins difficile de juſtifier cette heureuſe ſuppoſition, qu'il l'avoit été de l'imaginer. Sans doute il n'y a que la figure & l'arrangement des parties inſenſibles du Criſtal d'Iſlande, qui puiſſe determiner les ondulations naturellement circulaires à ſe changer en elliptiques, mais comment aller juſqu'à une recherche ſi délicate? Il nous ſuffit preſentement que l'on entrevoye que, les Ondes ſuppoſées, le tiſſu interieur du corps diaphane en peut changer l'eſpece, ou qu'enfin dans tout autre Siſtême de la Lumiere il peut produire des refractions fort differentes de la commune.

Auſſi dans une autre eſpece de Talc, qu'on trouve auprés de Paris au-deſſus des bancs de pierre de Plâtre, & qui a quelque rapport à celui d'Iſlande, M. de la Hire a-t-il cherché fort curieuſement en l'obſervant quelle pouvoit être la figure & la diſpoſition de ſes parties *elementaires*. Il a trouvé que chacune des lames qui le com-

posent étoit un assemblage de petits triangles, dont les angles sont toûjours de 50, 60 & 70 degrés, particularité fort singuliere. Il seroit inutile que nous fissions une plus ample description de cette Pierre, aprés celle que M. de la Hire en a faite.

De quelque sens qu'on la prenne, ses refractions sont $\frac{10}{7}$, ce qui est à fort peu prés $\frac{3}{2}$, refraction du Verre, & refraction irreguliere du Cristal d'Islande. L'Objet n'y est doublé qu'imparfaitement, & ce n'est même que quand on le pose sur de certaines fentes ou fêlures qui sont aux côtés.

M. de la Hire promet l'explication de ces phenomenes aussi bien que de ceux du Cristal d'Islande. Il ne seroit peut-être pas aisé de décider laquelle de ces deux especes de Talc doit mener à la connoissance de l'autre. Il est vrai que celui d'Islande est de beaucoup le plus compliqué, mais sa double refraction aussi sensible & aussi bien marquée qu'elle est doit être un grand principe pour tout ce qu'il y aura d'approchant dans les autres Diaphanes. Quelquefois un sujet plus composé expose dans une plus grande étenduë, & met mieux au jour ce que le simple envelopoit, & cachoit dans sa simplicité même.



MECHANIQUE.

SUR LA RESISTANCE DES SOLIDES.

V. les M. p. 177.
* p. 116. & suiv.

LA Theorie de M. Parent sur la Résistance des Poutres exposée dans l'Hist. de 1708 * cesse d'être aussi particuliere qu'elle étoit, & s'éleve presentement à cette universalité dont toute la Geometrie moderne se pique. Il s'agit donc maintenant de la Résistance des Solides en général, matiere déja traitée à fond par M. Varignon *, mais qui ne laissera pas de prendre une face nouvelle.

* V. l'Hist. de 1701. p. 101. & suiv.

Nous avons prouvé en 1708 d'aprés M. Parent que dans une Poutre posée horizontalement & retenuë fixement par un bout, la résistance de sa base à être rompuë, & par consequent la résistance totale de la Poutre, est le produit du quarré de la hauteur de cette base par sa longueur. Cette idée n'est pas bornée aux Poutres seules, car si l'on considere dans un Solide quelconque sa résistance à être rompu dans toutes les *tranches* paralleles à la base, qui sont elles-mêmes comme autant de bases, il est visible que cette résistance sera exprimée en général & indéterminément par le même produit, pourvû que toutes ces tranches soient semblables entre elles, comme le seront, par exemple, toutes celles d'un Cône ou d'un Conoïde, ou du moins qu'elles soient proportionnelles, c'est à dire que l'axe particulier de chaque tranche étant divisé en un nombre égal de parties égales, les Ordonnées correspondantes soient en même raison. Ainsi si un Solide étoit tel & tellement posé que

ſon plan vertical fût le plan d'une certaine Courbe, & ſon plan horizontal celui d'une autre, & que toutes deux euſſent pour axe commun ſa longueur horizontale, la hauteur d'une de ſes baſes quelconques ſeroit une Ordonnée de la 1ere Courbe, la largeur l'Ordonnée correſpondante de la 2de, & ſa réſiſtance indéterminée, le produit du quarré de la 1ere Ordonnée par la 2de. Il paroît d'abord que ſi l'on change ce même Solide de poſition, & que ſon plan vertical devienne l'horizontal, ſa réſiſtance changera, comme nous l'avons dit d'une Poutre quadrangulaire poſée ſur le chan, ou ſur le plat, & cela par la même raiſon. Mais il n'y aura nul changement, ſi les deux plans du Solide appartiennent à la même Courbe, ou, ce qui revient au même, s'il eſt formé par une révolution circulaire d'une Courbe autour de ſon axe, ce qu'on peut appeller en général un *Conoïde*.

La réſiſtance du Solide étant trouvée, il faut trouver auſſi la puiſſance qui agit contre elle. C'eſt ou le poids même du Solide, ou un poids étranger, l'un & l'autre agiſſant par un bras de levier d'une certaine longueur, ou, geometriquement parlant, multiplié par ce bras.

Ces deux produits, dont l'un exprime l'action du poids qui tend à rompre le Solide, & l'autre ſa réſiſtance à être rompu, ont un certain rapport. Si la figure du Corps eſt telle que ce rapport y ſoit toûjours le même dans toutes ſes parties, elles ſeront toutes également tirées, & également tenduës par le poids, & ſi le Corps rompt, toutes ſes baſes qui ſont en nombre infini doivent ſe ſéparer les unes des autres en même temps, ce qui n'eſt qu'une idée geometrique ou metaphiſique, car réellement & phiſiquement il y aura toûjours quelque baſe plus foible où ſe fera la fraction. On dit que ce Corps eſt *d'égale réſiſtance*. Mais ſi le rapport des deux produits eſt tel en quelque endroit que l'action du poids y ſurpaſſe la réſiſtance plus que partout ailleurs, le Corps y rompra, & ce ſera dans cette baſe ſeule que ſe fera la ſéparation. Dans le premier cas le rapport des deux pro-

duits eſt donc toûjours égal à une quantité conſtante, dans le ſecond il devient *un plus grand*, & ce plus grand ſe trouve par les Methodes ordinaires. Comme il eſt poſſible que dans une Courbe il y ait pluſieurs *plus grands*, de même il peut y avoir dans un même Solide pluſieurs endroits où il rompe par le même poids, ou pluſieurs baſes de fraction.

Il n'y a de difficulté qu'à exprimer le produit qui repreſente l'action du poids, & voici d'où elle vient. Si un Solide arrêté par un bout dans un Mur, & tiré ſeulement par ſon propre poids, rompoit toûjours, comme un Cilindre, par ſon bout arrêté, le produit dont il s'agit ſeroit toûjours le poids de ce Corps multiplié par la diſtance de ſon centre de gravité au Mur où eſt la baſe de fraction. Mais le Solide peut aiſément être de telle figure qu'il rompra par un autre endroit, par exemple, à la baſe qui ſera au tiers de ſon axe à compter depuis le Mur. Alors ce ſont ſeulement les deux tiers de ce Corps pris ſur ſon axe qui ont agi, c'eſt à dire le poids de ces deux tiers multiplié par la diſtance de leur centre de gravité à la baſe de fraction. Le poids de la partie *agiſſante* & ſon levier varient donc ſelon la figure des Corps, & il faut les traiter dans le calcul comme des quantités variables.

En effet lorſqu'un Solide n'eſt tiré que par ſon propre poids, il en faut conſiderer chaque baſe infiniment peu épaiſſe comme un poids qui le tire, or dans la Theorie générale toutes ces baſes ſont inégales entre elles, puiſqu'elles ſont formées par des Ordonnées de Courbes, & par conſequent M. Parent conſidere un Corps tiré par ſon propre poids, comme s'il l'étoit par des puiſſances variables. Ce poids ſeroit une puiſſance conſtante ſi l'on ſçavoit en quel endroit ce Corps doit rompre, car ce ſeroit le poids de la partie agiſſante, mais c'eſt ce qu'on ne ſçait pas, & ce qui varie ſelon les figures.

De même ſi un Solide, par exemple, une Piramide ou un Cône, eſt expoſé à l'action du Vent, le Vent eſt une puiſſance

puiſſance variable, parcequ'il fait d'autant plus d'impreſſion ſur les parties inégales de la ſurface de ce Corps, qu'elles ſont plus grandes.

Enfin dans la Theorie générale un Corps n'eſt proprement tiré par une puiſſance conſtante, que quand on fait abſtraction de ſon propre poids, & qu'on lui attache un poids étranger connu. Si on vouloit conſiderer les deux poids, ce ſeroit un mêlange d'une puiſſance conſtante, & d'une variable.

Dans l'hipotheſe d'un Corps ſans peſanteur tiré par un poids étranger, il peut arriver que le Corps n'ait aucune baſe de fraction. Car ſi l'on conçoit le poids attaché juſtement à la baſe qui par elle-même eſt la moins réſiſtante, il n'aura aucun levier à ſon égard, & par conſequent aucune action contre elle, & il peut d'ailleurs être tellement placé qu'il n'ait qu'un trop petit levier à l'égard des autres qui ſont plus réſiſtantes. Ainſi ce poids qui étoit capable de rompre le Corps, s'il eût été autrement placé, ne le rompra point. Ce ſeroit la même choſe, ſi le poids n'avoit qu'un trop petit levier à l'égard de la baſe la moins réſiſtante, & enſuite à l'égard des autres. Ce cas n'a point de lieu pour les Corps tirés ſeulement par leur propre poids, parceque ce poids qu'on ſuppoſe aſſés grand pour les rompre ne peut être placé ailleurs que dans le centre de gravité ſoit du tout, ſoit de la partie agiſſante.

Toutes ces idées ſuppoſées, M. Parent arrive par le calcul à deux Theorêmes fort remarquables. 1°. Un Corps tiré par une puiſſance variable eſt d'égale réſiſtance, *ſi les infiniment* petits d'infiniment petits ou les differences ſecondes des réſiſtances de ſes baſes ſont par tout en même raiſon que les puiſſances rompantes appliquées à ces baſes, c'eſt à dire en même raiſon que ces baſes mêmes, lorſque le Corps n'eſt tiré que par ſon propre poids. 2°. Si le Corps rompt en quelque endroit, qui eſt par conſequent ſa baſe de fraction, le levier par lequel la puiſſance ou les puiſſances rompantes ont agi eſt

égal au produit des deux Soûtangentes de la hauteur & de la largeur de cette base de fraction, divisé par la Soûtangente de la hauteur, plus deux fois la Soûtangente de la largeur.

Il suit du 1er Theorême qu'il y a une infinité de Corps d'égale résistance, quoiqu'on n'en ait jusqu'ici découvert qu'un assés petit nombre. Car si un Corps est terminé d'un côté par un plan vertical d'une Courbe, & de l'autre par un plan horizontal d'une autre Courbe, toutes deux encore indéterminées, il est clair que dés qu'on en aura déterminé l'une à être, par exemple, une Parabole, l'autre se déterminera necessairement ensuite par la proprieté essentielle qui apartient à l'égale résistance. Or la premiere détermination étant entierement libre, il naîtra une infinité de figures differentes. Si le Corps étoit un Conoïde, cette reflexion n'auroit point de lieu, parcequ'il ne seroit formé que d'une seule Courbe.

Il suit du 2d Theorême que si un Corps est de telle figure que la quantité tirée des Soûtangentes de chaque base soit toûjours égale au levier par lequel les puissances rompantes ont dû agir à l'égard de cette base, ce Corps est d'égale résistance, puisque, s'il rompt, il doit rompre également par tout. Hors delà, il peut avoir une base de fraction.

C'est cette base qu'il s'agit maintenant de déterminer, & qui donne lieu à plusieurs considerations selon les differentes circonstances. M. Parent n'envisage ici que les plus simples, d'où il passera aux autres. Il suppose les Solides sans pesanteur, tirés seulement par un poids constant attaché à leur sommet, de sorte que le levier de ce poids est toûjours la distance du sommet à la base de fraction. Cette distance indéterminée & inconnuë devant être toûjours égale à la quantité tirée des Soûtangentes de la base de fraction, elle deviendra déterminée & connuë par les grandeurs constantes & connuës de l'expression des Soûtangentes.

Si un corps est un Conoïde, les deux Soûtangentes d'u-

ne base quelconque étant toûjours égales, il saute aux yeux que la quantité tirée des Soûtangentes sera toûjours le tiers d'une Soûtangente quelconque. Si le levier indéterminé, par lequel agit le poids attaché au sommet, est toûjours le tiers de la Soûtangente de chaque base, ce Conoïde est visiblement d'égale résistance. Tel est celui qui est formé par la révolution d'une 1ere Parabole Cubique autour de son axe, car dans cette Courbe une Abscisse quelconque est toûjours le tiers de la Soûtangente correspondante, or le levier indéterminé du poids attaché au sommet est une Abscisse. Si le Conoïde étoit formé par la révolution d'une Parabole ordinaire autour de son axe, comme dans cette Parabole une Abscisse quelconque est toûjours la moitié de la Soûtangente correspondante, on trouveroit que le levier indéterminé du poids devroit être égal aux deux tiers de lui-même, ce qui est absurde, & par consequent ce Conoïde n'a point de base de fraction, le poids étant placé comme il l'est. Il faudra afin que quelque autre Conoïde en ait une, qu'il ait quelque Soûtangente triple de son Abscisse.

Si l'on considere des Corps qui ne soient point des Conoïdes, mais dont une face soit un parallelogramme, & les autres formées par des Courbes, à peu prés comme sont les Consoles, il faut observer que les Ordonnées des Parallelogrammes sont des lignes toutes égales, dont les Soûtangentes sont infinies, ou les côtés mêmes des parallelogrammes prolongés à l'infini. Ainsi dans la quantité tirée des deux Soûtangentes, il y a une Soûtangente qui devient infinie, & qui aneantit l'autre. Si le Corps est tellement posé que ce soit la Soûtangente de la largeur de sa base qui devienne infinie, ou, ce qui est la même chose, si sa face qui est un parallelogramme est horizontale, auquel cas le corps est posé de chan, la quantité tirée des Soûtangentes sera la moitié de la Soûtangente de la hauteur, & un Corps ou cette moitié sera toûjours égale à l'Abscisse, sera d'égale résistance étant posé de chan, & tiré par un poids attaché à son sommet; telle

seroit une espece de Console dont les deux plans verticaux seroient des Paraboles ordinaires. Si ce même Corps est posé sur le plat, auquel cas sa face qui est un parallelogramme est verticale, & la Soûtangente de sa hauteur est infinie, la quantité tirée des Soûtangentes n'est que la Soûtangente même de sa largeur. Or ce n'est que dans un Triangle dont on considerera toutes les bases paralleles comme autant d'Ordonnées, que l'on peut trouver des Soûtangentes toûjours égales à leurs Abscisses, & delà il est aisé de former la figure du Corps qui posé sur le plat & tiré à son sommet par un poids sera par tout d'égale résistance. Toutes ses faces ne seront que des triangles & des parallelogrammes.

Si au lieu de supposer toûjours un Corps sans pesanteur, & de lui attacher un poids à son sommet, on le considere comme devant rompre par son propre poids, qui est une puissance variable, il est aisé de voir par ce qui a été dit que le levier indéterminé ne sera plus une Abscisse, mais seulement la distance du centre de gravité de la partie agissante à la base de fraction, & il faudra que cette distance soit égale en quelque endroit ou en plusieurs à la quantité tirée des Soûtangentes, s'il doit rompre en un endroit seulement ou en plusieurs, ou égale par tout, s'il doit rompre également par tout ou être d'égale résistance. Pour cette recherche, il faut avoir par les Methodes ordinaires les Centres de gravité du Corps & de ses portions quelconques.

C'est la même chose si un Corps est exposé à l'action du Vent, ou de quelque autre puissance variable, pourvû que l'on ait égard à la maniere dont cette action s'y applique. Lorsqu'elle varie comme les bases du Corps, elle ne fait que le même effet que sa propre pesanteur.

Toutes les fois que M. Parent trouve par son Theorême des Soûtangentes qu'un Corps est d'égale résistance à l'égard d'une puissance variable, il lui confirme cette proprieté par son 1[er] Theorême, c'est à dire qu'il fait voir que les differences secondes des résistances de ses bases

sont par tout comme les puissances rompantes. Ainsi une Console posée sur le plat, ayant son plan horizontal superieur & l'inferieur formés par deux plans égaux de Logarithmique, & tirée seulement par sa propre pesanteur, sera par tout d'égale résistance ; car d'un côté les puissances rompantes qui sont les bases ne sont dans cette position que comme les largeurs de ces bases, ou comme les Ordonnées de la Logarithmique, puisque toutes les hauteurs qui apartiennent à un parallelogramme sont égales, & d'un autre côté les résistances des bases ne sont par la même raison que comme leurs largeurs ou les mêmes Ordonnées de Logarithmiques, dont par la proprieté essentielle de cette Courbe les differences 1eres, 2des, &c. à l'infini, sont comme les Ordonnées mêmes.

Nous n'entrerons point avec M. Parent dans un plus grand détail d'Exemples. Il suffira de remarquer qu'il en donne aussi quelques-uns de figures qui n'ayant par elles-mêmes aucune base de fraction pour un poids attaché à un certain point, en ont une à l'égard de ce même poids demeurant immobile, pourvû qu'on les augmente de quelque autre figure. Cet expedient revient au même que celui de déplacer le poids, mais il demande un autre calcul & d'autres tours geometriques. On se plaît presentement à multiplier les difficultés, on les recherche avec soin, tant on est sûr de l'Art qui les doit vaincre.

SUR LA RESISTANCE DES MILIEUX AU MOUVEMENT.

DEs trois Hipotheses les plus vrai-semblables qu'on puisse faire sur la Résistance des Milieux au Mouvement, & les seules que M. Varignon ait jugées dignes de

V. les M. p. 243. & 425.

les examiner, les deux premieres étant entierement finies *, il passe à la troisiéme, c'est celle où la Résistance croît comme la somme de la vitesse & de son quarré. Tout le reste demeure le même que dans les deux autres Hipotheses.

* V. l'Hist. de 1707. p. 139. & suiv. celle de 1708. p. 123. & suiv. & celle de 1709. p. 97. & suiv.

Nous avions supposé dans la premiere que de la vitesse du 1er instant qui étoit 1, la résistance du Milieu en retranchoit la 10eme partie. Cette même supposition a subsisté dans la seconde Hipothese, parceque soit que la résistance croisse comme les vitesses ou comme leurs quarrés, la vitesse du 1er instant, & son quarré sont également 1. Mais ce n'est plus la même chose dans la troisiéme Hipothese. La somme de la vitesse du 1er instant & de son quarré est 2, & par consequent si dans les 2 premieres Hipotheses la résistance qui suivoit ou les vitesses ou leurs quarrés a retranché $\frac{1}{10}$ de la vitesse du 1er instant, maintenant qu'elle suit les sommes des vitesses & de leurs quarrés, & que par-là elle est dans le 1er instant double de ce qu'elle étoit, elle doit retrancher $\frac{1}{5}$ de la vitesse de cet instant. Cette vitesse qui de 1 ou $\frac{10}{10}$ devenoit $\frac{9}{10}$ devient donc $\frac{8}{10}$, ou $\frac{4}{5}$.

Sur ce pié-là, pour avoir la vitesse du 2d instant, il ne faut que faire le même raisonnement qui a été fait pour la seconde Hipothese dans l'Hist. de 1709 *. La vitesse primitive du 2d instant, qui, si le Milieu ne résistoit plus, seroit $\frac{4}{5}$ plus 1 ou $\frac{9}{5}$, perdra une partie qui sera à $\frac{1}{5}$, comme la somme de la vitesse $\frac{9}{5}$ & de son quarré, est à la somme de la vitesse 1 & de son quarré ou à 2. Cette partie sera donc $\frac{63}{125}$, qui étant retranchée de la vitesse primitive du 2d instant $\frac{9}{5}$ ou $\frac{225}{125}$ la réduit à n'être plus que $\frac{162}{125}$, de sorte que les vitesses des deux premiers instants, qui sans la résistance auroient été 1 & 2, ne seront plus que $\frac{4}{5}$ & 1 $\frac{37}{125}$. Et si on multiplie par 1000 afin de les pouvoir comparer aux mêmes vitesses qui ont été calculées pour les deux premieres Hipotheses, on trouvera que les vitesses primitives qui étoient 1000 & 2000, deviennent dans la 1ere Hipothese 900 & 1710, dans la 2de 900 & 1539, & dans la 3eme 800, & 1296.

* p. 99.

La viteſſe va donc toûjours en diminuant d'une Hipotheſe à l'autre, & ſi dans les deux premieres elle ne devenoit au bout d'un temps infini qu'une viteſſe terminale finie, elle doit à plus forte raiſon le devenir dans cette troiſiéme Hipotheſe, & même être moindre.

Dans la 1[ere], la Réſiſtance que fait le Milieu en quelque inſtant que ce ſoit eſt à la Peſanteur du Corps qui tombe, comme la viteſſe actuelle qu'il a en ce même inſtant, eſt à la viteſſe terminale qu'il aura au bout d'un temps infini. Delà nous avons conclu que pour la 2[de] Hipotheſe il n'y avoit qu'à faire dans cette proportion le changement que demande naturellement & neceſſairement le changement d'Hipotheſe, & que la Réſiſtance ſeroit à la Peſanteur comme le quarré de la viteſſe actuelle au quarré de la terminale. Il eſt donc naturel de conclure que pour la 3[eme] Hipotheſe, il n'y a qu'à mettre dans la même proportion au lieu des quarrés des viteſſes, les ſommes de leurs quarrés & d'elles, & cela eſt effectivement vrai; quoiqu'avec une certaine modification.

Il s'agit dans toute cette Theorie générale de trouver des Courbes par le moyen deſquelles des lignes ou des ſurfaces repreſentent les grandeurs qu'on veut connoître, viteſſes, réſiſtances, eſpaces parcourus. Il faut donc ſuivre les loix que la Geometrie obſerve neceſſairement en conſiderant differentes grandeurs. Ici la réſiſtance ſe proportionne toûjours à la ſomme faite de la viteſſe actuelle & de ſon quarré, mais en Geometrie on ne ſçauroit faire une ſomme d'une grandeur & de ſon quarré, d'une ligne & d'une ſurface, parceque ces deux grandeurs ne peuvent être comparées; & que l'une n'eſt que l'élement infiniment petit de l'autre. Il faut donc, ſi l'on veut les comparer, les réduire à l'*homogeneïté*, & les rendre de même eſpece en diviſant le quarré par quelque grandeur arbitraire, moyennant quoi le quotient de cette diviſion n'eſt qu'une ligne, grandeur de même eſpece que la racine du quarré, & l'on fait fort naturellement

une somme de cette racine, & de la nouvelle ligne. Afin que ces nouvelles lignes qui naissent de la division des quarrés soient toûjours en même raison qu'eux, la division se fait toûjours par une même grandeur constante, & entant qu'il n'est question que de rapports, il n'y a rien de changé.

Mais il arrive du changement à l'égard des grandeurs *absoluës*. Plus la grandeur arbitraire & constante par laquelle se font les divisions est grande, plus les quotients sont petits, & réciproquement. Or dans l'hipothese presente la résistance d'un instant quelconque s'exprime par la vitesse de cet instant, plus son quarré divisé par la grandeur constante, donc plus cette grandeur est grande, plus les résistances sont petites en elles-mêmes, quoique toûjours proportionnées aux sommes des vitesses & de leurs quarrés, & réciproquement. Mais d'un autre côté, la résistance d'un instant quelconque est toûjours à la Pesanteur constante du Corps, comme la somme faite de la vitesse actuelle de cet instant & de son quarré, est à une pareille somme faite de la vitesse terminale. Donc si les résistances sont plus petites en elles-mêmes & par consequent aussi par rapport à la pesanteur, les vitesses actuelles seront aussi plus petites par rapport à la Terminale, ou, ce qui est la même chose, la Terminale sera plus grande. Donc la grandeur de la Terminale dépend de cette grandeur arbitraire & constante par laquelle on divise les quarrés; & en effet M. Varignon trouve que la Terminale est toûjours un peu plus de la moitié de cette grandeur.

Il peut paroître étrange que la Terminale soit dépendante d'un choix arbitraire, car n'a-t-elle pas par elle-même sa grandeur déterminée? Qu'un Corps tombe librement dans l'air, & que l'air lui résiste selon l'hipothese presente, ce Corps n'acquerra-t-il pas au bout d'un temps infini une certaine vitesse, necessairement reglée par les causes phisiques, & qui seroit toûjours la même dans toute autre chute égale? Cela est vrai, mais

cette

cette viteſſe Terminale n'eſt pas connuë. Si on la connoiſſoit, on en prendroit un peu moins que le double pour faire la diviſion des quarrés, & tout ſeroit fixe & déterminé. Mais à ſon défaut, on prend une grandeur arbitraire & conſtante qui tient ſa place, & fait le même effet à l'égard des ſimples rapports, mais qui ſelon qu'elle eſt priſe plus ou moins grande fait varier les grandeurs abſoluës.

Dans la proportion dont les 4 termes ſont la réſiſtance, la peſanteur, la ſomme faite d'une viteſſe quelçonque & de ſon quarré, & une pareille ſomme de la viteſſe Terminale, la neceſſité de diviſer les quarrés par une grandeur conſtante y fait entrer dés le 3ème terme cette grandeur d'où dépend la Terminale, ainſi cette Terminale inconnuë ne peut être trouvée par les 3 premiers termes, comme elle l'a été dans les deux hipotheſes précedentes. On ne peut que la ſuppoſer.

Aprés cet éclairciſſement ſur la nouvelle eſpece dont eſt ici la Terminale, il ne nous reſte plus de reflexions importantes à faire ſur les deux Courbes qui repreſentent ou les viteſſes *actuelles* & qui reſtent au Corps malgré la réſiſtance du Milieu, ou les viteſſes *perduës*. M. Varignon les trouve toutes deux comme dans la ſeconde hipotheſe, d'abord par la Logarithmique, enſuite par l'Hiperbole.

L'eſpace parcouru dans cette troiſiéme hipotheſe eſt auſſi-bien que dans les deux autres infini en un temps infini, mais il arrive ici une choſe particuliere ; c'eſt que quand on ſe ſert de l'Hiperbole pour la conſtruction de la Courbe qui doit repreſenter par ſes aires curvilignes les eſpaces parcourus, on trouve que cet eſpace parcouru en un temps infini eſt infiniment infini, ou infini du 2d genre. Or que veut dire cela ? pourquoi cet eſpace de l'ordre du fini où il étoit *faute-t-il* dans l'infini du 2d genre ? & peut-il y ſauter ſans avoir paſſé par l'infini du 1er ? Pour répondre à ces difficultés M. Varignon fait une digreſſion, dont nous donnerons les principes, en y

ajoûtant quelques reflexions.

Si l'on considere une progression geometrique quelconque, comme 1, 2, 4, &c. il est certain que chacun des intervalles égaux qui sont entre 1 & 2, entre 2 & 4, &c. peut-être rempli par une infinité de nombres irrationnels, qui entreront dans la même progression geometrique. Par exemple, entre 1 & 2 est la Racine de 2, moyenne proportionnelle geometrique entre 1 & 2; entre 1 & la Racine de 2, est la Racine 4eme de 2; entre 1 & la Racine 4eme de 2, est la Racine 8eme de 2, & toûjours ainsi en s'approchant de 1, de sorte que la derniere d'un nombre infini de ces racines irrationnelles de 2 ne sera que 1. De même entre la Racine de 2 & 2, on trouvera un nombre infini de grandeurs irrationnelles qui s'approcheront toûjours de 2, & dont la derniere lui sera égale. Il n'y a point d'intervalle entre deux grandeurs, quelque petit qu'il soit, qui ne soit divisible à l'infini, c'est à dire qui ne puisse être rempli par une infinité de grandeurs *intermediaires*, qui entreront dans la progression des *extrêmes* ou *principales*.

Ces grandeurs intermediaires sont d'une autre nature que les principales, non en elles-mêmes, puisqu'elles entrent dans la même progression, mais par rapport à nous, qui ne les concevons pas aussi distinctement que les autres. Ainsi tous ces nombres irrationnels qui sont entre 1 & 2, sont fort obscurs pour l'esprit humain, & ce qui le prouve bien entre plusieurs autres choses, c'est que, comme dit M. Varignon, tous les nombres dont nous avons une idée nette, sont pairs ou impairs, cependant ceux-là ne sont ni l'un ni l'autre.

Si l'on imagine les differents Ordres d'Infini que je suppose démontrés à toute rigueur, le Fini, l'Infini du 1er genre, l'Infini du 2^d^ &c. il est évident qu'ils sont ensemble une progression geometrique croissante; mais dequoi sont remplis leurs intervalles? Le premier ne le peut être que d'une infinité de grandeurs moyennes proportionnelles entre le Fini, & l'Infini du 1er genre, & qui par

consequent ne sont ni de l'un ni de l'autre ordre, ni finies, ni infinies, ce qui n'est pas plus incomprehensible, & est prouvé de la même maniere que les nombres irrationnels. Ces grandeurs intermediaires entre le Fini & l'Infini du 1er genre, qui sont les seules que nous considerions ici, peuvent être appellées *Infinis imparfaits*.

Ces Infinis imparfaits ne laissent pas d'être infiniment grands par rapport au Fini dans le même temps qu'ils sont infiniment petits par rapport à l'Infini du 1er genre. Ainsi l'essence de la Parabole consistant en ce que son Parametre, grandeur constante & finie, une Ordonnée quelconque, & l'Abscisse correspondante sont toûjours en progression geometrique, si l'on conçoit cette Courbe prolongée à l'infini, & par consequent sa derniere Ordonnée & son Abscisse ou l'Axe devenus infinis, il faut necessairement que cette Ordonnée soit un Infini imparfait, infiniment grand par rapport au Parametre, & infiniment petit par rapport à l'Axe devenu infini du 1er genre, car la proprieté essentielle d'une Courbe se conserve jusque dans l'Infini, lorsque la Courbe y peut aller. Et il faut remarquer que sans cette idée d'Infini imparfait, & dans la supposition des seuls Infinis parfaits, la Parabole prolongée à l'Infini, comme elle peut certainement l'être, renfermeroit une difficulté inexplicable. Il faudroit que l'Ordonnée fût un Infini du 1er genre, & l'Axe du 2d, or les Ordonnées & l'Axe ayant toûjours crû ensemble & de compagnie, il seroit inconcevable que l'Axe eût passé de l'ordre du Fini à l'Infini du 2d genre sans passer par celui du 1er, tandis que l'Ordonnée n'auroit fait que le chemin *regulier* de l'ordre du Fini dans l'Infini du 1er genre.

Selon le sistême que nous établissons ici, il y a des Infinis imparfaits, qui quoiqu'ils soient toûjours infiniment plus grands que le Fini, s'en approchent pourtant toûjours de plus en plus. On peut trouver un exemple d'un Infini imparfait le moins au-dessus du Fini qu'il se puisse dans la Logarithmique, dont les Ordonnées séparées

par des intervalles égaux infiniment petits font en progression geometrique, & peuvent s'étendre sur l'Axe à l'infini. Car si l'on conçoit qu'elle arrive à une Ordonnée infinie du 1er genre, il est de sa nature qu'entre cette Ordonnée infinie, & la derniere des finies, il y en ait une infinité qui seront des moyennes proportionnelles du genre de l'Infini imparfait. Et si l'on conçoit que la Logarithmique se termine à la premiere Ordonnée infinie qu'elle peut avoir, car à quoi serviroit-il de la pousser au-delà ? cette premiere Ordonnée sera la premiere de ces moyennes proportionnelles, moins differente que toute autre de la derniere Ordonnée finie.

Comme toutes les Courbes cheminent par les degrés les plus insensibles qu'il se puisse, on peut de même imaginer, lorsqu'elles arrivent à l'Infini, que c'est à quelque Infini imparfait, à moins qu'il ne soit necessaire de l'imaginer parfait, ainsi que l'Axe de la Parabole devenuë infinie. Le Calcul ne détermine pas necessairement & par lui-même la differente espece de l'Infini parfait & de l'imparfait, car ils n'ont tous deux à cet égard qu'un caractere commun, qui est que toute grandeur finie disparoît devant eux.

Toutes ces idées & ces raisonnemens sur l'Infini se transportent naturellement à l'Infiniment petit. Il y a entre le fini & l'infiniment petit du 1er genre une infinité de moyennes proportionnelles, toutes infiniment plus petites que le fini, & infiniment plus grandes que l'infiniment petit du 1er genre. Un exemple seul suffira pour prouver la necessité de les admettre.

On connoît plusieurs Courbes qui n'ayant qu'un axe fini qu'elles rencontrent à leur origine, ont sur cet axe une derniere Ordonnée infinie, & asimptotique à la Courbe. Il est certain que cette derniere Ordonnée n'est que la somme de toutes les *differences* infiniment petites précedentes, mais comment peut-elle l'être ? Il n'y a de differences infiniment petites précedentes qu'autant qu'il y a d'intervalles infiniment petits pris sur l'Axe entre les

Ordonnées. Or l'Axe étant ſuppoſé fini, il ne peut avoir qu'un nombre de ces intervalles infini du 1[er] genre tout au plus. Donc le nombre des differences n'eſt non plus qu'un infini du 1[er] genre. Donc puiſqu'elles ſont infiniment petites, leur nombre infini ne peut faire qu'une ſomme, & par conſequent une derniere Ordonnée finie; cependant elle eſt infinie. Il eſt évident que ſi l'Axe étoit infini, & que par conſequent il contînt une infinité d'intervalles infiniment petits, cette difficulté n'auroit pas lieu.

Il ne paroît pas qu'on la puiſſe réſoudre autrement qu'en concevant que les differences dont il s'agit ſont des infiniment petits *imparfaits* plus petits, à la verité, que toute grandeur finie, mais infiniment plus grands que les infiniment petits du 1[er] genre, & qui par conſequent font une ſomme infiniment plus grande, ou infinie.

Aprés cet éclairciſſement qui étoit important pour la Geometrie de l'Infini, & qui n'eſt pas le ſeul qu'elle demandât encore, M. Varignon reprend ſa matiere, & paſſe aux Mouvemens qui ayant commencé par une viteſſe finie quelconque, auroient été toûjours enſuite accelerés par la peſanteur, & auroient éprouvé de la part du Milieu la réſiſtance de la troiſiéme Hipotheſe. Cette viteſſe *initiale* ſeroit plus petite que la terminale, ou égale, ou plus grande, mais nous avons déja épuiſé dans les deux hipotheſes précedentes les raiſonnemens généraux que l'on peut faire ſur ces trois cas.

MOnſieur Jaugeon a donné un Ecrit de l'Origine des Caracteres Latins, compoſé à l'occaſion de la conſtruction des nouveaux Caracteres, à laquelle il a travaillé.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE DES SCIENCES EN MDCCX.

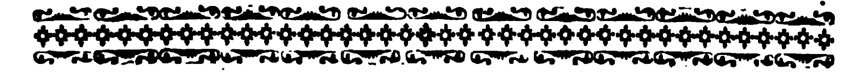
I.

UNe Machine inventée par M. Olaine, Gentilhomme Irlandois, pour mouler un tres-grand nombre de Chandelles tout à la fois, & tres-facilement. De plus le Suif qu'il employe à ces Chandelles eſt tellement préparé qu'elles brûlent fort bien ſans couler, n'ont aucune mauvaiſe odeur, & ſont preſque auſſi ſeches au toucher que de la Cire.

II.

Un Fauteüil mobile ſur des Roulettes, que celui qui eſt aſſis dedans peut faire mouvoir ſeul dans une Chambre, & tourner du côté qu'il veut. Il a été preſenté par le Sieur de Bezu, & a paru ſimple, & d'uſage.





ELOGE
DE M. DE CHAZELLES.

JEAN MATHIEU DE CHAZELLES nâquit à Lyon le 24 Juillet 1657 d'une Famille honnête, qui étoit dans le Commerce. Il fit toutes ses études dans le grand College des Jesuites de cette Ville, aprés quoi il vint à Paris en 1675. La passion qu'il avoit d'y connoître les gens de merite le conduisit chés feu M. du Hamel, Secretaire de cette Academie, qui de son côté favorisoit de tout son pouvoir les jeunes gens, dont on pouvoit concevoir quelque esperance. Il remarqua dans celui-cy beaucoup de disposition pour l'Astronomie, car le jeune homme étoit déja Geometre, il le presenta à M. Cassini, qu'il le prit avec lui à l'Observatoire, école où Hipparque & Ptolomée eux-mêmes auroient encore pû apprendre.

La Theorie & la Pratique, toûjours si differentes, le sont peut-être plus en fait d'Astronomie qu'en toute autre matiere, & le plus habile Astronome, qui ne le seroit que par les Livres, seroit tout étonné, quand il viendroit à manier la Lunette, qu'il ne verroit presque rien. Les Observations sont une manœuvre tres-fine & tres-délicate. M. de Chazelles étudia cet art à fond, & en même temps il embrassa toute cette vaste science, dont il est le fondement. Il travailla sous M. Cassini à la grande Carte Geographique en forme de Planisphére qui est sur le pavé de la Tour Occidentale de l'Observatoire, & qui a 27 pieds de diametre. Elle avoit été dressée sur les observations que l'Academie avoit déja faites par ordre du Roi en differens endroits de la Terre, & ce qui en est le plus remarquable, c'est qu'elle fut en quelque sorte pro-

phetique. Elle contenoit ſur de certaines conjectures de M. Caſſini des corrections anticipées & fort importantes, qui ont été juſtifiées depuis par des obſervations inconteſtables.

En 1683 l'Academie continua vers le Septentrion, & vers le Midi le grand ouvrage de la Meridienne commencé en 1670, & M. Caſſini à qui le côté du Midi étoit tombé en partage, aſſocia à ce travail M. de Chazelles. Ils pouſſerent cette ligne juſqu'à la campagne de Bourges.

Aprés avoir pris des leçons de M. Caſſini à l'Obſervatoire pendant 5 ans, M. de Chazelles devoit être devenu un excellent Maître. Feu M. le Duc de Mortemar le prit pour lui enſeigner les Mathematiques, & le mena avec lui à la campagne de Gennes en 1684. Il lui fit avoir l'année ſuivante une nouvelle place de Profeſſeur d'Hidrographie pour les Galeres à Marſeille, car il y en avoit depuis long-temps une ancienne remplie par un Pere Jeſuite, à qui il falloit donner du ſecours, parceque la Marine de France s'étoit conſiderablement fortifiée.

Ces Ecoles ſont des eſpeces de petits Etats aſſés difficiles à gouverner. Tous les ſujets qui les compoſent ſont dans la force de leur jeuneſſe, impetueux, indociles, amoureux de l'indépendance avec fureur, ennemis preſque irreconciliables de toute application, & ce qui eſt encore pis, ils ſont tous gens de guerre, & leur Maître n'a ſur eux aucune autorité militaire. Cependant on rend ce témoignage à M. de Chazelles, qu'il fut toûjours reſpecté, & même aimé de ſes redoutables ſujets. Il avoit cette douceur ferme & courageuſe, qui ſçait gagner les cœurs avec dignité. Le ſuccés qu'il avoit eu l'encouragea à ſe charger encore d'une nouvelle école de jeunes Pilotes deſtinés à ſervir ſur les Galeres. Elle a fourni, & fournit encore tous les jours un grand nombre de bons Navigateurs.

Pendant l'Eté de 86 les Galeres firent 4 petites campagnes, ou plutôt 4 promenades, où elles ne ſe propo-

ſoient que de faire de l'exercice. M. de Chazelles s'embarqua toutes les 4 fois, & alla tenir ſes écoles ſur la Mer. Il montroit aux Officiers la pratique de ce qu'il leur avoit enſeigné. Il fit auſſi pluſieurs obſervations geometriques & aſtronomiques, par le moyen deſquelles il donna enſuite une nouvelle Carte de la Côte de Provence.

Nous paſſons ſous ſilence deux campagnes, quoique plus longues, & plus conſiderables, qu'il fit en 87 & 88. Elles produiſirent toutes deux un grand nombre de Plans qu'il leva, ſoit des Ports & des Rades, où il aborda, ſoit des Places qu'il pût voir. On ſçait aſſés que ces Plans ne ſont pas de ſimples curioſités, & qu'étant déposés entre les mains des Miniſtres d'Etat, ils deviennent en certains temps la matiere des plus importantes déliberations, & les reglent d'autant plus ſûrement, qu'ils ont été faits de meilleure main.

Il y a long-temps que l'Experience, maîtreſſe ſouveraine de tous les Arts, a fait entre les deux eſpeces des grands Bâtimens de Mer un partage, où tous les peuples de l'Europe ont ſouſcrit; elle a donné l'Océan aux Vaiſſeaux, & la Mediterranée aux Galeres. Elles ont trop peu de bord pour ſoûtenir une vague auſſi haute que celle de l'Océan. Mais auſſi les Vaiſſeaux ont ce défaut eſſentiel qu'ils ne peuvent rien ſans le Vent; ce ſont de grands corps abſolument dépendants de cette ame étrangere, inconſtante, & qui les abandonne quelquefois entierement. Au commencement de la derniere guerre quelques Officiers de Marine, & M. de Chazelles avec eux, imaginerent qu'on pourroit avoir des Galeres ſur l'Océan, qu'elles y ſerviroient à remorquer les Vaiſſeaux, quand le Vent leur ſeroit contraire, ou leur manqueroit, qu'enfin elles les rendroient indépendants du Vent, & par conſequent beaucoup plus agiſſants que ceux des Ennemis. Elles devoient auſſi aſſurer & garantir les Côtes de Ponant. Ces ſortes d'idées hardies, pourveu qu'elles le ſoient dans certaines bornes, partent d'un

courage d'esprit, rare même parmi ceux qui ont le courage du cœur. Sans cette audace, un faux impossible s'étendroit presque à tout. Comme M. de Chazelles avoit beaucoup de part à la proposition, il fut envoyé en Ponant au mois de Juillet 1689 pour visiter les Côtes par rapport à la navigation des Galeres. Enfin en 90, 15 Galeres nouvellement construites partirent de Rochefort presque entierement sur sa parole, & donnerent un nouveau spectacle à l'Océan. Elles allerent jusqu'à Torbay en Angleterre, & servirent à la descente de Tingmouth. M. de Chazelles y fit les fonctions d'Ingenieur, fort differentes de celles de Professeur d'Hidrographie. Quoiqu'il ne se fût pas destiné à la guerre, & qu'il ne soit guere naturel qu'un Soldat ait été élevé à l'Observatoire, il marqua & en cette occasion, & en plusieurs autres pareilles, toute l'intrepidité que demande le métier des armes. Les Officiers généraux sous qui il a servi, attestent que quand ils l'avoient envoyé visiter quelque poste ennemi, ils pouvoient compter parfaitement sur son rapport. Il n'est que trop établi que ceux qui sont chargés de ces sortes de commissions, n'y portent pas tous, ou n'y conservent pas une vûë bien nette. M. de Chazelles n'étoit originairement qu'un Sçavant, & les Sciences mêmes en avoient fait un homme de guerre. Ce qui éleve l'esprit devroit toûjours aussi élever l'ame.

Les Galeres aprés leur expedition revinrent à l'embouchure de la Seine dans les Bassins du Havre & de Honfleur, mais elles n'y pouvoient pas hiverner, parce qu'il étoit necessaire de mettre de temps en temps ces Bassins à sec, pour éviter la corruption des eaux. M. de Chazelles proposa de faire monter les Galeres à Roüen, tous les Pilotes y trouvoient des difficultés insurmontables, il soûtint seul qu'elles y monteroient; il s'étoit acquis une grande confiance, on le crut, & elles monterent heureusement. Une grande habileté ne suffit pas pour oser se charger d'un évenement considerable, il faut encore un zele vif, qui vueille bien courir les ris-

ques de l'injustice des hommes, toûjours portés à ne donner leur approbation qu'aux succés.

Les Galeres hivernerent donc à Roüen, & celui qui les y avoit amenées devoit naturellement les préserver des accidens dont elles étoient menacées dans ce séjour étranger. Aussi imagina-t-il une nouvelle sorte d'amarrage, & une petite jettée de pilotis, qui les mettoient à couvert des glaces qu'on craignoit, & cela à peu de frais, au lieu que de toute autre maniere la dépense eût été considerable.

Pendant qu'il étoit à Roüen, il mit en ordre les observations qu'il venoit de faire sur les Côtes de Ponant, & en composa 8 Cartes particulieres accompagnées d'un *Portulan*, c'est à dire d'une ample description de chaque Port, de la maniere d'y entrer, du fond qui s'y trouve, des marées, des dangers, des reconnoissances, &c. Ces sortes d'Ouvrages, quand ils ont toute leur perfection, sont d'un grand prix, parceque, comme nous l'avons déja dit dans l'Hist. de 1701*, & à l'occasion de M. de Chazelles même, *les Sciences qui sont de pratique sont les moins avancées. Deux ou trois grands Genies suffisent pour pousser bien loin des Theories en peu de temps, mais la pratique procede avec plus de lenteur, à cause qu'elle dépend d'un trop grand nombre de mains, dont la plûpart même sont peu habiles.* Les nouvelles Cartes de M. de Chazelles furent mises dans le *Neptune François*, qui fut publié en 1692. Dans cette même année il fit la campagne d'Oneille, & servit d'Ingenieur à la descente.

* p. 111.

En 93 M. de Pontchartrain alors Secretaire d'Etat de la Marine, & aujourd'hui Chancelier de France, ayant résolu de faire travailler à un second Volume du *Neptune François*, qui comprît la Mer Mediterranée, M. de Chazelles proposa d'aller établir par des observations astronomiques la position exacte des principaux points du Levant, & il ne demandoit qu'un an pour son voyage. Il eût été difficile de lui refuser une grace si peu briguée. Il partit, & parcourut la Grece, l'Egypte, la Tur-

quie, toûjours le Quart de cercle & la Lunette à la main. Il est vrai que ce n'est-là que recommencer continuellement les mêmes operations, sans acquerir de lumieres nouvelles, au lieu qu'un Sçavant de Cabinet en acquiert tous les jours avec volupté & avec transport, mais plus ce plaisir est flateur, plus il est beau de le sacrifier à l'utilité du Public, qui profite plus de quelques faits bien sûrs, que de plusieurs speculations brillantes.

Le voyage de M. de Chazelles donna sur l'Astronomie un éclaircissement important, & long-temps attendu. Il est necessaire pour la perfection de cette Science que les Astronomes de tous les Siécles se transmettent leurs connoissances, & se donnent la main. Mais pour profiter du travail des Anciens, il faut pouvoir calculer pour le lieu où nous sommes, ce qu'ils ont calculé pour les lieux où ils étoient, & par consequent sçavoir exactement la longitude, & la latitude de ces lieux. On ne peut pas trop s'en rapporter aux Anciens eux-mêmes, parcequ'on observe presentement avec des Instruments, & une précision qu'ils n'avoient pas, & qui rendent un peu suspect tout ce qui a été trouvé par d'autres voyes. Les Astronomes dont il étoit le plus important de comparer les observations aux nôtres étoient Hipparque, Ptolomée, & Ticho Brahé. Les deux premiers étoient à Alexandrie en Egypte, & ils la rendirent la Capitale de l'Astronomie. Ticho étoit dans l'Isle d'Hüene, située dans la Mer Baltique; il y fit bâtir ce fameux Observatoire, qu'il appella Uranibourg, *Ville du Ciel*. L'Academie presque encore naissante avoit formé le noble dessein d'envoyer des Observateurs à Alexandrie & à Uranibourg, pour y prendre le fil du travail des grands hommes, qui y avoient habité. Mais les difficultés du voyage d'Alexandrie firent que l'on se contenta de celui d'Uranibourg, que M. Picard voulut bien entreprendre en 1671.

Il y traça la Meridienne du lieu, & fut fort étonné de la trouver differente de 18′ de celle que Ticho avoit déterminée, & qu'il ne devoit pas avoir déterminée negli-

gemment, puisqu'il s'agissoit d'un terme fixe, où se rapportoient toutes ses observations. Cela pouvoit faire croire que les Meridiens changeoient, c'est à dire, que la Terre, supposé qu'elle tourne, ne tourne pas toûjours sur les mêmes Poles, car si un autre point devient Pole, tous les Meridiens qui doivent passer par ce nouveau point ont necessairement changé de position. On voit assés combien il importoit aux Astronomes de s'assurer ou de la variation, ou de l'invariabilité des Poles de la Terre, & des Meridiens.

M. de Chazelles étant en Egypte mesura les Piramides, & trouva que les 4 côtés de la plus grande étoient exposés précisément aux 4 Regions du Monde. Or comme cette exposition si juste doit selon toutes les apparences possibles avoir été affectée par ceux qui éleverent cette grande masse de pierres, il y a plus de 3000 ans, il s'ensuit que pendant un si long espace de temps rien n'a changé dans le Ciel à cet égard, ou, ce qui revient au même, dans les Poles de la Terre, ni dans les Meridiens. Se seroit-on imaginé que Ticho, si habile & si exact observateur, auroit mal tiré sa Meridienne, & que les anciens Egyptiens si grossiers, du moins en cette matiere, auroient bien tiré la leur ? L'invariabilité des Meridiennes a été encore confirmée par celle que M. Cassini a tirée en 1655 dans l'Eglise de S. Petrone à Bologne.

M. de Chazelles rapporta aussi de son voyage de Levant tout ce que l'Academie souhaitoit sur la position d'Alexandrie. Aussi M. de Pontchartrain crut-il lui devoir une place dans une Compagnie, à qui ses travaux étoient utiles. Il y fut associé en 1695. Il retourna ensuite à Marseille reprendre ses premieres fonctions.

Tout le reste de sa vie n'est guere qu'une repetition perpetuelle de ce que nous avons vû jusqu'ici. Des campagnes sur mer presque tous les ans, soit en guerre, soit en paix, quelques-unes seulement plus considerables, comme celle de 1697 où Barcelone fut prise, des positions qu'il prend de tous les lieux qu'il voit, des Plans

qu'il leve, des fonctions d'Ingenieur qu'il fait assés souvent, & avec gloire, & puis un retour paisible à son école de Marseille. Il ne s'en dégoûtoit point pour avoir eu quelques occupations plus brillantes, jamais il ne songea à la quitter. Les plus grandes ames sont celles qui s'arrangent le mieux dans la situation presente, & qui dépensent le moins en projets pour l'avenir.

Lorsqu'en 1700 M. Cassini par ordre du Roi alla continuer du côté du Midi la Meridienne abandonnée en 83, M. de Chazelles fut encore de la partie. Il ne pût joindre qu'à Rodez M. Cassini, qui, pour ainsi dire, filoit sa Meridienne en s'éloignant toûjours de Paris. Mais depuis Rodez M. de Chazelles s'attacha si fortement à ce travail, & cela, pendant la plus fâcheuse saison de l'année, que sa santé commença à s'en alterer considerablement.

La Ligne étant poussée jusqu'aux frontieres d'Espagne, il revint à Paris en 1701, & il y fut malade ou languissant pendant plus d'une année. Ce fut alors qu'il communiqua à l'Academie le vaste dessein qu'il méditoit d'un Portulan général de la Mediterranée *. On peut compter que dans les Cartes Geographiques, & Hidrographiques des trois quarts du Globe le portrait de la Terre n'est encore qu'ébauché, & que même dans celles de l'Europe, il est assés éloigné d'être bien fini, ni bien ressemblant, quoiqu'on y ait beaucoup plus travaillé.

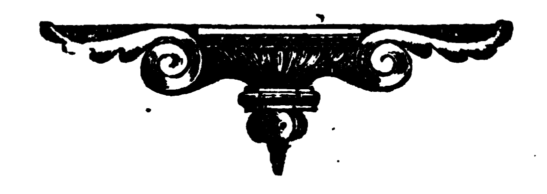
* V. l'Hist. de 1701. p. 121. & suiv.

Malgré plusieurs soins differents, & les infirmités même qui deviennent le plus grand de tous les soins, M. de Chazelles ne perdoit point de vûë ses Galeres égarées dans l'Océan. Etant encore à Paris en 1702, il proposa qu'elles pouvoient rester à sec dans tous les Ports, où il entroit assés de marée pour les y faire entrer. Par-là il triploit le nombre des retraites qu'elles pouvoient avoir, & par consequent aussi le nombre des occasions, où elles pouvoient être employées. On fit à Ambleteuse l'épreuve de sa proposition sur deux Galeres qu'on échoüa, & elles soûtinrent l'échoüage pendant 15 jours sans aucun

inconvenient. Au contraire il donna une merveilleuse commodité pour espalmer. Il faut oser en tout genre, mais la difficulté est d'oser avec sagesse; c'est concilier une contradiction.

Les 9 dernieres années de la vie de M. de Chazelles, quoiqu'aussi laborieuses que les autres, furent presque toûjours languissantes, & sa santé ne fit plus que s'affoiblir. Enfin il lui vint une fiévre maligne qu'il negligea dans les commencements, soit par l'habitude de souffrir, soit par la défiance qu'il avoit de la Medecine, à laquelle il préferoit les ressources de la Nature. Enfin il mourut le 16 Janvier 1710 entre les bras du P. Laval Jesuite, son Collegue en Hidrographie, & son intime ami. Quand deux amis le sont dans des postes qui naturellement les rendent rivaux, il ne faut plus leur demander des preuves d'équité, de droiture, ni même de generosité. A ces vertus, & à celles que nous avons déja representées, M. de Chazelles joignit toûjours un grand fond de Religion, c'est à dire, ce qui assure & fortifie toutes les vertus.

Sa place d'Academicien Associé a été remplie par M. Ozanam.



ELOGE

DE M. GUGLIELMINI.

DOMENICO GUGLIELMINI nâquit à Bologne d'une honnête Famille le 27 Septembre 1655. Il etudia en Mathematique sous M. Geminiano Montanari Modenois, & en Medecine sous l'illustre Malpighi. Il embrassa ces deux genres d'étude à la fois, comme un homme né avec d'heureuses dispositions en auroit pû embrasser un seul, & il s'attira la même affection de ses deux Maîtres, que si chacun d'eux eût eu seul la gloire de le former.

En 1676 il parut dans une grande partie de l'Italie un Méteore aussi lumineux que la Lune en son plein. M. Montanari fit un petit ouvrage intitulé *Fiamma volante*, où par les observations qu'il avoit euës de differents endroits il recherchoit geometriquement quelle étoit la ligne du mouvement de cette Flame, sa distance à la Terre, & sa grandeur. Selon son calcul, la distance étoit à peu prés de 15 lieuës moyennes de France, ce qui est une hauteur extraordinaire pour ces sortes de Feux. M. Cavina qui avoit observé le même Phenomene à Faënza en avoit fait un calcul fort different, la hauteur où il le mettoit, par exemple, étoit triple de celle de M. Montanari, & celui-ci d'ailleurs avoit negligé dans son Ecrit les observations de Faënza, non pas en les rejettant avec mépris, mais en disant qu'il étoit bien fâché de les trouver trop éloignées de toutes les autres, & qu'apparemment l'erreur venoit de ceux qui les avoient données, & à qui on s'étoit fié. Cette politesse n'empêcha pas M. Cavina de repliquer aigrement à M. Montanari, qui voyant cette dispute dégenerer en injures, se sentit assés fort pour oser déclarer publiquement qu'il y renonçoit. M. Guglielmini âgé alors de 21 an, & disciple aussi zelé de

de Montanari, que nous avons dit il y a quelques années que Viviani l'étoit de Galilée *, car ces ſortes d'attachements ſemblent avoir plus de force en Italie, demanda à ſon Maître la permiſſion de répondre pour lui. Il la lui refuſa, de peur que ſon Adverſaire ne crût toûjours voir le Maître caché ſous le nom du Diſciple, mais M. Guglielmini trouva moyen de vaincre cette difficulté. Il propoſa & il obtint de ſoûtenir des Theſes publiques, où M. Montanari n'aſſiſteroit point, & où M. Cavina, dont elles attaquoient l'opinion, ſeroit invité, & attendu pendant un certain temps. Il n'y vint point, il traita ce défi comme un Duel ſeroit traité en France, & il paroît qu'il fit bien. Quoique M. Guglielmini avouë qu'il n'étoit pas encore entierement ſorti des Sections Coniques, il terraſſoit en Geometrie ſon Adverſaire. Il y eut aſſés d'écrits & aſſés gros ſur une matiere, qui au fond ne les meritoit pas. Deux ou trois Pages auroient ſuffi pour la Verité, les paſſions firent des Livres.

* V. l'Hiſt. de 1703. p. 138.

M. Guglielmini fut reçû Docteur en Medecine dans l'Univerſité de Bologne en 1678, mais au milieu de l'application & des études que demande cette penible profeſſion, un nouveau Phenomene, qui parut au Ciel, le rappella encore pour un temps du côté des Mathematiques. Ce fut la Comete de 1680 & 81, qui par je ne ſçai quelle deſtinée particuliere remua plus qu'une autre le Monde ſçavant. Le ſentiment de ceux qui croyent les Cometes des Corps éternels, auſſi-bien que les Planetes, avoit été attaqué par M. Montanari, ſur ce fondement que cette derniere Comete qui avoit diſparu à la fin de Fevrier 1681 n'étoit point alors aſſés éloignée de la Terre pour diſparoître par ſon éloignement ſeul, & qu'il devoit y avoir eu par conſequent quelque diſſolution phiſique. Cette raiſon, qui pouvoit n'être pas démonſtrative, le devint en quelque ſorte pour M. Guglielmini, parcequ'elle venoit d'un Maître qu'il cheriſſoit, & elle l'engagea à chercher quelque moyen d'expliquer la generation des Cometes. Il en imagina un aſſés ſingulier, dont

il fit un ouvrage intitulé *De Cometarum natura & ortu Epistolica Dissertatio. Bononiæ* 1681. Il donne aux Planetes des Tourbillons fort étendus, de sorte que ceux, par exemple, de Jupiter & de Saturne, qui ont leurs centres éloignés de 165 millions de lieuës, lorsqu'ils s'approchent le plus qu'il est possible, peuvent alors se couper vers leurs extremités. Dans cet entrelassement, & cet embarras de la matiere de deux Tourbillons, il se forme en vertu des mouvements opposés qui se combattent un Tourbillon nouveau, dont les parties les plus grossieres, car la matiere céleste n'est pas toute homogene, vont occuper le centre, & produisent un nouveau Corps solide, qui est la tête de la Comete. Nous ne rapporterons ni les preuves, ni les difficultés de ce sistême, l'Auteur déclare qu'il ne le croit ni vrai, ni même vraisemblable, mais seulement propre à expliquer les faits, & il ne le propose qu'avec une modestie, qui en répare la foiblesse, & desarme les Critiques.

Il donna de nouvelles preuves de son sçavoir dans l'Astronomie par l'observation qu'il fit à Bologne de l'Eclipse solaire du 12 Juillet 1684, & qu'il imprima en Latin la même année.

Le merite de M. Guglielmini fut reconnu jusque dans son Païs. Le Senat de Bologne le fit premier Professeur de Mathematique, & lui donna en 1686 l'Intendance générale des Eaux de cet Etat. Les Voyageurs nous rapportent qu'en Perse la Charge de Sur-intendant des Eaux est une des plus considerables, à cause de la secheresse du Païs, & de la difficulté de l'arroser suffisamment, & également. Par une raison toute contraire, cette Charge est de la même importance dans le Bolonnois, & en général dans la Lombardie, où la grande quantité & la disposition des Rivieres & des Canaux, si utiles d'ailleurs au Païs, peuvent cependant produire de grands inconveniens, à moins que l'on n'y veille continuellement, & avec des yeux fort éclairés. M. Guglielmini eut cette délicatesse assés rare de regarder sa Commission de Sur-

intendant des Eaux, non comme une de ces Commissions, dont on s'acquite toûjours assés bien avec quelques connoissances ordinaires, & où il suffit de ne rien gâter, mais comme un engagement serieux à tourner ses principales pensées de ce côté-là, & à servir le Public à toute rigueur.

Il donna donc dés l'année 1690 la premiere Partie, & en 91 la seconde d'un Traité d'Hidrostatique intitulé *Aquarum fluentium mensura nova methodo inquisita*, & dédié au Senat de Bologne. Son principe fondamental, & reçû de tous les Philosophes modernes, est que les vitesses d'une eau qui sort d'un tuyau vertical ou incliné, sont à chaque instant comme les Racines des hauteurs de sa surface superieure, ce qui amene necessairement la Parabole dans toute cette matiere. Quand même l'eau coule dans un canal horizontal, ce qui se peut pourvû qu'elle ait une issuë pour se décharger, c'est encore le même principe, parceque l'eau superieure pressant l'inferieure, lui imprime de la vitesse à raison de sa hauteur.

Si l'on veut trouver dans un canal horizontal la vitesse moyenne entre celle du fond qui est la plus grande, & celle de la superficie qui est la plus petite, ou même nulle geometriquement, on voit aussi-tôt par la quadrature de la Parabole que cette vitesse est toûjours à celle du fond comme 2 à 3, & qu'elle est toûjours placée aux $\frac{4}{9}$ de la hauteur du canal divisé de haut en bas.

Quand on a une experience fondamentale sur la vitesse de l'eau, par exemple, celle de M. Guglielmini, par laquelle une eau qui est tombée de la hauteur de 1 pied de Bologne parcourt en 1 minute 216 pieds 5 pouces d'un mouvement égal, on a sa vitesse pour toutes les chutes possibles, & il en a calculé une Table qu'il n'a poussée que jusqu'à 30 pieds de chute, parceque les plus grands Fleuves de l'Europe ne passent pas cette profondeur. Si l'on veut mesurer la quantité d'eau qui passe en 1 minute par un canal horizontal, comme on sçait que sa vitesse moyenne est aux $\frac{4}{9}$ de sa hauteur, il faut avoir ces $\frac{4}{9}$ en

pieds & en pouces; on trouve ensuite par la Table quelle vitesse convient à une chute ou pression de cette hauteur, c'est-là la vitesse moyenne de l'eau, & en la multipliant par la hauteur & largeur du canal, on a la quantité d'eau cherchée. M. Guglielmini trouve par cette methode que le Danube supposé horizontal à son embouchure, comme le sont presque toûjours les grands Fleuves, du moins sensiblement, jette dans le Pont Euxin en 1 minute prés de 42 millions de pieds cubiques Bolonnois d'eau.

Pour les Canaux inclinés, il ne faut qu'un peu plus de calcul, & de plus la connoissance de l'angle d'inclinaison du canal, aprés quoi tout le reste est pareil.

Telle est l'idée générale de tout l'Ouvrage. Il est fort net & fort methodique. Peut-être seulement paroîtroit-il un peu diffus à ceux qui ont pris le goût & l'habitude de cette brieveté vive de l'Algebre, assés semblable en fait de Mathematique à ce qu'on appelle en Eloquence, & en Poësie le Stile serré. Mais chaque Auteur écrit principalement pour son Païs, & quoique l'Italie ait été, du moins en Europe, le berceau de l'Algebre, cette Science n'y avoit pas encore beaucoup prosperé du temps de M. Guglielmini, & elle avoit trouvé les climats du Nord bien plus favorables.

Les Actes de Leipsic ayant rendu compte en 1691 du Livre de la Mesure des Eaux, M. Papin fit quelques Remarques & quelques Objections sur l'Extrait qu'il y en avoit vû, & les fit inserer dans ce même Journal. Cela revint en gros à M. Guglielmini par des Lettres de M. Leibnits, avant qu'il pût avoir en Italie les Actes de Leipsic. Au nom de M. Papin, il eut peur de s'être trompé, car on n'en peut douter aprés l'aveu qu'il en fait lui-même, à moins qu'on ne vueille tenir pour un peu suspect cet aveu si glorieux, à qui entend la veritable gloire. Il vit enfin les Actes de Leipsic, & se rassura. Il écrivit à M. Leibnits pour le rendre Juge du differend.

M. Papin croyoit & prétendoit démontrer que l'eau

qui ſort d'un tuyau toûjours plein a la moitié moins de viteſſe, que la premiere eau qui ſort du même tuyau qui ſe vuide. Sa raiſon étoit que dans le premier cas l'eau n'a qu'un mouvement égal & uniforme, au lieu que dans le ſecond elle a un mouvement acceleré, puiſqu'elle tombe, ou eſt cenſée tomber. M. Guglielmini détruiſit cette prétention avec toute l'honnêteté que devoit garder un homme qui s'étoit crû ſincerement capable d'erreur, il paroît par toute ſa Lettre qu'il doit avoir entierement gain de cauſe, & cependant il paroît auſſi qu'il y avoit encore en cette matiere quelque choſe qu'il ne démêloit pas, & qui lui échapoit à lui-même. Les viteſſes de l'eau qui ſont comme les racines des hauteurs, ayant préciſément entre elles le même rapport que les viteſſes des corps peſants qui tombent, les deux Adverſaires, & tous les autres Philoſophes avoient également pris cette idée fort naturelle, que les viteſſes de l'eau dépendent donc d'une acceleration cauſée par une chute; mais nous avons fait voir aprés M. Varignon dans l'Hiſt. de 1703 * que cette idée ſi naturelle n'eſt point vraie, & qu'il y a un autre principe de ce rapport des viteſſes de l'eau, tout different de l'acceleration, & en même temps ſi ſimple, qu'il ne feroit pas un grand merite à ſon Inventeur, s'il n'avoit été long-temps caché aux plus habiles Geometres. Faute de l'avoir connu, M. Guglielmini ne peut éviter de certains embarras, d'où il tâche à ſe ſauver par des preſſions de l'air. Il ne ſuffit pas de tenir une verité, il faut auſſi, quand on veut la ſuivre un peu loin, en tenir la veritable cauſe, autrement la fauſſe cauſe d'une verité revient à enfanter des erreurs, ſes productions naturelles. La Lettre de M. Guglielmini à M. Leibnits fut ſuivie en 1692 d'une autre adreſſée à M. Magliabecchi ſur les Siphons, parcequ'il avoit trouvé dans les Actes de Leipſic que M. Papin en examinant un Siphon fait à Virtemberg, s'étoit ſervi de ſa fauſſe propoſition. Les deux Lettres furent imprimées ſous le titre de *Epiſtolæ duæ Hydroſtaticæ*.

* p. 125. & 126.

Il s'éleva en ce temps-là un differend sur les eaux entre les Villes de Bologne & de Ferrare. Il s'agissoit principalement de sçavoir si on devoit remettre le cours du Reno dans le Po. Le Pape maître de ces deux Etats envoya les Cardinaux Dada & Barberin pour juger de cette affaire. Bologne chargea de ses interests le seul qu'elle en pût charger, M. Guglielmini. Les deux Cardinaux avec qui il traita prirent une si grande idée de sa capacité, qu'ils l'employerent, non-seulement pour les eaux du Bolonnois, mais encore pour celles du Ferrarois, & du territoire de Ravenne, & l'engagerent à faire des desseins de differents travaux utiles, ou necessaires. Mais il lui arriva alors ce que nous avons déja dit * qui étoit arrivé à M. Viviani en pareille matiere ; des Projets qui ne regardoient que le bien public n'eurent point d'execution.

* V. l'Hist. de 1703. p. 142.

Comme M. Guglielmini avoit porté la Science des Eaux plus loin qu'elle n'avoit encore été, du moins en Italie, & qu'il en avoit fait une Science presque nouvelle, Bologne fonda dans son Université en 1694 une nouvelle Chaire de Professeur en *Hidrometrie*, qu'elle lui donna. Le nom d'Hidrometrie étoit nouveau aussi-bien que la place, & l'un & l'autre rappelleront toûjours la memoire de celui qui en a rendu l'établissement necessaire.

Il se permettoit cependant quelques distractions de son étude des Eaux, dans des occasions où il eût été difficile de résister à d'autres Sciences qui l'appelloient. Quand M. Cassini retourna à Bologne en 1695, & y raccommoda la fameuse Meridienne qu'il avoit tracée 40 ans auparavant dans l'Eglise de S. Petrone, & que differents accidents avoient alterée, M. Guglielmini l'aida dans ce grand travail astronomique, & fit même imprimer un Memoire des operations qu'on avoit faites pour la construction, & pour la verification de ce prodigieux Instrument. Il s'en servit depuis pendant plusieurs années à observer les mouvements du Soleil & de la Lune.

En 1697 il publia son grand ouvrage *Della natura de' Fiumi*, qui passe pour son Chef-d'œuvre. Il le dédia à M. l'Abbé Bignon, qui l'année précédente l'avoit fait associer à l'Academie Royale des Sciences, & dont le nom & le merite, sans le secours d'un pareil bienfait, s'attirent souvent des Sçavans même étrangers de pareils hommages. La Préface roule sur la necessité de porter dans la Phisique la certitude de la Geometrie, & sur la difficulté souvent insurmontable de faire entrer les idées simples de la Geometrie dans la Phisique, aussi compliquée qu'elle est.

Un Phisicien ordinaire ne doutera peut-être pas qu'il ne connoisse suffisamment la nature des Rivieres, mais aprés avoir lû le Livre de M. Guglielmini, il demeurera convaincu qu'il ne la connoissoit point. Nous ne rapporterons ici que les vûës générales de ce Traité, & nous laisserons à imaginer ce que peuvent produire les differentes combinaisons des principes, & les applications aux cas particuliers.

Les Fleuves prés de leurs sources descendent ordinairement de quelques Montagnes, & là ils tirent leur vitesse de l'acceleration de la chute, mais à mesure qu'ils s'éloignent cette vitesse diminuë, parceque l'eau frotte toûjours contre le fond & contre les rives, qu'elle rencontre en son chemin differents obstacles, & qu'enfin venant à couler dans les Plaines elle a toûjours moins de chute, & s'incline davantage à l'Horizon. Le Reno y est à peine incliné de 52 secondes vers le bas de son cours. Si la vitesse acquise par la chute se perd entierement, ce qui peut arriver à force d'obstacles redoublés, & aprés que le cours sera devenu tout à fait horizontal, il n'y a plus que la hauteur, ou la pression toûjours proportionnée à la hauteur, qui puisse rendre de la vitesse à l'eau, & la faire couler. Heureusement cette ressource croît selon le besoin, car à mesure que l'eau perd de sa vitesse acquise par la chute, elle s'éleve, & augmente en hauteur.

Les parties ſuperieures de l'eau d'une Riviere, & éloignées des bords, peuvent couler par la ſeule cauſe de la déclivité, quelque petite qu'elle ſoit, car n'étant arrêtées par aucun obſtacle elles peuvent ſentir avec délicateſſe, pour ainſi dire, la moindre difference du niveau, mais les parties inferieures, qui frotent contre le fond, ne ſeroient pas ſuffiſamment muës par une ſi petite declivité, & elles ne le ſont que par la preſſion des ſuperieures.

La viſcoſité naturelle des parties de l'eau, & une eſpece d'engrainement qu'elles ont les unes avec les autres, fait que les inferieures muës par la hauteur entraînent les ſuperieures, qui dans un canal horizontal n'auroient eu d'elles-mêmes aucun mouvement, ou dans un canal peu incliné en auroient eu peu. Ainſi les inferieures en ce cas rendent aux ſuperieures une partie du mouvement qu'elles en ont reçû. Delà vient auſſi qu'aſſés ſouvent la plus grande viteſſe d'une riviere eſt vers le milieu de ſa hauteur, car ces parties du milieu ont l'avantage & d'être preſſées par la moitié de la hauteur de l'eau, & d'être libres des frotements du fond.

On peut reconnoître ſi l'eau d'une riviere à peu prés horizontale coule par la viteſſe acquiſe dans la chute, ou par la preſſion de la hauteur. Il ne faut qu'oppoſer à ſon cours un obſtacle perpendiculaire; ſi l'eau s'éleve ſubitement contre cet obſtacle, elle couloit en vertu de ſa chute, ſi elle s'arrête quelque temps, c'étoit par la preſſion.

Les Fleuves ſe font preſque toûjours leur lit. Que le fond ait d'abord une grande pente, l'eau qui par conſequent aura beaucoup de chute & de force emportera les parties de ce terrain les plus élevées, & les entraînant plus bas, rendra ce fond plus horizontal. C'eſt ſous le fil de l'eau qu'eſt ſa plus grande force de creuſer, & par conſequent c'eſt-là que le fond s'abaiſſe le plus, & il s'y fait une plus grande concavité. L'eau qui a rendu ſon lit plus horizontal l'eſt devenuë auſſi davantage, & par-là elle

elle a moins de force de creuser, & enfin cette force étant diminuée jusqu'à n'être plus qu'égale à la résistance du fond, voilà le fond en état de consistence, du moins pour un temps considerable. Les fonds de craye résistent plus que ceux de sable, ou de limon.

D'un autre côté, l'eau ronge & mine ses bords, & avec d'autant plus de force que par la direction de son cours elle les rencontre plus perpendiculairement. Elle tend donc en les rongeant à les rendre paralleles à son cours, & quand elle y est parvenuë autant qu'il est possible, elle n'a plus d'action sur eux à cet égard. En même temps qu'elle les a rongés, elle a élargi son lit, c'est à dire qu'elle a perdu de sa hauteur & de sa force, ce qui étant arrivé à un certain point, il se fait encore un équilibre entre la force de l'eau, & la résistance des bords, & les bords sont établis.

Il est manifeste par l'experience que ces équilibres sont réels, puisque les rivieres ne creusent & n'élargissent pas leurs lits à l'infini.

Tout le contraire de ce que nous venons de dire arrive pareillement. Les Fleuves dont les eaux sont troubles & bourbeuses haussent leur lit, en y laissant tomber les matieres étrangeres, lorsqu'ils n'ont plus la force de les soûtenir. Ils rétrecissent aussi leurs bords, parceque ces mêmes matieres s'y attachent, & y forment comme des enduits de plusieurs couches. Ces matieres rejettées loin du fil de l'eau à cause de leur peu de mouvement, peuvent même suffire pour faire des bords.

Ces effets opposés se rencontrant presque toûjours ensemble, & se combinant tres-differemment selon le degré dont ils sont chacun en particulier, il n'est pas aisé de juger le produit qui en résultera. Cependant c'est cette combinaison embarrassée qu'il faut saisir assés juste, quand on a affaire à un fleuve, qu'on veut, par exemple, détourner de son cours. On peut compter qu'il agira toûjours selon sa nature, & qu'il s'accommodera lui-même un lit, & se fera un cours tel qu'il lui conviendra.

M. Guglielmini rapporte qu'au commencement du Siécle passé le Lamone qui se rendoit dans le Po di Primaro en fut détourné, parcequ'on vouloit qu'il s'allât jetter seul dans le Golphe Adriatique. Il est arrivé que le Lamone devenu plus foible quand il n'a eu que ses propres eaux, a tellement haussé son lit par des dépositions de limon & de fange, qu'il s'est trouvé plus haut que n'est le Po dans ses plus fortes cruës, & qu'il a eu besoin de levées tres-hautes.

La necessité de faire des levées ou digues aux rivieres peut venir de plusieurs causes. Voici les principales. 1°. Si les rivieres sont tortueuses, leurs bords qui les arrêtent à l'endroit des sinuosités font élever les eaux, & leur donnent plus de force pour les ronger eux-mêmes, & pour les percer, aprés quoi elles se répandent dans les campagnes. 2°. Les rives peuvent être foibles, comme celles que les fleuves se sont faites eux-mêmes par la déposition des matieres étrangeres qu'ils charioient. Telles sont les rives de la plûpart des fleuves de la Lombardie, & non-seulement ces rives, mais les plaines mêmes ont été formées par les fleuves. Il est bon de remarquer que les plaines faites ainsi par *alluvion* sont plus hautes vers les bords des rivieres qui les ont produites, & toûjours ensuite plus basses. 3°. Les fleuves qui courent sur du gravier fort gros sont sujets dans leurs cruës à en faire de grands amas, qui ensuite détournent leur cours. Ils sont indomptables le plus souvent, témoin la Loire, au lieu que ceux qui ont un fond de sable leger sont plus traitables.

Un petit fleuve peut entrer dans un grand sans augmenter sa largeur, ni même sa hauteur. Ce paradoxe apparent est fondé sur ce qu'il est possible que le petit n'ait fait que rendre coulantes dans le grand les eaux des bords qui ne l'étoient point, & augmenter la vitesse du fil, le tout dans la même proportion qu'il a augmenté la quantité de l'eau. Le bras du Po de Venise a absorbé le bras de Ferrare, & celui du Panaro sans aucun élar-

giſſement de ſon lit. Il faut raiſonner de même à proportion de toutes les cruës qui ſurviennent aux Rivieres, & en général de toute nouvelle augmentation d'eau, qui augmente auſſi la viteſſe.

Si un fleuve qui ſe preſenteroit pour entrer dans un autre fleuve, ou dans la Mer, n'étoit pas aſſés fort pour en ſurmonter la réſiſtance, il s'éleveroit, ou parceque ſa viteſſe ſeroit retardée, ou parceque les eaux qui devroient le recevoir regorgeroient dans les ſiennes; mais par cette élevation il acquerroit la force neceſſaire pour entrer, il la tireroit de l'oppoſition même qu'il auroit à combattre.

Un fleuve qui entreroit perpendiculairement dans un autre, ou même contre ſon courant, ſeroit détourné peu à peu de cette direction par celui qui le recevroit, & obligé à ſe faire un nouveau lit vers ſon embouchure.

L'union de deux rivieres en une les fait couler plus vîte, parce qu'au lieu du frotement de 4 rives elles n'ont plus que celui de 2 à ſurmonter, que le fil plus éloigné des bords va encore plus vîte, & qu'une plus grande quantité d'eau muë avec plus de viteſſe creuſe davantage le fond, & diminuë la premiere largeur. Delà vient auſſi que les rivieres unies occupent moins d'eſpace ſur la ſurface de la Terre, permettent plus facilement que les campagnes un peu baſſes y déchargent leurs eaux ſuperfluës, & ont moins beſoin de levées qui empêchent leurs inondations. Ces avantages ſont tels que M. Guglielmini les croit dignes d'avoir été enviſagés par la Nature, lorſqu'elle a rendu l'union des fleuves ſi ordinaire.

Ce ſont-là les principes les plus généraux du Traité *Della natura de' Fiumi.* L'Auteur en fait l'application à tout ce qu'il appelle *l'Architecture des Eaux*, c'eſt à dire, à tous les Ouvrages qui ont les Eaux pour objet, aux nouvelles communications de rivieres, aux Canaux que l'on tire pour arroſer des Païs qui en ont beſoin, aux Ecluſes, au deſſechement des Marais, &c.

Ce Livre, original en cette matiere, eut un grand

éclat. Cremone, Mantouë, & quelques autres Villes eurent recours au fameux Architecte des Eaux. Il ordonna les travaux qui leur étoient necessaires, mais son art brilla principalement dans des levées qu'il fit au Po au-dessous de Plaisance, où ce fleuve faisoit de grands ravages, & menaçoit d'en faire encore de plus grands.

La Republique de Venise l'envia à l'Etat de Bologne, & lui donna en 1698 la Chaire de Mathematique à Padouë. Cependant sa Patrie pour se le conserver autant qu'il étoit possible, & pour se pouvoir toûjours vanter qu'il lui appartenoit, voulut qu'il gardât le titre de Professeur dans son Université, & lui continua même ses apointemens.

Venise ne le laissa pas long-temps dans les exercices tranquilles & dans l'ombre d'une Université. En 1700 elle l'envoya en Dalmatie réparer les ruines de Castel-novo, & quelque temps aprés dans le Frioul, où un Torrent tres-impetueux qui avoit déja détruit plusieurs Villages étoit prêt à tomber sur l'importante Forteresse de Palme. M. Guglielmini fait sentir tant d'amour pour le bien public dans ses ouvrages, même dans ceux où la secheresse mathematique domine, qu'il faut lui compter tous ces voyages, & toutes ces fatigues, pour autant d'agrémens dans sa vie.

Peut-être l'envie de servir le Public de toutes les manieres dont il le pouvoit servir, le fit-elle retourner à la Medecine, qu'il sembloit avoir sacrifiée aux Mathematiques. Il prit en 1702 la Chaire de Professeur en Medecine Theorique à Padouë, & quitta celle qu'il avoit auparavant. Une Dissertation qu'il avoit publiée l'année précedente *De Sanguinis natura & constitutione*, avoit pû être un présage de ce changement, c'étoit du moins une preuve & de son grand travail, & de la grande étenduë de ses connoissances.

Mais il en donna une beaucoup plus éclatante par son Livre intitulé *De Salibus Dissertatio Epistolaris Physico-Medico-Mechanica*, imprimé à Venise en 1705. Il n'y a

pas encore fort long-temps que tous les raisonnemens de Chimie n'étoient que des especès de fictions poëtiques, vives, animées, agréables à l'imagination, inintelligibles, & insupportables à la raison. La saine Philosophie a paru, qui a entrepris de réduire à la simple mechanique corpusculaire cette Chimie si mysterieuse, & en quelque façon si fiere de son obscurité. Cependant il faut avoüer qu'il lui reste encore chés quelques Auteurs des traces de son ancienne poësie, des unions presque volontaires, des combats qui ne sont guere fondés que sur des inimitiés, & quelques autres idées qui peuvent ne pas convenir au severe mechanisme. M. Guglielmini paroît avoir eu une extrême attention à ne leur pas permettre de se glisser dans sa Dissertation chimique, il y rappelle tout avec rigueur aux regles d'une Phisique exacte & claire, & pour épurer la Chimie encore plus parfaitement, & en entraîner toutes les saletés, il y fait passer la Geometrie. Le fondement de tout l'ouvrage est que les premiers principes du Sel commun, du Vitriol, de l'Alun, & du Nitre ont par leur premiere création des figures fixes & inalterables, & sont indivisibles à l'égard de la force déterminée qui est dans la matiere. Le Sel commun primitif est un petit Cube, le Sel du Vitriol un Parallelepipede rhomboïde, celui du Nitre un Prisme qui a pour base un Triangle équilateral, celui de l'Alun une Piramide quadrangulaire. De ces premieres figures viennent celles qu'ils affectent constamment dans leurs cristallisations, pourvû qu'on les tienne aussi exempts qu'il se puisse de tout mêlange, & de tout trouble étranger. Quand il s'agit de l'action des Sels, M. Guglielmini examine geometriquement & mechaniquement les proprietés de ces figures par rapport au mouvement, & en vient à un détail assés curieux, & fort nouveau dans un Traité de Chimie. Il ne rapporte pas d'experiences, ni d'observations nouvelles qu'il ait faites, il établit son sistême sur celles des plus fameux Auteurs, parmi lesquels il cite souvent les Confreres qu'il avoit dans cette Academie,

Mrs Homberg, Lémery, Boulduc, Geoffroy. En un mot, ce n'est pas tant la Chimie qui domine dans ce Traité que la Geometrie, & ce qui vaut encore mieux, l'esprit geometrique.

Quand on achevoit l'Impression de ce Livre, il reçût l'Histoire de l'Academie de 1702. Il y trouva un sentiment de M. Homberg tout opposé au sien, que les figures constantes des Sels Acides dans leurs cristallisations ne viennent pas des premieres particules qui les composent, mais des Alcali avec lesquels ils se sont unis. Il avouë qu'il eut peur que l'autorité d'un si grand Chimiste ne fût seule suffisante pour renverser tout son sistême, & il se hâta de le mettre à couvert par une Réponse, qui pour être fort honnête & fort polie ne perd rien de sa force, & peut-être en a davantage.

Il fit encore deux ouvrages de Phisique, l'un intitulé *Exercitatio de Idearum vitiis, correctione, & usu ad statuendam & inquirendam morborum naturam* en 1707, & l'autre *De Principio Sulphureo* en 1710, & ce qui est fort glorieux pour lui, la datte de ce dernier ouvrage est celle de sa mort. Sa vie entiere a été dévoüée aux Sciences. Ceux qui les aiment avec moins d'emportement pourroient lui reprocher ses excés, qui à la verité ruïnerent en lui un temperament tres-robuste, mais qui cependant ne peuvent être blâmés qu'avec respect. Il avoit cet exterieur que le Cabinet donne ordinairement, quelque chose d'un peu rude & d'un peu sauvage, du moins pour ceux à qui il n'étoit pas accoûtumé; *il méprisoit*, dit le Journal des Sçavans d'Italie, *cette politesse superficielle dont le monde se contente, & s'en étoit fait une autre qui étoit toute dans son cœur.*

Sa place d'Academicien Associé Etranger a été remplie par Mylord Comte de Pembroke.

F I N.

Fautes à corriger dans les Memoires de 1710.

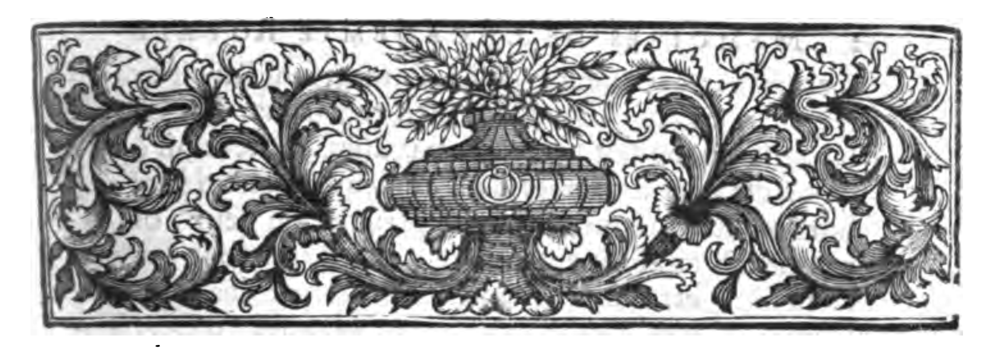
P*Age* 178. *ligne* 9. ce qui se réduit à EB^3 & eb^3, quand ces bases ou coupes sont des figures semblables ; à EB^2 & eb^2, lorsque ces bases ou coupes sont des rectangles rompus en côté ; & enfin à BA, ba, quand ce sont des rectangles rompus à plat. *Pag.* 180. *lig.* 28. sera $y^2z = x^4 + p$. *Pag.* 181. *lig.* 8. $u = \frac{bZ \times bY}{bZ + 2bY}$. *Pag.* 182. *lig.* 3. en B, & $BF =$ sera $= c$: la soûtangente &c. *Pag.* 184. *lig.* 4. 1e. figure dont BF est l'axe. *Lig.* 5. le tiers de bZ, on ne peut &c. *Pag.* 184. *lig.* 31 $= 6dy^2y + 3y^2ddy$ &c. *Pag.* 186. *lig.* 5. tranches *ebac* &c. *Lig.* 31. l'équation $\frac{dx^4}{dx^2 + dy^2 \times zc}$ &c. *Pag.* 187. *lig.* 33. $\frac{dxdM}{c} = dd.\, y^2z$ &c. *Ligne derniere* $\frac{dx^2z}{c} y^2ddx$ &c. *Pag.* 188. *lig.* 32. BH desirée $= \frac{AI \times BC - Ab \times bB}{AI}$ &c. *Pag.* 189. *lig.* 28. & Fb le conjugué. *Pag.* 190. *lig.* 18. sur l'axe en Z, PZ sera &c. *Pag.* 191. *lig.* 21. $bY = \frac{zdu}{dz}$ &c. *Pag.* 192. *lig.* 3. $u = s + \frac{a}{b}$ &c. *Lig.* 17. & 18. rompuë en Conoïde, son point &c. *Pag.* 193. *lig.* 18. par son sommet F, qui soit &c. *Pag.* 194. *lig.* 20. *effacez* & laquelle &c. *& mettez en la place*, d'où l'on tire $x = \frac{6141}{1000} \times c$. *Lig.* 26. $x^5 - 7x^4 + \frac{25x^3}{2} - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 2 = 0$. *Lig.* 27. *effacez* laquelle en supposant, &c. *& mettez* ce qui donne $x = \frac{2633}{1000} \times c$.

Fautes à corriger dans les Memoires de 1707.

PAg. 229. lig. 14. au lieu de oa' il faut $10a't$
Pag. 232. lig. 12. au lieu de O, il faut C,

Dans les Memoires de 1709.

Pag. 70. lig. 25. au lieu de *sonc* il faut *sont*



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE.

TIREZ DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCX.

EXPERIENCES SUR LE RESSORT DE L'AIR.

PAR M. CARRE'.



Lisant il y a quelques jours dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1708, p. 18. quelques experiences faites par M. Parent, par lesquelles il prétend appuïer l'opinion qu'il a, que l'air n'a point de ressort: il me parut que la matiere étoit assez de conséquence pour ne me pas rendre aux raisonne-

Juillet 1709.

mens ni aux experiences de M. Parent, sans l'avoir examinée de nouveau: Car il faut bien remarquer une chose à laquelle on ne fait peut-être pas assez d'attention; c'est qu'on est sujet à tomber dans l'erreur lorsqu'on veut établir ses Conclusions sur une experience ou deux, qui auront réüssi conformement à nos idées, sur tout quand il s'agit de détruire un sentiment reçû par les Esprits du premier ordre, fondé sur un grand nombre d'experiences, & confirmé par des raisonnemens solides.

Je me suis donc déterminé à réïterer les experiences de M. Parent, & à les accompagner de plusieurs autres qui pourront servir à éclaircir la matiere. Mais avant que de les rapporter, il est bon de transcrire ce qu'en a dit M. Fontenelle. Le voici. *Une experience singuliere & fort surprenante s'accorde avec cette pensée ou plutôt la prouve. M. Parent a pris plusieurs petites phioles de verre rondes, d'environ un pouce de diametre, avec un col fort long comme 8 à 10 pouces, & large d'une ligne. Il a mis dans chacune de ces phioles une liqueur differente & en assez petite quantité, de l'eau, du vin, de l'esprit de vin, de l'huile de tartre, de l'huile de petrole, du mercure: Ensuite il a fait entrer leur col dans un trou fait au Recipient d'une machine pneumatique, il a pompé l'air, aprés quoi il a fondu avec la lampe la partie du col qui étoit en dehors, en la tortillant, & aussi-tôt le poids de l'air environnant l'a scellée hermetiquement, de sorte qu'on étoit sûr que toutes ces Phioles étoient bien vuides d'air. Il y en avoit en même tems d'autres toutes pareilles, & bien scellées aussi, où l'on avoit laissé tout l'air qu'elles pouvoient contenir. On mettoit les unes & les autres sur les charbons ardens; celles qui étoient pleines d'air, & qui par la grande augmentation que la chaleur causoit à sa force de ressort, auroient dû crever avec grand bruit, ne faisoient que se fondre paisiblement par cette ouverture. Celles au contraire qui ne contenoient point d'air, mais seulement un peu de liqueur faisoient toutes une grande détonation, & sautoient en éclats. Que devient dans ce phénomene le ressort de l'air? Il paroît que la matiere étherée introduite par le feu dans les phioles ne*

pouvoit pas faire contre leurs parois interieures un aussi grand effort par le moyen des particules de l'air, subtiles & déliées comme elles le sont, que par le moyen des particules plus massives de ces autres liqueurs.

Parlà on expliqueroit fort aisément pourquoi l'humidité augmente à un si haut degré les effets qu'on attribuoit au ressort de l'air. On ne seroit plus en peine de sçavoir comment ce ressort peut agir dans de grandes rarefactions, où il ne semble pas que les parties de l'air puissent se toucher ni s'appuier les unes sur les autres. Mais nous étendrions peut-être les conséquences plus loin qu'il ne nous est permis presentement, il y a pour les veritez de Physique une certaine maturité, que le tems seul peut leur donner. Voici maintenant mes experiences.

J'ai fait faire d'abord par le sieur de Ville Emailleur, quatre petites phioles de verre à long col, semblables à celles de M. Parent, & préparées de la même maniere. La 1re étoit pleine d'air grossier: la 2e vuide d'air grossier; la 3e pleine d'air grossier avec une petite quantité d'eau commune: la 4e étoit vuide d'air grossier, & où il y avoit aussi une trés petite quantité d'eau. Elles étoient toutes scellées hermetiquement. Les ayant mises les unes aprés les autres sur les charbons ardens, voici ce qui est arrivé. Celle où il n'y avoit que de l'air grossier, & qui a été quelque tems sans faire son effet à cause qu'elle étoit un peu plus épaisse que les autres, s'est ouverte par un endroit qui s'est un peu allongé auparavant, & on a entendu une espece de sifflement causé par l'air qui en est sorti sans un bruit éclatant. La 2e a fait à peu prés le même effet: le sifflement a été un peu plus fort; la partie de la phiole la plus échauffée s'est allongée un peu davantage & a cedé plus promptement. La 3e a fait en fort peu de tems une grande détonation & a sauté en éclats fort petits. La 4e a aussi crevé avec bruit & fort promptement, quoiqu'il ne s'y soit fait qu'un petit trou.

J'ai ensuite fait faire quatre autres petites phioles semblables aux précedentes. La 1e qui étoit pleine d'air a demeuré assez long tems sur les charbons sans faire son ef-

fet, puis elle a crevé avec assez de bruit en s'allongeant, & il s'y est fait un assez grand trou.

La 2e qui étoit aussi pleine d'air, a fait à peu prés le même effet, mais avec moins de bruit, l'endroit par où elle a crevé, s'est plus allongé, & le trou étoit plus petit.

La 3e & 4e qui étoient vuides d'air grossier, ont rentré en dedans sans crever, sur tout la 4e, de maniere que la moitié de la convexité qui touchoit les charbons, s'est appliquée assez exactement sur l'autre moitié, & ne composoit plus qu'un hemisphere creux. Il paroît que c'est-là ce qui doit toûjours arriver dans cette experience, parce que l'air exterieur, quoique trés-dilaté par la chaleur, doit presser plus fort, que l'air subtil du dedans ne lui résiste, & obliger ainsi la partie la plus échauffée de la phiole de rentrer en dedans. Et si cela n'est pas arrivé dans la premiere experience semblable, c'est apparemment parce qu'il étoit resté assez d'air ou de quelque autre matiere dans la phiole pour la faire crever.

N'étant pas encore content de ces experiences, j'ai fait faire quinze autres petites phioles semblables aux précedentes, dont voici le détail avec les effets que le feu a produits.

La 1e étoit pleine d'air naturel: l'aïant mise sur les charbons, elle s'est cassée en morceaux en fort peu de tems avec un peu de bruit: ce qui n'étoit pas arrivé dans les premieres experiences semblables.

La 2e étoit vuide d'air grossier: elle s'est fonduë sans crever, & s'est changée en hemisphere creux comme cy-devant.

La 3e étoit pleine d'air avec un peu d'eau, elle a crevé avec grand bruit en peu de tems.

La 4e étoit vuide d'air avec un peu d'eau; elle a crevé en peu de tems, & le bruit a été un peu plus fort que celui de la précedente.

La 5e étoit pleine d'eau: elle est demeurée fort peu de tems sur les charbons, qu'elle a jettez de tous côtez en crevant avec un trés grand bruit.

La 6e étoit pleine d'eau vuidée d'air : le col s'est cassé, & a fait une espece d'Eolipile qui a duré assez de tems, & quoique le feu fut fort ardent, la phiole n'en a reçû aucun changement.

La 7e étoit vuide d'air avec un peu d'esprit de vin coloré : elle a crevé presque aussi-tôt qu'elle a été mise sur les charbons avec assez de bruit.

La 8e étoit pleine d'air avec un peu de sel marin en poudre : elle s'est fonduë, & il s'y est fait un petit trou avec bruit.

La 9e étoit pleine d'air avec un peu de salpêtre : il s'y est fait un petit trou en trés peu de tems avec un peu de bruit.

La 10e étoit pleine d'air avec un peu d'urine : elle a crevé en peu de tems avec assez de bruit.

La 11e étoit vuide d'air avec un peu d'eau salée : elle a crevé avec un fort grand bruit & en peu de tems.

La 12e étoit vuide d'air avec un peu d'or fulminant : elle a crevé presque aussi-tôt qu'elle a été mise sur les charbons avec un peu de bruit.

La 13e étoit vuide d'air avec un peu de soufre : elle s'est fonduë, & a rentré en dedans sans crever, le soufre s'est aussi fondu, & a monté au haut du col de la phiole.

La 14e étoit pleine d'air avec un peu d'huile de lampe : elle a demeuré assez long-tems sur les charbons, puis elle a crevé avec un assez grand bruit.

La 15e étoit vuide d'air avec une goute de mercure d'une ligne de diametre ou environ : elle est demeurée sur les charbons pendant trois minutes sans recevoir aucun changement. Quand elle a été refroidie, on l'a remise sur le feu pendant 7 ou 8 minutes sans produire aucun effet, le mercure se tenant toûjours au haut du col. On y a seulement apperçû une petite felure.

Il paroît que toutes ces experiences, bien loin de détruire le ressort de l'air, servent plûtôt à l'établir. Mais il semble aussi que la dilatation ni le ressort de l'air enfermé, ne sont pas la cause immediate du bruit, & de

l'éclat des parties du verre, puiſque quelques-unes des phioles qui ont été remplies d'air, ont crevé ſans faire de bruit; dont la raiſon eſt que la force du reſſort de l'air auſſi-bien que des autres corps, ne conſiſtant que dans le débandement de ſes parties, & pouſſant également de tous côtez, & cela ſucceſſivement & uniformement, à proportion de l'action de la matiere ſubtile dans ſes pores, cette force ſe diſtribuant ſur toutes les parties de la phiole où il eſt enfermé, celle qui eſt la plus échauffée venant à ſe fondre, cede & donne paſſage à l'air qui ſort à peu prés de même, que celui d'une Eolipide: Car ne ſe dilatant pas aſſez promptement, il ne briſe pas les parois de la bouteille. Mais quand l'air eſt mêlé avec quelques autres parties de matiere ſuſceptibles d'un grand mouvement, & d'une dilatation prompte & ſubite, alors il produit le bruit que l'on entend, & met le vaiſſeau en en pieces. L'on ne voit pas bien la mechanique de l'action de ces petites parties de matiere pour cauſer ce fracas. Et il faut avoüer que les moindres experiences ſont ſouvent capables d'embaraſſer l'eſprit d'un Phyſicien, qui ne reconnoît point d'autre force ni d'autre vertu dans les corps, que celle qui ſe tire du mouvement & de la figure de leurs parties. Mais quoique ſouvent l'on ne faſſe que deviner, en voulant expliquer quelques effets ou quelques experiences particulieres: on ne laiſſe pas de reconnoître que c'eſt un ſentiment veritablement ridicule, que de vouloir établir un Pyrrhoniſme abſolu dans la Phyſique, & qu'en cette ſcience auſſi-bien que dans pluſieurs autres, on eſt réduit à cette propoſition, qu'on eſt venu à connoître qu'on ne peut rien ſçavoir.

Voici encore deux experiences qui meritent d'être rapportées ici, à cauſe du rapport qu'elles ont avec les précedentes, & qui prouvent la force étonnante de la dilatation des liqueurs: à quoi ceux qui en font des experiences doivent prendre garde, de crainte d'être bleſſez. Une Eolipide ayant été miſe ſur les charbons, & le feu ayant été pouſſé un peu violemment, elle ſauta de deſſus

le rechaut, & alla donner contre un pilier de table qui étoit à deux ou trois pieds de-là, avec assez de force pour se bossuër, & piroüetta encore pendant quelque tems.

La seconde experience a été faite à l'Academie *del Cimento*. On a pris un tuyau de verre long d'un pied & demi ou environ, dont les extremitez se terminoient en boule d'une égale capacité : une de ces boules étoit ouverte comme si le tuyau étoit prolongé en passant au travers. On a versé dans le tuyau une quantité d'eau de vie suffisante pour remplir la boule inferieure & la moitié du tuyau: puis on a scellé hermetiquement l'ouverture de la boule superieure. L'on a plongé le tout dans un vaisseau plein d'huile, que l'on a fait bouillir sur le feu en soufflant continuellement sur les charbons; l'eau de vie a monté dans la boule superieure, & a fait crever le tout avec tant d'impetuosité, qu'ayant employé un vaisseau de cuivre au lieu d'un de verre, le fond s'est rompu. Et ayant employé une autre fois un vaisseau de fer de l'épaisseur d'une piastre, il s'est aussi crevé & a emporté un éclat de pierre du pavé.

REMARQUES

Sur la construction des Lieux Géometriques & des Equations.

PAR M. DE LA HIRE.

7 Decemb. 1709.

NOus ne trouvons pas qu'avant M. Descartes on eût donné une Methode pour la construction des Equations, par deux lieux dont les rencontres servent à en déterminer les racines, & dont il a seulement proposé quelques exemples dans sa Géometrie. On s'est appliqué depuis à expliquer cette Méthode, & il ne paroissoit pas à ceux qui en ont écrit, qu'elle dût être soupçonnée d'aucune erreur, puisqu'elle étoit fondée sur des principes si

clairs & si simples, que la démonstration en étoit toute évidente & ne meritoit pas de s'y arrêter. Cependant des Geometres du premier ordre ont crû y trouver des défectuositez, & l'on est venu jusqu'à dire qu'on n'en peut imaginer aucune qui n'y soit, ce qu'on fait voir par des exemples. Enfin on a crû ces exemples si convainquans qu'un Auteur celebre souhaite une démonstration *à priori* de la cause de ces erreurs.

C'étoit aussi mon sentiment lorsqu'on publia ces exemples, & le même Auteur ajoûte que cette démonstration dépendroit d'une Theorie d'Algebre fort nouvelle & fort curieuse, & que les grands progrés que l'on fait de jour en jour, semblent promettre qu'on ira bientôt jusque là.

Mais il me semble qu'on ne doit pas accuser de défaut une Méthode géometrique, dont l'application qu'on en fait dans quelques exemples pourroit avoir des défectuositez; & c'est ce qui m'a engagé à reprendre cette espece d'étude que j'avois abandonnée depuis plus de 30 ans.

En 1678 je donnai au Public dans un petit Livre trois Traitez, le premier contenoit des Elemens des sections coniques décrites sur un plan par une proprieté de leurs foyers, & j'y joignis la construction des Lieux & celle des Equations, où je tâchai d'expliquer ce qui s'y rencontre ordinairement: mais depuis ce tems là il s'est trouvé plusieurs cas sur ce sujet, lesquels ne paroissent pas pouvoir se résoudre par les mêmes regles quoique géometriques & générales, & c'est ce que j'expliquerai dans ce Memoire tant sur la construction des lieux en particulier que sur leurs constructions combinées dont on tire la résolution des Equations, ce qui servira de Suplement à ce que j'en ai donné autrefois.

On a toujours consideré deux especes de lieux plans, les uns à la ligne droite & les autres aux Courbes de quelque genre qu'elles puissent être; mais il y a quelques-uns de ces lieux qui ne sont pas toûjours ce qu'ils paroissent dans leur formule, & c'est ce qui pourroit les faire regarder comme de nouveaux lieux de la même espece,

eſpece, leſquels n'apportent neanmoins aucun changement aux regles génerales; mais en découvrant & en expliquant ce qu'elles renferment, on vient à réſoudre des difficultez qui pouvoient faire croire que les régles étoient défectueuſes.

On ſçait que les Lieux géometriques plans ne ſont que des lignes droites ou courbes tracées ſur un plan, & dont tous les points ſont déterminez par l'extrémité d'une ligne droite qui peut changer de grandeur, & qui fait un angle conſtant avec une autre ligne droite qu'elle parcourt par ſon autre extrémité, & cette ſeconde ligne qui eſt parcouruë par la premiere peut être conſiderée indéfinie d'un côté & d'autre, mais elle a un point fixe qu'on appelle l'origine du lieu. J'avois appellé cette ſeconde ligne la *Tige* du lieu, & la premiere dans ſes differentes poſitions ſur la ſeconde en la parcourant les *Rameaux* du lieu. On a auſſi appellé depuis les parties de la Tige, les *Abſciſſes*, & les Rameaux les *Ordonnées*.

Ce ſont ces parties de la Tige ou Abſciſſes, & ces Rameaux ou Ordonnées qui changent de grandeur pour chaque point du lieu, & ce ſont ces deux eſpeces de lignes qui ſont les indéterminées de l'équation qui détermine la nature du lieu par leur raport entr'elles & à d'autres quantitez connuës qui ſont mêlées dans l'équation; & comme toute équation ſe peut réſoudre en une analogie qui contient deux raports ſemblables, on peut dire que les indéterminées d'un lieu ont dans toutes leurs grandeurs differentes, un rapport entr'elles qui s'exprime toûjours de la même maniere. Ainſi lorſque les lieux ſont entiers & parfaits, ils doivent contenir toutes les differentes grandeurs des indéterminées entr'elles, leſquelles peuvent s'exprimer par la même équation, ſoit que ces grandeurs ſoient affirmatives ou negatives.

DE LA CONSTRUCTION DES LIEUX & premierement des Lieux ſimples.

Je parlerai premierement de la Conſtruction des Lieux

ſimples, qui ſont ceux qu'on ne peut exprimer ni réduire à un moindre nombre de termes comme $aay = x^3 . aa = xx + yy . xxy = a^3$ &c. Car c'eſt par leur moyen qu'on peut conſtruire les Compoſez.

Il y a pluſieurs manieres de faire les réductions des Lieux compoſez aux ſimples; les réductions lineaires ſont fort ſimples, mais les réductions par d'autres courbes demandent quelquefois encore de nouvelles réductions. Les Exemples ſuivans nous en fourniront des modéles.

Je ſuppoſeray dans tous les Exemples que les angles des deux indéterminées qui forment le lieu, ſeront droits, quoiqu'on les puiſſe faire pour l'ordinaire tels qu'on voudra.

I. Exemple.

Fig. I. Si l'on propoſe pour équation d'un lieu $ay = xx$, on ſçait que c'eſt la parabole quarrée ou la premiere parabole BAC dont les $AO = +y$, les $OC = +x$, les $OB = -x$, & le parametre $= a$, l'origine du lieu étant en A; car $-x$ quarré fait auſſi-bien $+xx$ que $+x$, & l'on ne peut point prendre des $-y$ ſur OA prolongée au-delà de A; car on auroit $-ay$ qu'on ne pourroit pas égaler à $+xx$ pour rendre l'équation du lieu.

II. Exemple.

Mais ſi l'on propoſe le quarré de l'équation précedente ſous cette forme $aayy = x^4$ qui eſt une parabole quarrée-quarrée, nous trouverons que c'eſt la même que la premiere ou la précedente, mais qui eſt doublée au deſſus du ſommet A & ſur le même axe: car premierement il eſt évident que le Quarré-quarré de OC ou $FE = +x$; & de OB ou $FD = -x$ ſeront auſſi $+x^4$, & que le quarré de $+ay$ ou $-ay$, c'eſt à dire de $a =$ parametre par AO ou AF ſera auſſi $+aayy$.

III. & IV. Exemple.

Des deux paraboles cubiques ſimples celle dont l'équa-

tion eſt $aay = x^3$ n'eſt que la moitié de la parabole quarré-quarrée qui va d'un côté de l'axe de C en A & paſſe de l'autre de A en D; car $aa \times +y = AO$ ſera $+aay = +x^3$ qui eſt CO, & $aa \times -y$ qui eſt AF ſera $-aay = -x^3$ qui eſt le cube de $FD = -x$, & cette équation $-aay = -x^3$ eſt auſſi $+aay = +x^3$ qui eſt la propoſée.

Mais l'autre parabole cubique dont l'équation eſt $+ayy = +x^3$ ne peut être que CAE moitié encore de la parabole quarré-quarrée, mais priſe d'un même côté de l'axe, ce qui eſt facile à voir: car $+x^3$ ne ſçauroit jamais être produit par $-x$, quoique $+ayy$ puiſſe être produit par $+$ ou $-y$.

V. & VI. Exemple.

Les deux paraboles cube-cubes $a^4yy = x^6$ & $aay^4 = x^6$, qui ont pour leurs racines les deux précedentes, ne ſont que la même & qu'on peut conſiderer comme formées chacune par celles de leurs racines doublée des deux côtez de l'axe qui ne ſera auſſi que la ſimple repetée au-deſſus & au deſſous du ſommet, comme la quarré-quarrée. Ce qui eſt facile à connoître par les produits des ſignes de leurs termes, comme on a fait pour les précedentes.

VII. Exemple.

Mais pour la parabole $a^3y^3 = x^6$ dont la racine cubique eſt $ay = xx$, elle ne peut être que la premiere parabole BAC qui eſt ſa racine, comme on le connoîtra facilement par les ſignes qui doivent préceder les valeurs des indéterminées, en ſuivant ce qui vient d'être expliqué.

Les conſtructions de ces paraboles ne ſont pas toûjours compoſées à proportion de l'élevation des inconnuës de l'équation, comme celles dont l'équation eſt $a^5y = x^6$ ou $ay^5 = x^6$, car elles n'ont pas d'autre forme que la premiere BAC, puiſque $+$ ou $-x$ donnera $+x^6$, & ſeulement $+y$ peut fournir l'autre terme avec le ſigne $+$ ou affirmatif.

Ce sera la même chose pour les autres paraboles $ay^3 = x^4$ ou $a^3y = x^4$. Mais pour $ay^4 = x^5$ elle retombe à la forme de la cubique CAE, & $a^4y = x^5$ revient à l'autre cubique CAD. Il sera fort aisé de connoître la figure de toutes ces sortes de paraboles à quelque degré qu'elles soient élevées en examinant le produit des signes de leurs termes comme on a fait pour les précedentes.

Je ne m'arrêteray pas à expliquer la construction des équations des lieux $aa = yy + xx$ qui est au Cercle, ou $aa = yy - xx$ qui est à l'Hyperbole équilatere ; car elles sont trop connuës ; non plus que celles des Ellipses & des autres Hyperboles simples.

VIII. Exemple.

Fig. II. Mais si l'on propose ce lieu $a^3 = y^3 + a^3$ qui a la forme d'un lieu au cercle & qui n'en sçauroit être un, on voit que pour le construire, il en faut déterminer tous les points D sur les $CO = y$ comme déterminées, car alors on aura l'équation $a^3 - y^3$, ce qui sera donné ou connu $= x^3$, & ce qui se peut faire dans quelques cas par la Geometrie ordinaire où l'on pourra trouver quelques abregez pour l'expression de tous les y, & dans d'autres par les constructions des équations.

Ce sera la même chose pour cette forme d'hyperbole équilatere dont l'équation seroit $y^3 - a^3 = x^3$, & pour toutes les autres équations semblables qui auront la forme des Ellipses & des hyperboles, à quelque degré qu'elles soient élevées, & pour toutes leurs differentes racines.

IX. Exemple.

Fig. III. L'équation $xy = aa$ est à l'hyperbole entre ses asymptotes, ce qui est trés-connu : mais les autres plus composées qui ont la même forme sont differentes comme $xxyy = a^4$. Car l'équation $yx = aa$ convient aux hyperboles opposées IB, EH entre leurs asymptotes FG, AD, ce qui est évident. Mais le quarré des deux termes de cette équation $yyxx = a^4$ sera les mêmes hyperboles conju-

guées ou les mêmes repetées dans les quatre angles des asymptotes. Ainsi la racine de cette équation quarré-quarrée ne donneroit que partie du lieu. Ce qui est évident, puisque $CG \times GK$ seroit $-yx = -+aa$, ce qui ne se peut égaler; mais son quarré seroit $-+yyxx = -+a^4$ aussi-bien que $CA \times AB -+ yx = -+aa$ dont le quarré seroit $-+yyxx = a^4$.

X. EXEMPLE.

Mais l'équation $yyx = a^3$ n'aura la forme ni de l'une ni de l'autre des deux hyperboles précedentes; mais seulement celle de la moitié des conjuguées comme K & I qui sont d'un même côté d'une des asymptotes comme AD, car CA quarré ou CD quarré sera toûjours $-+yy$, qui étant multiplié par AB ou $DK = -+x$ donnera $-+yyx = a^3$, ce qui ne peut pas être pour les hyperboles EH ou LM, car on auroit pour celles-cy $-yyx = -+a^3$.

Si l'on avoit $y^3x = a^4$; on verra que la forme sera celle des hyperboles opposées IB, EH.

Mais si l'on proposoit le lieu $y^4xx = a^6$ qui a pour sa racine la précedente $yyx = a^3$, on trouvera que ce seront des hyperboles conjuguées qui seront le lieu.

On trouvera de même que cette espece d'équation de lieu à quelque degré qu'elle soit élevée, se réduira toûjours à l'une de celles que nous venons d'expliquer.

DE LA CONSTRUCTION *des Lieux composez.*

Il y a des constructions de lieux composez qui se réduisent par des lignes droites & d'autres par des Courbes. Ceux qui se réduisent par des lignes droites ne changent pas la figure ou la nature du lieu quand on veut changer l'angle que font les inconnuës entr'elles, & ce sont de ces sortes de réductions dont j'ai parlé assez au long dans mon Traité des Lieux. Mais pour les réductions par des Courbes, le lieu change de nature, car il arrive

roit que la tige du lieu seroit une ligne courbe, laquelle nous posons toûjours en ligne droite.

Je réduis & je construis tous les lieux composez sans avoir aucun égard s'ils conservent la nature des lieux simples desquels ils peuvent dépendre; ce qui me semble plus facile que de changer dans quelques cas la grandeur des parametres, & les raports de quelques autres lignes, puisqu'aussi-bien nous ne pouvons trouver que les points de ces lieux; & je donne seulement quelques exemples de réductions qu'on peut varier en plusieurs manieres, lesquelles doivent toûjours donner le même lieu.

REMARQUE.

On remarquera que je me sers par tout de la seule lettre a pour exprimer les quantitez déterminées de l'équation; car s'il y en a plusieurs qui soient seules dans leurs termes, elles peuvent se réduire à une même, & si elles sont jointes aux indéterminées, elles ne changent pas la méthode; mais elles rendent seulement le calcul un peu plus long, ce que j'ai tâché d'éviter dans ce Memoire.

I. EXEMPLE.

FIG. IV. Soit le lieu proposé $xx = yy + ay$.

Je pose pour le réduire $y + \frac{1}{2}a = z$, ou bien $z - \frac{1}{2}a = y$ & substituant dans la proposée les valeurs de y, on aura $xx = zz - \frac{1}{4}aa$ qui est le lieu réduit à l'hyperbole simple équilatere.

La construction en est facile, car la réduction n'est que lineaire.

Soit $AB = a$ qui sera l'axe de l'hyperbole ou des hyperboles opposées DAE, FBG, dont le centre est en C. Les CH seront les $+z$, & les CI les $-z$; les HE ou IG les $+x$, & les HD ou IF les $-x$. Ces deux hyperboles seront le lieu de l'équation réduite dont l'origine est en C.

Mais par la réduction dont on s'est servi, on aura $+z - \frac{1}{2}a$, ce qui est $CH - CA = AH = +y$. L'origine

des y ſera donc en A, & les $AH = +y$ & les $AI = -y$. Et BH étant $= +y + a$, ſi on le multiplie par $+y$ on aura $yy + ay = xx$ qui eſt l'équation propoſée ſoit que l'on poſe x affirmatif ou negatif. Et $AI = -y$ ſera $CI = -z + CA = + \frac{1}{2}a$, ou bien $-y - \frac{1}{2}a = -z$, & l'on aura $-y - a$ par $-y$, ce qui ſera $+yy + ay = xx$.

Mais ſi l'on propoſe cette autre équation $xx = yy - ay$. En prenant $y - \frac{1}{2}a = z$ pour en faire la réduction, on trouvera le même lieu réduit que le précedent; mais par la réduction on a $z + \frac{1}{2}a = y$; donc ſi les CH ſont affirmatifs, on aura l'origine des y en B, & les BH ſeront les $+y$ & les BI les $-y$.

On voit parlà que ces deux équations quoique differentes ſont le même lieu; mais que l'origine des $+$ & des $-y$ y eſt placée réciproquement.

Enfin ſi l'on propoſe cette autre équation $xx = ay - yy$, on trouvera par la même réduction que dans les précedentes, que ſon lieu ſera au cercle $BKAL$. Car tranſpoſant on aura $-xx = yy - ay$, & poſant $y - \frac{1}{2}a = z$ on aura $-xx = zz - \frac{1}{4}aa$, ou bien $\frac{1}{4}aa - zz = xx$; & par conſéquent poſant $CO = +z$, & la réduction donnant $z + \frac{1}{2}a = +y$, on aura l'origine des y en B & les $+y = BO$; mais dans ce cas il n'y aura point de y négatifs, à cauſe que l'on auroit $\frac{1}{2}a - y = -z$ ou $-y = -z - \frac{1}{2}a$, & que $\frac{1}{2}a$ ſera toûjours plus grand que $-z$.

Ce ſera la même méthode pour d'autres équations de la même eſpece que celles-cy, comme $yy - ay = \frac{1}{2}aa - xx$ pour laquelle l'origine ne ſera plus à l'extrémité de l'axe.

II. Exemple.

Mais ſi l'on propoſe les quarrez des trois Exemples précedens, comme le premier $x^4 = y^4 + 2ay^3 + aayy$.

Et ſi l'on vouloit en faire la réduction à l'ordinaire, il faudroit poſer $yy + ay = zz$, & l'on auroit $x^4 = z^4 - aayy + aayy$, qui ſe réduiroit à $x^4 = z^4$, ou bien $zz = xx$, ou enfin $x = z$.

Mais par la réduction en ſubſtituant xx à la place de

zz, on aura $xx = yy + ay$, & c'eſt ce qui fait connoître que cette équation eſt la racine de celle qui eſt propoſée, ſi on ne l'avoit pas ſçû. On conſtruira donc ce lieu quarré comme dans l'exemple précedent, lequel ſera auſſi le lieu quarré-quarré propoſé à l'hyperbole.

Pour ce qui eſt des deux autres lieux $xx = yy - ay$ & $xx = ay - yy$, il eſt facile à voir que leurs quarrez ſeront le même, ſçavoir $x^4 = y^4 - 2ay^3 + aayy$. Ainſi ce lieu eſt le cercle *AKBL*, & les hyperboles oppoſées tout enſemble *DAE*, *FBG*; le cercle étant conſtruit ſur le même axe que les hyperboles, quoique l'un ait pour ſa racine le lieu à l'hyperbole, & l'autre celuy au cercle.

Pour les Ellipſes & pour les hyperboles non équilateres ce ſera la même choſe que pour les autres; car elles n'en ſont differentes qu'en ce que le rapport des inconnuës n'eſt pas un rapport d'égalité, mais un autre tel qu'on veut & neanmoins conſtant.

III. Exemple.

L'équation d'un lieu étant propoſée $x^3 = 2aay - ayy$.

Je diviſe d'abord par a & j'auray $\frac{x^3}{a} = 2ay - yy$ ou $-\frac{x^3}{a} = yy - 2ay$. Pour réduire je prens $2ay - yy = zz$, qui eſt le lieu au cercle dont le rayon eſt $= a$ comme nous avons vû cy-devant; ou bien en poſant $y - a = v$ ou $a - y = -v$.

Fig. V. Pour la conſtruction du lieu, ſoit pris ſur la ligne droite *FG* la grandeur $AD = 2a$, & ſur *AD* comme diametre ſoit décrit le cercle *APD*, & ſur les *AD* en allant vers *G* ſoit les $AO = y$. Il eſt évident que le cercle *APD* eſt le lieu au cercle $2ay - yy = zz$ & qui doit être par l'équation propoſée $= \frac{x^3}{a}$ & par conſequent $azz = x^3$.

Mais pour connoître les x^3 qui doivent être poſez ſur les $OP = z$ pour former le lieu, nous venons de trouver que $azz = x^3$, & cette équation eſt un lieu à une parabole cubique ſimple dont le Parametre $= a$.

Soit cette Parabole *BH* dont l'abſciſſe $BI = z$, & par le point *I* l'ordonnée ou le Rameau *IH* lequel ſera $= x$: ſi

si l'on transporte donc sur OP cette grandeur IH en OR; & qu'on trouve de même pour toutes les OP ou BI, les grandeurs IH qui leur répondent, on aura tous les points R qui formeront le lieu proposé $ARRD$.

Il est évident que cette courbe ARD est toute hors le demi-cercle APD horsmis aux points AD où elle le touche, & à l'extrémité du diametre S qui est perpendiculaire à AD; & que cette courbe tient plûtôt du cercle que de la parabole, comme il semble que le marquoit son équation, puisque ses touchantes en A & en D sont perpendiculaires à AD, & que sa touchante en S luy est parallele.

Voyons maintenant si le lieu proposé ne s'étend pas plus loin que la courbe ARD. On aura aussi dans le cercle ASD les ordonnées $OQ = -z$, ce qui donnera encore $2ay - yy = zz$, d'où l'on aura de même que cy-devant $azz = x^3$. Et par la parabole cubique nous déterminerons la grandeur de ces x par rapport à ces z: mais nous ne pourrons pas prendre les x négatives sur OQ, car nous aurions $-x^3 = 2aay - ayy$, ce qui n'est pas l'équation proposée; ainsi la Courbe ne passe pas au-dessous de AD.

Mais si nous prenons les $AG = y$ sur AD prolongée, nous aurons $AG \times GD$, ce qui sera $yy - 2ay = zz$, qui est un lieu à l'hyperbole dont les ordonnées seront les $+z$ d'un côté & les $-z$ de l'autre, & par conséquent $azz = -x^3$: car par l'équation on a $-x^3 = ayy - 2aay$. Mais dans ce cas les AG étant plus grandes que a, la partie de l'équation $ayy - 2aay$ sera affirmative qui ne peut pas être égalée à $-x^3$ qui est négative : donc le lieu ARD ne s'étend pas au-delà de D, ni de l'autre côté au de-là de A vers L.

IV. EXEMPLE.

Cet Exemple sera le même que le précedent horsmis seulement que chaque partie de l'équation est élevée au quarré, laquelle sera

$$x^6 = 4a^4yy - 4a^3y^3 + aay^4.$$

Pour construire cette équation il la faudra réduire en divisant d'abord par aa, ce qui fera $\frac{x^6}{aa} = 4aayy - 4ay^3 + y^4$.

Et ensuite posant $yy - 2ayy = zz$, on trouvera toute l'équation réduite à $x^6 = aaz^4$, dont la racine sera $x^3 = azz$ qui est la même que celle de l'Exemple précedent, & par conséquent le lieu que nous avons déja trouvé *DRA* y satisfera; car le quarré auquel on a élevé les inconnuës ne peut rien changer à leur détermination de grandeur.

Mais de plus ayant pris ou posé les $AG = +y$ sur *AD* prolongée, nous avons trouvé $azz = -x^3$, ce qui ne pouvoit pas donner de points de la courbe précedente; mais pour cette équation le quarré de chacune de ces deux parties étant affirmatif $aaz^4 = x^6$ pourra en donner, lesquels seront en *DT* dont les ordonnées *TG* seront $+x$, & les *GH* & $OQ = -x$. Ainsi la premiere courbe trouvée *DRA* n'étoit que partie de celle-cy *TDRAQH* qui doit s'étendre à l'infini des deux côtez vers *T* & *H*, ce qui est évident par la géneration; & la courbe de ce lieu quarré du précedent est la même que celle-cy, mais de plus repetée en sens contraire de l'autre côté de l'axe, & également aussi des deux côtez du centre en *MAN* à cause des y negatifs *AL*.

V. EXEMPLE.

FIG. VI. Soit l'équation proposée $x^3 - aax = aaz$ ou $-x^3 + aax = -aaz$. Pour faire la réduction de ce lieu, on le disposera de cette sorte $x^3 = aax + aaz$. Et prenant $x + z = y$, on aura la réduite $x^3 = aay$, qui est une parabole cubique simple qu'on construira, laquelle sera *BGAI* sur l'axe *AC*, & dont le parametre sera $= a$, & par son moyen on décrira le lieu.

Soit *AD* perpendiculaire à l'axe *AC* sur laquelle on prendra les *AD* pour les abscisses $= x$, & les ordonnées $DB = y$.

Mais pour déterminer les z du lieu proposé, on a par

la réduction $x+z=y$ ou $x=y-z$ qui n'est que lineaire, laquelle se fera en tirant par le point A la ligne droite LAG qui coupe l'angle droit CAD en deux également & qui rencontre les ordonnées DB en E. D'où il est évident que les DB étant $=y$ les DE seront $=x$, & par conséquent les $BE=z$.

Et comme il faut que les x & les z fassent un angle droit dans le lieu, il faudra transporter les $EB=z$ sur DB en DF, & le point F sera un de ceux du lieu requis.

Il évident par cette construction que la courbe FF doit rencontrer AD au point P lorsque $AP=x$ est $=a$; car alors la ligne AE coupe la parabole AB en G où l'ordonnée par le point P la rencontre; ainsi EB dans ce point G est nulle.

Mais depuis G jusqu'en A les ordonnées comme HL coupent AE en K au dessous de la courbe; c'est-pourquoy les EB ou DF qui étoient $+z$ deviennent alors $LK=-z$, qu'il faudra transporter sur HL en HM au dessus de AD pour avoir les $-z$, lesquelles donneront encore l'équation proposée; ainsi nous aurons la courbe $FFPMA$ pour le lieu.

Ce n'est pas tout, ce lieu se doit continuër de l'autre côté de l'axe comme la parabole cubique BGA qui sert à sa construction, s'y continuë aussi en AI; car les AN seront alors $-x$, ce qui sera facile à connoître. Ainsi la courbe du lieu $FPMAO$ sera semblablement posée, mais renversée des deux côtez de l'axe & aussi infinie par ses deux extrémitez.

V.I. EXEMPLE.

Soit proposé l'équation d'un lieu,

$$z^4-4axzz+aazz+4aaxx=4a^4.$$

REMARQUE.

Toutes les réductions des équations sont toûjours beaucoup plus simples en se servant de lieux aux paraboles que

de toute autre courbe, en ce que les inconnuës s'y dépriment toûjours considérablement, cependant on les peut faire indifferemment par quelle courbe on voudra. Il arrive aussi quelquefois qu'entre les lieux qu'on peut prendre par la réduction, il y en a qui paroissent composez, & qui ne laissent pas de réduire l'équation proposée à peu de termes ; c'est-pourquoy il y a beaucoup d'adresse à choisir ces sortes de lieux.

Pour réduire ce lieu proposé, pour en faire la construction, soit pris l'équation ou le lieu suivant $zz - 2ax + \frac{1}{2}aa = yy$, lequel étant quarré donnera $z^4 + 4aaxx + \frac{1}{4}a^4 - 4axzz + aazz - 2a^3x = y^4$.

Et par la substitution des valeurs de celui-cy dans celuy qui est proposé, on réduira le proposé à $y^4 = \frac{17}{4}a^4 - 2a^3x$, qui est un second lieu, & par le moyen de ces deux lieux, on pourra construire celuy qui est proposé ; mais pour les construire chacun en particulier, il les faut encore réduire ; mais comme ces réductions menent assez loin, nous nous servirons d'une autre.

FIG. VII. Pour faire la réduction de ce lieu proposé, prenons $zz = 2ar$, & introduisant cette valeur & celle de son quarré nous la réduirons à $4aarr - 8aarx + aazz + 4aaxx = 4a^4$, ou bien divisant par $4aa$, on aura $rr - 2rx + \frac{1}{4}zz + xx = aa$; & prenant $x - r = \mp v$, ou $r - x = \mp v$, ce qui est indifferent à cause de leur quarré qui est le même, on réduira encore à $vv + \frac{1}{4}zz = aa$, qui est un lieu à l'Ellipse, & dans cette réduction il n'y a que deux indéterminées v & z.

Mais pour construire le lieu à la parabole qu'on a prise, ce sera celuy de la parabole simple, laquelle sera doublée en $LCRHCI$ dont le parametre de l'axe BCD sera $= 2a$: les $CE = z$; & les $EP = r$.

Et pour construire celuy de l'Ellipse, on prendra sur l'axe de la parabole $CB = a$ qui sera son petit demi-axe & CA ou CV perpendiculaire à $CD = 2a$ qui sera le demi-grand axe, cette Ellipse sera $ABFV$, dont les ordonnées $FE = v$ & les abscisses $CE = z$, comme dans la

parabole, & ces z ſeront communs, l'origine de ces deux lieux étant en *C*. Il eſt évident que ces deux lieux ſatisfont à leur équation.

Mais dans le lieu propoſé nous n'avons ni r ni v, mais des x qu'il faut trouver par leur moyen pour les joindre aux z pour former le lieu requis. Par la réduction nous avons $v + r = x$ par rapport aux z, & par la conſtruction ce ſera $FE + EP$ ou FP qu'il faudra tranſporter ſur EF en EG, & le point G ſera un de ceux du lieu, les EG étant $= + x$.

La même réduction nous montre auſſi que nous aurons la courbe KR pour les $-x$ au deſſous de CV & ſemblable à la précedente BH, avec les deux courbes BMR & KH auſſi ſemblables entr'elles & poſées en ſens contraire & qui ſeront formées chacune par $+x$ & $-x$.

Enfin nous formerons de la même maniere les autres parties du lieu qui ſeront BI, KL & BL, KI par rapport aux $-z$ pris ſur CA, ce qui ſera la repetition des portions de la courbe qu'on a trouvées pour les $+z$. Où l'on remarquera que ce lieu a double ſommet B & K, & qu'il ſe termine en $HRIL$ ſur les perpendiculaires à l'axe AV de l'Ellipſe leſquelles ſont menées par ſes extrémitez A & V; car le lieu à l'Ellipſe qui ſert à former le propoſé, n'eſt pas quarré-quarré, & par conſéquent il n'a point de z au-delà de V & de A. Et de plus que les portions BR, BL; & KH, KI s'entrecoupent ſur l'axe AV en deux points où v & r deviennent égales, ce qui eſt facile à voir.

On peut trouver encore pluſieurs autres conſtructions de ce lieu, mais c'en eſt aſſez.

VII. Exemple.

On propoſe l'équation d'un lieu $y^4 - 4ay^3 + 4aayy = 63a^3x - 62a^4$. Fig. VIII.

Pour conſtruire ce lieu il en faut faire la réduction, & pour celle de la premiere partie de l'équation on viendra à $yy - 2ay$, ou $2ay - yy$, qui eſt la racine, car elle eſt quar-

rée, & si on l'égale à zz on aura $y^4-4ay^3+4aayy=z^4$, qui sera un lieu au cercle & à l'hyperbole équilatere tout ensemble sur le même axe $=2a$, comme on a vû dans les lieux simples.

Il faudra donc poser $z^4=63a^3x-62a^4$, & en divisant par $63a^3$ on aura $\frac{z^4}{63a^3}=x-\frac{62}{63}a$. Si nous prenons maintenant $x-\frac{62}{63}a=r$, nous aurons le lieu tout réduit à $z^4=63a^3r$, qui est une parabole simple quarré-quarrée dont le parametre sera $\sqrt[3]{63a^3}$, & nous avons vû que cette parabole ne peut avoir que la forme de la 1e parabole quarrée.

Maintenant soit cette parabole MN dont les abscisses $MQ=z$ & les ordonnées $QN=r$; & si sur le lieu à l'hyperbole & au cercle $BDPAE$ où les AG ou AO sont $=y$ & les GB ordonnées $=z$, on prend quelqu'ordonnée $GB=z$, & qu'on la porte en MQ sur la tige des z de la parabole, on y aura l'ordonnée $QN=r$ qui convient à z.

Mais par la réduction $r+\frac{62}{63}a=x$; il faudra donc tirer sur la parabole la ligne EF paralelle à MQ & qui en soit éloignée de la grandeur $\frac{62}{63}a$; ainsi on aura $NF=x$ qu'on transportera sur GB en GH, & les GH trouvez de la même maniere seront les x qui doivent être joints aux $AG=y$ pour former le lieu par les points H & qui sera infini, ce qui est évident par sa formation.

On voit par-là que lorsque y sera $=2a$, alors les z seront $=0$, & les $r=0$, & par conséquent la courbe HH vient rencontrer en I l'ordonnée DI, & cette ordonnée DI sera $=ME=\frac{62}{63}a$.

Ensuite si l'on prend un $y=AO$ sur le diametre du cercle, on aura aussi $OP=z$ qui nous donnera sur la parabole un r & un x, qu'on transportera sur OP en OR, & le point R sera encore un de ceux de la courbe.

Enfin lorsque y sera $=a$ qui est le rayon du cercle, la partie de la courbe IRR doit passer en K à l'extrémité du rayon CK perpendiculaire à AD; car alors $MQ=z=a=CK$ aura l'ordonnée r de la parabole $=\frac{1}{63}a$, qui étant joint à $\frac{62}{63}a=ME$ fait $a=CK$.

Et si l'on prend des $AO=y$ plus petits que AC, on aura encore les ordonnées z dans le cercle qui donneront des points R de la courbe; car on a $2ay-yy$ qui donne toûjours l'équation quarré-quarrée proposée, ce qui fournira d'autres points R de la courbe, semblablement posez aux précedens jusqu'en L où l'ordonnée $AL=x$ sera $=\frac{62}{63}a$.

La formation de cette courbe fait connoître que sa partie IHH est convexe & $IRKL$ est concave du côté de ADG.

Mais comme on peut prendre encore des $-y$ en AS qui donneront des $SE=z$ dans l'hyperbole AE, on trouvera aussi des points F de cette courbe, lesquels seront semblablement posez aux points H de l'autre côté de CK & par rapport à l'axe AD; & parce que les x n'y ont qu'une dimension il les faudra aussi toûjours poser du même côté de AD.

VIII. EXEMPLE.

Il y a des lieux qui étant réduits ne donnent en apparence aucune ligne courbe ni droite; & je les appelle *des lieux au point*, parce que les courbes s'y réduisent en un point ou $=0$. Les Exemples nous les feront connoître plus clairement.

Soit un lieu proposé $y^4-4ay^3+6aayy-4a^3y+4aaxx-24a^3x+37a^4=0$.

Pour faire la construction de ce lieu je le reduis en prenant

$yy-2ay+aa=2az$, qui est à une parabole & en le quarrant & l'introduisant dans le lieu proposé je le réduis d'abord à

$zz+4xx-24ax+36aa=0$, & divisant par 4, j'ai

$\frac{zz}{4}+xx-6ax+9aa=0$, & pour le réduire encore je prens $x-3a=v$, & j'ay le lieu tout réduit à $\frac{zz}{4}+vv=0$, & c'est ce lieu réduit que j'appelle au point; car il n'est pas possible que deux quantitez affirmatives

soient $=0$, sans que chacune ne soit $=0$. Aussi pour la construction on prendroit $v+3a=x$, ou bien $3a=x$, puisque v est $=0$.

De même puisque $\frac{zz}{4}$ est $=0$, aussi $z=0$, & le terme az de la premiere réduction sera $=0$, & par conséquent $yy-2ay+aa=0$; mais $yy-2ay+aa$ étant $=0$, sa racine qui est $y-a$ sera aussi $=0$ & $y=a$.

C'est-pourquoy si dans l'équation proposée on substituë à la place de y sa valeur a que nous venons de trouver en l'élevant aux degrez où est y, & si à la place des x on substituë aussi la valeur de $x=3a$ élevée aux degrez de x, toute l'équation se réduit à 0: ce qui fait connoître que les y sont $=a$ & les $x=3a$.

On remarquera que ces lieux au point peuvent être de tous genres.

Je proposerai encore ici une autre équation de lieu qui est à peu prés de la même espece que la précédente

$$y^4-4ay^3+10aayy-12a^3y+4aaxx-24a^3x+41a^4=0.$$

Et pour réduire on prendra $az=yy-2ay+aa$, & introduisant cette valeur & celle de son quarré dans la proposée & pour les x prenant $v+3a$, on la réduira à

$zz+4az+4vv=0$, qu'on ne peut pas regarder comme un lieu, puisque un ou plusieurs termes affirmatifs ne sçauroient être égalez à 0. Cependant on demande les valeurs des z & des v qui produisent cette équation ou expression, lesquelles donneront les y & les x.

Pour déterminer les valeurs de z je réduis en prenant $z+2a=t$, & j'aurai $tt-4aa+4vv=0$, ou bien, $4vv=4aa-tt$ qui est un veritable lieu à l'Ellipse laquelle soit BDA, dont le quarré du demi-axe CA soit au quarré du demi-axe CD comme 4 à 1, & le demi-axe $CA=2a$, & par conséquent $CD=a$ les abscisses $CE=t$ & les ordonnées $EF=v$. (Fig. IX.)

Mais par la réduction on a $t-2a=z$. Mais l'abscisse t ne peut être tout au plus qu'égale à $2a$ auquel cas $t-2a$ $=0$

$=o=z$ & par conséquent $az=o$ & $yy-2ay+aa=o$, d'où l'on tire $y=a$.

Mais auſſi dans l'équation que nous avons trouvée $zz+4az+4vv=o$, poſant $z=o$ elle ſe réduit à $4vv=o$: donc $v=o$: & par la réduction $v+3a=x$, ce qui eſt $3a=x$.

On aura donc enfin les valeurs des indéterminées de l'équation propoſée, leſquelles y étant ſubſtituées la réduiſent à o. D'où l'on voit que cette équation n'eſt pas un lieu comme dans les autres exemples, mais une équation determinée ſous la forme d'un lieu.

Il y a encore des équations de lieu toutes affirmatives où l'on tombe quelquefois dans un calcul, comme $xx+az=o$, ou bien $xx=-az$, & qu'on ne peut plus réduire; mais l'on ne peut pas dire que ce ſoient des lieux; cependant on s'en peut ſervir, & l'on peut former la courbe, laquelle donneroit la quantité xx affirmative égale à la négative az dans ſa négation, & ce ſeroit icy la parabole dont les abſciſſes ſeroient $-z$.

IX. Exemple.

Il y a encore une autre eſpece de lieux qui n'ont la forme que d'une ligne droite, leſquels j'appelle *des lieux à la ligne droite réduite*, puiſqu'ils ſont en effet des lieux de tous genres & qu'ils en conſervent toutes les proprietez, quoiqu'ils ne paroiſſent qu'à la ligne droite, les exemples que nous en apporterons dans la conſtruction des équations, nous en convainqueront pleinement. On peut cependant en avoir une idée, ſi l'on conſidere dans les ſections du cone, que les Ellipſes dégenerent enfin en Paraboles d'un côté & de l'autre à la ligne droite, comme auſſi l'hyperbole dont les extrêmes ſont d'un côté une parabole, & de l'autre une ligne droite qui eſt auſſi la derniere des Ellipſes, & c'eſt alors que les aſymptotes ſe confondent avec l'hyperbole ou avec l'axe déterminé, ou que le parametre ſe trouve $=o$.

Tout lieu plan doit avoir deux indéterminées, & le

FIG. X. lieu à la ligne droite CB a cette formule $nx = my$, dont les CA sont $= x$ & les $AB = y$. Et lorsqu'on regarde $y = n$ comme un lieu à la ligne droite, il est certain que ce n'en est pas un à la rigueur, puisque y est determinée. Cependant si l'on considere m infiniment grande, alors x devient aussi infiniment grande; car le point C qui est l'origine du lieu, sera à distance infinie, & m infiniment grande sera à x infiniment grande dans la raison d'égalité, & l'équation generale du lieu à la ligne droite, se réduira à $y = n$, & le lieu devient la ligne droite DF paralelle à CA & indéfinie des deux côtez. Ce sera la même chose si l'on considere n infiniment petite; car alors le lieu des x sera la ligne droite CA qui étoit la tige, & qui sera infiniment étenduë des deux côtez de l'origine C.

FIG. XI. Mais on peut aussi considerer ce même lieu CA comme une hyperbole IML sur l'axe CA; car on aura $m \mid n \mid\mid CA$ quarré $= xx - CM$ quarré $= mm \mid AI$ quarré $= yy$; d'où vient l'équation $xx - mm = \frac{myy}{n}$. Et si le parametre $MN = n$ est posé infiniment petit, alors le terme $\frac{myy}{n}$ ne peut avoir aucun rapport aux autres; car n infiniment petite est à m determinée, comme yy de quelque grandeur qu'on le puisse supposer, sera à une quantité infiniment grande qui n'entre plus en comparaison avec les autres termes.

Ce sera la même chose si l'on pose n infiniment grande; car le terme $\frac{myy}{n}$ devient infiniment petit.

Il faut remarquer que lorsque le lieu proposé est simplement $x - m = 0$, ce n'est qu'un lieu simple à la ligne droite; mais si c'est $xx - mm = 0$, ce sera un lieu à la ligne droite, mais qui ne laisse pas de conserver les proprietez du lieu qui est determiné par le degré de l'indéterminée x, comme icy celuy de l'hyperbole; & par conséquent ce lieu à la ligne droite est double des deux côtez de C, lequel represente les deux hyperboles; ce sera la même chose pour d'autres degrez de l'indéterminée.

Enfin si l'on a des équations de lieux comme $axx=byy$, ou $ax^3=by^3$ ou &c. qui ne peuvent être que des lieux à la ligne droite ; on doit remarquer que ceux dont le degré de l'indéterminée est un nombre pair, sont des lignes droites à plusieurs branches, ce qui est facile à connoître, & qu'on ne doit pas les confondre avec des lieux simples à la ligne droite ; on pourroit les appeller des lieux aux *asymptotes*, dont l'angle qu'elles font est une des sections du cône, & qui sont aussi la derniere des sections hyperboliques. On verra des exemples de ces sortes de lieux dans ce Memoire & dans un autre qui doit le suivre.

EXEMPLE X.

Voicy un autre lieu qui participe des précedens, $fxy+afy-bcx-abc=0$, qui paroît à l'hyperbole.

Pour le réduire il faut d'abord diviser par f, & l'on aura, $xy+ay-\frac{bcx}{f}-\frac{abc}{f}=0$. Et prenant $x+a=z$, on aura, $zy-\frac{bcx}{f}-\frac{abc}{f}=0$. Mais x est aussi $=z-a$; c'est pourquoy aïant substitué la valeur de x, on aura $zy-\frac{bcz}{f}+\frac{bca}{f}-\frac{abc}{f}=0$, qui se réduit à $zy-\frac{bcz}{f}=0$. Et prenant encore $y-\frac{bc}{f}=v$, on aura enfin l'équation du lieu réduite à $vz=0$, qui est un lieu à l'hyperbole entre ses asymptotes lesquelles sont jointes ensemble, ou $v=0$, ou bien $z=0$. Et si l'on pose v ou $z=0$, l'autre ne sera point determinée, & on la pourra prendre de quelle grandeur on voudra & même $=0$; & si on la pose $=0$, par la réduction on a $z-a=x$, ou $0-a=x$.

Donc $-a$ est la valeur de x de ce lieu.

De même par la réduction $v+\frac{bc}{f}=y$, ou bien $0+\frac{bc}{f}=y$. Donc aussi $y=\frac{bc}{f}$; & si l'on substituë ces valeurs dans le lieu proposé, il se réduit à 0. Donc &c.

On trouvera la même chose, si ayant posé l'une $=0$, on prend l'autre de quelle grandeur déterminée que ce soit.

On remarquera que ces lieux ne sont pas proprement des lieux, mais des équations déterminées sous la forme de lieux, puisque les indéterminées n'y ont qu'une valeur déterminée.

DE LA CONSTRUCTION des Equations.

Remarques générales sur la Construction des Equations.

Quand on veut construire une Equation telle qu'elle puisse être, on y introduit d'abord par la regle generale, un lieu tel qu'on veut choisir ; & par ce lieu qui est une équation qui renferme deux indéterminées, dont l'une est la même que celle de l'équation proposée en substituant sa valeur, on trouve un second lieu ; ce que j'ay expliqué dans mon Traité, & ce qui se peut faire en plusieurs manieres. Les deux lieux étant construits & combinez ensemble, doivent donner par leurs rencontres toutes les racines de l'équation proposée, puisque chaque lieu étant parfait, contient toutes les racines possibles de son équation ; & par conséquent les rencontres communes de ces deux lieux doivent donner toutes les racines ou valeurs possibles de l'indéterminée de l'équation proposée, pourvû qu'elles se trouvent dans ces lieux.

Mais il faut remarquer, que pour l'ordinaire le lieu qu'on prend pour être introduit dans l'équation proposée de plusieurs degrez, est un lieu simple, & il faut même le prendre le plus simple qu'il est possible, pour resoudre l'équation le plus simplement qu'elle le puisse être ; c'est-pourquoy on est obligé, comme j'ay fait dans la méthode que j'ay donnée, d'élever ce lieu à son quarré ou cube &c. pour en faire l'introduction ; & c'est principalement en cela qu'on fait une faute dans la construction de ce lieu ; car si au lieu de construire le lieu composé qu'on a introduit, on ne construit que le simple, il ne pourra pas toûjours donner toutes les racines de l'équation proposée puisqu'il est imparfait, & quelquefois il n'en donne aucune.

Il est vray que ces lieux étant quarrez, ou cubez &c. peuvent être les mêmes que leurs simples; mais le plus souvent ils sont differens, comme on a vû cy-devant dans la construction des lieux.

Il arrive aussi quelquefois qu'on introduit le lieu simple dans l'équation, & qu'ensuite on l'introduit encore dans les termes où on l'a déja introduit; ce qui fait la même chose que si l'on avoit introduit son quarré, & par consequent on doit construire le lieu quarré & non pas seulement le simple, & de même des autres puissances.

Quoyqu'on puisse prendre le lieu tel qu'on veut pour l'introduire dans l'équation proposée, il faut pourtant qu'il puisse avoir des racines égales à celles de la proposée; car si les racines de ce lieu n'avoient qu'une étenduë déterminée, comme si l'on introduisoit un cercle, & que les racines de la proposée fussent plus grandes que celle du cercle introduit, il est évident que ce lieu ne pourra pas servir à résoudre pleinement l'équation. Il en est de même, si celuy qu'on introduit en produit un autre qui n'ait pas toutes les racines de la proposée; car ce seroit la même chose que si l'on avoit introduit ce dernier, lequel auroit necessairement fourni le premier.

Cependant comme on ne connoît pas les valeurs des racines de l'équation proposée, il pourroit arriver que le lieu pris d'abord, ou celuy qui en résulte par l'introduction dans la proposée, n'auroit pas toutes les racines qui y sont, & c'est en partie sur des exemples de cette nature, qu'on pourroit avancer que la Methode seroit défectueuse; mais il me semble qu'on ne pourroit pas dire que ce fût un défaut de la Methode, mais seulement de l'application qu'on en fait; comme il arrive en plusieurs operations géometriques & analytiques.

Enfin on peut presque toûjours éviter cet inconvenient, si l'on introduit d'abord dans l'équation proposée, un lieu qui ait des racines depuis zero jusqu'à l'infini, & de vrayes & de fausses comme sont celles de la Parabole; & si le

lieu qu'on tire de la proposée par l'introduction, a aussi des racines de toutes grandeurs & de toute espece; car ces deux lieux combinez doivent toûjours donner toutes les racines de l'équation telles qu'elles soient. Cependant il ne sera pas toûjours necessaire de prendre ces lieux dans cette condition, si celuy qu'on a pris d'abord avec celuy qui en résulte, donnent autant de racines qu'il peut y en avoir dans la proposée, ce qu'on connoît par le degré de l'inconnuë de la proposée. Les exemples nous en convainqueront pleinement.

Si l'on prend des lieux plus élevés que ceux qui peuvent servir à construire l'équation proposée le plus simplement qu'elle le puisse être, on pourra trouver plus de racines qu'il ne doit y en avoir, puisque chaque lieu doit donner toutes celles qui sont possibles dans son équation. Mais entre ces racines surnumeraires il pourra s'y en trouver quelques-unes & même plusieurs de repetées; mais toutes celles de l'équation, vrayes ou fausses, s'y trouveront toûjours; si elles se trouvent dans les deux lieux & dans la disposition où ils sont.

On dit ordinairement que le nombre des racines que l'on trouve par la construction combinée de deux lieux, est celuy du produit des degrez de la même quantité inconnuë ou indéterminée qui est dans ces deux lieux: mais il me semble plus à propos de dire, que c'est seulement le nombre des rencontres possibles de ces deux lieux. Car si l'on construit une équation de trois dimensions dont les trois racines sont vraïes & réelles, avec deux lieux dont l'indéterminée de l'un ait deux degrez ou deux dimensions, & la même indéterminée de l'autre n'en ait qu'un seul, le produit de l'une des dimensions par l'autre ne sera que deux, & par conséquent il ne devroit y avoir que deux racines dans l'équation, quoiqu'en effet il puisse y en avoir trois vraïes & réelles.

Lorsqu'on veut construire des équations dont l'inconnuë a un nombre impair de dimensions, on peut avant que d'introduire le premier lieu, la multiplier par une

racine telle qu'on voudra, qui sera pourtant toûjours exprimée par l'inconnuë de l'équation, comme si c'étoit x par $x-$ ou $+a=0$, afin de réduire le nombre des dimensions de l'inconnuë à un nombre pair, ce qui donne beaucoup de facilité à l'introduction du premier lieu, comme je l'ai fait dans mon Traité, & la construction donnera entre ses racines celle qu'on aura introduite: mais aussi on pourra multiplier la proposée par l'inconnuë toute seule, ce qui est la même chose que si on la multiplioit par $x=0$; mais pour ce cas il arrivera toûjours dans la construction que les deux lieux qu'on tirera de cette équation multipliée, se couperont dans leur origine commune qui est le point de rencontre où la racine x est égale à o.

Venons maintenant aux exemples que je prendrai les plus simples & les plus clairs qu'il sera possible, afin que les remarques qu'on doit faire sur ces constructions, soient plus sensibles & plus évidentes.

EXEMPLE I.

Soit l'équation proposée qu'il faut construire,

$$zz-10az+9aa=0.$$

Je prens pour premier lieu $ay=zz$ qui est à la parabole, & j'introduits dans la proposée à la place de zz sa valeur, j'ai un second lieu $ay-10az+9aa=0$, ou bien, $y-10z+9a=0$ qui est un lieu à la ligne droite. Ces deux lieux étant construits & combinez ensemble donneront les racines de l'équation proposée.

Mais si je prens pour premier lieu $y=a$ qui est à la ligne droite, ou bien $yy=aa$ qui est à l'hyperbole ou aux hyperboles opposées dont l'axe est à son parametre en raison infinie, on pourra l'introduire dans la proposée en trois manieres, ce qui donnera trois differens lieux.

1°. En introduisant yy à la place de aa, on aura
$zz-10az+9yy=0$, qui est un lieu à l'Ellipse.

2°. En introduisant y à la place de a, on aura
$zz-10yz+9aa=0$, qui est un lieu à l'hyperbole.

3°. En introduisant yy à la place de aa & y à la place de a, on aura

$zz - 10yz + 9yy = 0$, qui eſt un lieu à la ligne droite élevée au quarré, mais qui n'a point la forme d'hyperbole.

Pour la conſtruction du premier lieu trouvé $zz - 10az + 9yy = 0$ avec celui qu'on a pris, il faut le réduire en poſant $z - 5a = v$, & l'on aura $vv - 25aa + 9yy = 0$, qui eſt l'Ellipſe réduite dont le demi-axe $= 5a$, & le rapport de cet axe | à ſon parametre || eſt 9 | 1. Et par conſéquent le demi-grand-axe | au demi-petit-axe || 3 | 1.

Fig. XII. Soit donc l'Ellipſe $ABED$ dont le centre eſt C & les deux axes AE, BD dans le rapport de 3 à 1. Mais comme le demi-grand-axe AC doit être égal à $5a$, il faudra conſtruire l'Ellipſe ſur cet axe, & les CO étant $= v$, les OQ & OP ſeront $= y$.

Mais par la réduction nous avons $v + 5a = z$, il faudra donc prendre ſur CA la grandeur $5a$ qui ſera CA, & les AO ſeront $= z$, comme auſſi les AK, & le point A ſera l'origine du lieu.

Maintenant pour le lieu à l'hyperbole infinie, on prendra ſur la ligne FAG perpendiculaire à AC les grandeurs AF, AG chacune $= a = y$, & FG ſera l'axe de l'hyperbole ou des ſections oppoſées, laquelle eſt réduite aux lignes droites FP, GQ paralelles à AC. On aura donc les rencontres $PQRS$ de ces hyperboles & de l'Ellipſe qui donneront les racines z de l'équation, dont l'une ſera FP ou GQ ſon égale, & l'autre FR ou GS ſon égale.

On remarquera que dans cette conſtruction le lieu qu'on a introduit étant $yy = aa$ ſuppoſe zz indéfinie, lequel eſt à l'hyperbole, & que celui qu'on a tiré eſt à l'Ellipſe; & comme une Ellipſe & les hyperboles oppoſées peuvent ſe couper en quatre points, on peut trouver auſſi quatre racines dans la conſtruction, comme elles y ſont effectivement, & il faut qu'entre ces quatre racines les deux de l'équation propoſée y ſoient compriſes, ce qui eſt évident puiſque ces deux racines y ſont repetées.

Mais

Mais pour déterminer la valeur de ces deux racines $= z = GQ = GS$, ou FP & FR, la construction nous donne $OQ = a$; & par l'Ellipse nous avons $1 \mid 9 \mid\mid aa \mid 25 aa - vv$, d'où nous tirons $25aa - vv = 9aa$, ou bien $16aa = vv$; & par conséquent $v = 4a$: mais $CA = 5a$, donc AO ou $GQ = z = 9a$, & par conséquent aussi OE ou AK ou $GS = a$, qui seront les deux valeurs de z de cette équation proposée.

Pour le second lieu que nous avons tiré $zz - 10yz + 9aa = 0$ qui est à l'hyperbole, en introduisant seulement dans l'équation proposée $y = a$ qui est un lieu simple à la ligne droite où z est évanouïe, on le construira comme on a fait le précedent à l'exception que l'hyperbole ou les sections opposées de ce lieu, ne pourront être rencontrées par le lieu à la ligne droite qui n'est qu'une simple ligne, qu'en deux points seulement qui doivent donner les deux racines de l'équation, ce qui se trouve aussi, & dont je ne donne point de figure.

Enfin pour le troisiéme lieu $zz - 10yz + 9yy = 0$ qui a été aussi trouvé par l'hyperbole infinie, il faudra d'abord le réduire, en posant $z - 5y = v$, & l'on aura $vv - 25yy + 9yy = 0$, ou bien $vv = 16yy$, & par conséquent $v = 4y$ qui est le lieu à la ligne droite.

Pour la construction soit le point O sur la ligne droite AB, dont on prendra la partie OH de quelle grandeur on voudra; & aïant mené HI perpendiculaire à OA & égale à $4OH$, on tirera la ligne OI prolongée d'un côté & d'autre, laquelle sera le lieu à la ligne droite qu'on a trouvé; car si l'on méne les AP ou BS paralleles à HI lesquelles rencontrent OI en P & en S, les OA ou OB étant y & les AP & BS étant v, on aura $1 \mid 4 \mid\mid y \mid v = 4y$. FIG. XIII.

Mais par le premier lieu qu'on a pris y est $= a$, & par la réduction du lieu précedent $v + 5y = z$, ou bien $5y - v = z$; on menera donc OM perpendiculaire à AB & $= 5a$ ou $5y$, & le point M sera l'origine du lieu & le centre des hyperboles infinies dont FM ou MG parallele à AB, & chacune $= a$ seront le demi-axe; c'est-pourquoy GB, FP

seront ces hyperboles qui rencontreront le lieu à la ligne droite en S & en P, qui donneront les deux racines GS, $FP = z$ de l'équation proposée. On pourroit encore en trouver deux autres égales à celles-cy, en construisant aussi le second lieu réduit tel qu'il est $vv = 16yy$, & que j'ai appellé aux *Asymptotes*.

On voit par-là que si l'on ne construisoit ces deux lieux que par de simples lignes droites, on n'auroit qu'une seule racine, au lieu des deux qui sont dans la proposée.

EXEMPLE II.

Soit l'équation proposée qu'il faut construire

$$x^3 - 3axx + 3aax - a^3 = 0.$$

En posant pour premier lieu $az = xx - 3ax + 3aa$, qui est à une Parabole quarrée, & l'introduisant dans la proposée, on aura

$azx - a^3 = 0$, ou bien $zx = aa$ qui est un lieu à l'hyperbole équilatere entre ses asymptotes, & ces deux lieux étant construits & combinez doivent donner les trois racines x de l'équation proposée; car ces deux lieux ont toutes les conditions requises pour donner toutes les racines de l'équation.

FIG. XIV. Pour l'hyperbole elle sera trés-facile à construire; car soit ses asymptotes CL, CD & son centre en C, & le quarré CA dont le côté CB ou CG soit $= a$, l'hyperbole EAF qui passe par le point A sera celle du lieu, dont les z seront sur CD & les x seront ordonnées à CD, & l'origine en C.

Mais pour la construction de la parabole il en faut réduire le lieu en prenant $x - \frac{3}{2}a = r$, ce qui donnera d'abord $az = rr - \frac{9}{4}aa + 3aa$, ou bien $az = rr + \frac{3}{4}aa$, ou bien $az - \frac{3}{4}aa = rr$. Et prenant encore $z - \frac{3}{4}a = v$, on aura $av = rr$ qui est la parabole réduite.

Il faut donc construire cette parabole PHQ sur l'axe HI dont le sommet soit en H & le parametre $= a$, on aura ses abscisses $HI = v$ & ses ordonnées $IQ = r$.

Mais par la réduction on a $v + \frac{3}{4}a = z$; il faut donc

prendre sur l'axe HI prolongé vers L la grandeur $HL = \frac{1}{4}a$, ce qui donnera les $LI = z$, & par conséquent le point L de l'axe de la parabole doit être sur l'asymptote CL de l'hyperbole.

Mais aussi par la réduction on a $r + \frac{2}{3}a = x$; c'est-pourquoi on prendra sur l'ordonnée IQ ou IP, la grandeur $IK = \frac{2}{3}a$, & l'on aura KP ou $KQ = x$.

D'où l'on connoît que si LC est $= \frac{1}{2}a$, le point L sera l'origine commune des deux lieux qui auront leurs abscisses & leurs ordonnées sur les mêmes lignes, & les rencontres de ces deux lieux doivent donner toutes les racines x de l'équation.

Premierement il est évident que le sommet H de la parabole est au dedans de l'hyperbole, car LH est $= \frac{1}{4}a$; & si de la rencontre N de l'axe de la parabole LHI & de l'hyperbole on méne NM parallele à CB, on aura $CM = z$, & par la construction de la parabole NM ou LC est $= \frac{1}{2}a$; c'est-pourquoi si l'on divise aa par $\frac{1}{2}a$, on aura CM ou $LN = \frac{1}{2}a$; mais LH est $= \frac{1}{4}a$: donc enfin le point H est au dedans de l'hyperbole.

Mais je dis que la parabole HQ rencontre l'hyperbole au point A & qu'elle doit la couper dans ce même point. Car si l'on méne AR ordonnée à l'axe HI de la parabole qui passe par le point A de l'hyperbole, on a par la construction AR ou $LB = \frac{1}{2}a$; mais aussi par la même construction HR est $= \frac{1}{4}a$, & à cause du parametre de la parabole $= a$ le quarré de son ordonnée par le point R sera $= \frac{1}{4}aa$ dont la racine égale $\frac{1}{2}a$ est la grandeur de l'ordonnée; donc le point A est commun à l'hyperbole & à la parabole; & par conséquent AG sera une des racines x de l'équation $= a$.

Cependant il n'y a pas pour une seule racine réelle dans l'équation, il y en a trois, & on les doit trouver; car autrement on seroit porté à croire que la méthode seroit defectueuse, puisqu'elle ne donneroit qu'une seule racine dans la seule intersection des deux lieux; mais c'est dans la proprieté particuliere de cette intersection qu'on

en trouve trois, ce qu'on n'avoit point encore remarqué. Ce sont de ces sortes de cas qui paroissent d'abord être des défauts de la méthode. Voicy de quelle maniere je démontre que ce seul point de rencontre donne trois racines.

Si par le point A on méne une touchante AD à l'hyperbole, on sçait que cette touchante AD rencontrera l'asymptote CD au point D, & que $GD = a$. Mais si par le même point A on méne aussi une touchante à la parabole, il est évident que cette touchante coupera l'axe RL en un point S, en sorte que HS sera égale à HR, & HR étant $= \frac{1}{4}a$, RS sera $= \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}RL$, & par conséquent $RS = RA$: mais $AG = GD$; donc la même ligne SAD touchera la parabole & l'hyperbole au même point A où elles se rencontrent.

Mais quoique ces deux courbes étant convexes d'un même côté touchent une même ligne droite en un même point, ce n'est pas à dire qu'elles ne se coupent pas dans ce point, & effectivement elles s'y coupent. Car si l'on prend une partie indéfiniment petite $RT = i$, & menant Tfe ordonnée laquelle rencontre l'hyperbole en f & la parabole en e, on aura $Tf = \frac{1}{2}a - \frac{aa}{a+i}$ & $Te = \sqrt{\frac{1}{4}aa + ai}$, d'où l'on connoîtra que Te est plus grande que Tf; au contraire si le point T est pris entre R & H; & par conséquent la partie AQ de la parabole passe entre l'hyperbole & son asymptote qu'elle doit enfin couper, puisque cette asymptote sera un des diametres de la parabole; ce sera le contraire de la partie AH de la parabole qui passe au dedans de l'hyperbole. Ainsi ce point A ne devroit donner qu'une seule racine.

Ce cas particulier de ces deux lignes courbes qui se coupent en un point où elles touchent une même ligne droite d'un même côté, réünit en ce point trois rencontres des deux lignes courbes, comme le point où deux courbes se touchent réünit deux points de leur rencontre, & même plusieurs suivant les differentes inflexions.

des courbes. Car si l'on inclinoit un tant soit peu la touchante de la parabole de *AS* vers *Z* comme en *As*, cette *As* étant toûjours touchante de la parabole, & le point *A* demeurant à sa place; il est évident que la parabole en s'inclinant couperoit alors la touchante *AS* de l'hyperbole, puisque la ligne *AS* devroit entrer dans la parabole dans cette position; & par conséquent aussi la parabole rencontreroit l'hyperbole en un point au-dessus de *A*, & elle la rencontreroit aussi dans leur point commun *A*. Mais de l'autre côté la touchante *sA* s'éleveroit au dessus de la touchante *AD* comme en *Ad*, & elle couperoit l'hyperbole; & comme la parabole seroit toute au dessus de *Ad*, elle passera au dedans de l'hyperbole en allant vers *F*; mais la parabole dans cette position doit encore rencontrer l'asymptote *CD*, elle rencontrera donc encore la partie *AF* de l'hyperbole en quelque point.

Ce sont ces trois points de rencontre qui pourroient donner trois racines differentes, & qui se réünissant dans le seul point *A* y réünissent aussi les trois racines qui deviennent chacune $= a$; ce qui donne une entiere solution de l'équation qui contient trois racines vraïes & égales chacune à a.

La construction des équations de trois degrez est toûjours fort simple par une parabole & par une hyperbole entre ses asymptotes, comme on vient de voir dans cet exemple. Mais si l'on vouloit trouver d'autres lieux par le moyen de la parabole, il faudroit multiplier l'équation par une racine comme $x-$ ou $+a = 0$, ce qui l'éleveroit à un degré plus haut, d'où l'on tireroit une infinité d'autres lieux que les précedens & même le cercle, comme on le peut voir dans mon Traité: mais alors la combinaison de ces lieux donnera les trois racines de l'équation proposée si elles sont réelles plus celle qui aura multiplié l'équation; & si l'on multiplie seulement l'équation par x, c'est à dire par $x - 0 = 0$, on doit trouver aussi quatre rencontres des deux lieux; mais ces lieux se rencontreront necessairement dans leur origine com-

mune où x racine $=0$; ce qu'on peut faire facilement sans que j'en rapporte d'exemple.

EXEMPLE III.

Soit l'équation proposée $zz - 2az - aa = 0$.

Je prens pour premier lieu $aa - xx = zz$ qui est au cercle, & j'introduits dans la proposée la valeur de zz, ce qui donne pour second lieu $aa - xx - 2az - aa = 0$ qui se réduit à $-xx - 2az = 0$, qui n'est pas un lieu qu'on puisse construire; d'où je connois que ce cercle ne peut pas servir pour donner les racines de l'équation proposée.

Mais si je prens le lieu au cercle $4aa - xx = zz$, & que j'introduise dans la proposée la valeur de zz, j'aurai pour second lieu $4aa - xx - az - aa = 0$ qui se réduit à $3aa - az = xx$ qui est à la parabole & qu'on peut construire avec le cercle; ce qui donnera les racines de l'équation.

Enfin si l'on prend d'abord le lieu à la parabole comme $zz = ay$, on trouvera celui à la ligne droite $y = 2z + a$ qui ont tous deux des racines de toutes grandeurs, & ces lieux étant combinés donnent les racines de l'équation.

EXEMPLE IV.

Si l'on proposoit une équation dont tous les termes fussent affirmatifs comme $xx + 3ax + 2aa = 0$,

Laquelle ne peut pas être une équation, mais qu'on voulût trouver les valeurs de x, ou, si l'on veut, les racines qui doivent être toutes négatives comme les signes le font connoître, lesquelles par leur multiplication donnassent cette équation ou expression proposée;

Il faut la considerer comme une veritable équation, & commencer à la construire à l'ordinaire, en prenant un lieu $ay = xx$ à la parabole, & y introduisant la valeur de xx, on aura un second lieu qui sera $ay + 3ax + 2aa = 0$, ou bien $y + 3x + 2a = 0$; & posant $y + 2a = v$, on aura $v = -3x$: d'où l'on tire cette analogie $3 | 1 || v | -x$ qui est à la ligne droite.

Si l'on construit donc la parabole ABD dont le parametre $=a$, les AE seront $=y$, & les $DE=+x$ & les $EB=-x$, elle satisfera au premier lieu. Fig. XV.

Pour le lieu à la ligne droite, on prolongera l'axe EA en O en faisant $AO=2a$, d'où les $OE=v$; ensuite on tirera AF perpendiculaire sur l'axe AE, & l'ayant faite $=\frac{2}{3}a$, on tirera la ligne OFG qui sera le lieu requis à la ligne droite dont les abscisses $OI=v$ & les ordonnées $IL=-x$, car on leur donne le signe $-$ comme ils l'ont dans la parabole. Mais cette ligne OF doit necessairement rencontrer la parabole en deux points LG & les ordonnées par ces points LI, $GH=-x$ de la proposée; & il est trés facile de connoître par la construction dans cet exemple, que $LI=a$ & $GH=2a$; & par conséquent $x+a=0$ & $x+2a=0$, qui sont les deux produisans de cette expression ou équation proposée.

On pourroit encore par la méthode de M. Descartes changer les racines fausses de l'équation en vrayes, en changeant les signes devant les termes pairs; & ensuite résoudre l'équation à l'ordinaire, dans laquelle les racines vrayes qu'on trouveroit, en seroient les fausses.

EXEMPLE V.

Soit l'équation proposée $x^6-63a^5x+62a^6=0$.

Si l'on prend pour premier lieu $az=xx$, & l'ayant cubé ce qui sera $a^3z^3=x^6$, & qu'on l'introduise dans la proposée, on aura $a^3z^3-63a^5x+62a^6=0$, ou bien en réduisant, $z^3=63aax-62a^3$ qui est une parabole cubique. Puisque l'on a introduit dans la proposée le lieu cubique $a^3z^3=x^6$, c'est aussi celuy qu'il faut construire; mais par la construction des lieux, ce lieu ne sera que la premiere parabole qu'on construira facilement sur son parametre a.

Pour le second lieu qu'on a tiré de l'équation, il faut le réduire en prenant $x-\frac{62}{63}a=t$, on aura ce lieu réduit à $z^3=63aat$, qui est une parabole cubique, dont le parametre est $\sqrt{63aa}$. Et si l'on construit ces deux lieux suivant la regle, ils se couperont seulement en deux points

lesquels donneront deux valeurs de x affirmatives, l'une sera $x=a$ & l'autre $x=2a$ qui seront les deux seules racines de cette équation.

Maintenant si l'on propose de construire cette même équation $x^6-63a^5x+62a^6=0$, en posant pour premier lieu $x^3-2aay+ayy=0$, ou $x^3=2aay-ayy$, mais qu'il faut quarrer pour l'introduire dans la proposée, & qui sera $x^6=4a^4yy-4a^3y^3+aay^4$:

Ayant donc substitué la valeur de x^6 dans la proposée, on aura le second lieu,

$4a^4yy-4a^3y^3+aay^4-63a^5x+62a^6=0$, lequel se réduit à $4aayy-4ay^3+y^4-63a^3x+62a^4=0$.

Il ne reste donc plus qu'à construire ces deux lieux pour les combiner, dont le premier qui a été introduit est cube-cube, & le second que l'on a tiré est quarré-quarré, & ils ont tous deux la forme de parabole: mais je n'en fais point ici la construction; car pour le premier je l'ai donnée dans le 4e Exemple de la Construction des lieux composez; & pour le second, c'est le 7e Exemple.

On verra d'abord que ces deux lieux combinez ensemble suivant la regle qui ne consiste qu'à les poser de telle maniere que leur origine soit commune & que leurs indéterminées de même nom soient dans chacun sur la même ligne droite ou paralleles entr'elles, donneront les deux racines de l'équation proposée, mais qu'ils les donneront repetées.

EXEMPLE VI.

Soit l'équation qu'il faut construire,

$x^4-a^3x-\frac{1}{2}a^4=0$.

Je prens d'abord $ay=xx$ qui est un lieu à la parabole, & quarrant j'aurai $aayy=x^4$, & substituant dans l'équation proposée la valeur de x^4, on aura $aayy-a^3x-\frac{1}{2}a^4=0$, ou bien $yy=ax+\frac{1}{2}aa$, qui est aussi un lieu à une parabole.

FIG. XVI. Le premier lieu qu'on a posé est facile à construire, puisque ce n'est que la parabole quarrée qui est sur le même

même axe & repetée au dessus du sommet, comme on a vû dans les lieux; car c'est cette parabole quarré-quarrée qu'on a introduite dans l'équation proposée.

Pour la seconde parabole il faut la réduire en posant $x + \frac{1}{2}a = t$, & l'on aura $yy = at$.

Soit donc sur l'axe *KAG* la parabole quarré-quarrée du premier lieu *DABEF*. Et par le sommet *A* ayant mené *AM* perpendiculaire à *GA* & $= \frac{1}{2}a$, & sur *MA* pour axe & pour parametre $= a$, soit décrit la même parabole *BME*. Dans la premiere parabole les *AG* étant les abscisses $= y$ & les *BG* étant les ordonnées $= x$, & le contraire dans la seconde parabole.

Il est évident par cette construction, que ces deux paraboles se couperont dans quatre points *BDFE*, & qu'elles donneront quatre valeurs de x sçavoir *BG*, *DI*, *FL*, *EK* dont deux *BG*, *EK* seront égales entr'elles & les deux autres aussi égales entr'elles. Cependant cette équation n'a que deux racines réelles dont l'une est vraye & l'autre fausse, & elles se trouvent repetées à cause que les lieux de cette construction sont plus élevez qu'ils ne devroient être pour la construire simplement. Mais cherchons une autre construction.

Si à la seconde équation que nous avons trouvée $yy - ax - \frac{1}{2}aa = 0$ nous ajoûtons la premiere $xx - ay = 0$, nous aurons un troisiéme lieu $yy - ax - \frac{1}{2}aa + xx - ay = 0$, lequel sera au cercle, & qui étant combiné avec le précedent, par sa construction doit encore donner les racines de l'équation, & il les donnera toutes seules & sans repetition. Mais pour construire ce cercle il faut le réduire en posant $y - \frac{1}{2}a = z$; & $x - \frac{1}{2}a = v$, & l'on aura l'équation réduite au cercle $zz + vv = aa$.

Ces sortes de lieux tirez de la combinaison d'autres lieux, demandent des remarques particulieres que nous ferons dans un autre Memoire; & c'est la methode dont s'est servi M. Sluze pour expliquer les constructions que M. Descartes a données dans sa Geometrie.

Mais si l'on veut construire ce lieu au cercle avec la FIG. XVII.

parabole quarré-quarrée qu'on a introduite & dont le parametre est $=a$ comme dans l'exemple précedent ; & le sommet A commun, ayant mené AH perpendiculaire à l'axe & égale à $\frac{1}{2}a$, & HC parallele à l'axe & aussi égale à $\frac{3}{2}a$, le point C sera le centre du cercle du lieu, & son rayon $=a$. Ce cercle coupera la parabole BAD aux deux points BD qui donneront les deux valeurs de x BG, DI ou les deux racines de l'équation, comme on les a trouvées cy-devant.

Mais ce cercle coupe encore l'autre parabole EF qui est partie de la parabole quarré-quarrée du lieu, aux deux points EF qui doivent aussi donner deux valeurs de x par les ordonnées EK, FL & qui ne sont pas les mêmes que les deux autres. D'où viennent donc ces deux racines EK, FL ? Je dis qu'elles n'appartiennent point à l'équation proposée ; car si l'on cherche cette équation par la racine BG, on la trouvera en substituant dans sa valeur donnée par la parabole quarré-quarrée, celle qu'on tirera du cercle à l'ordinaire, & de plus en substituant encore à la place de y simple qui reste dans un des termes, la valeur de cet y trouvée par la parabole simple DAB, on aura l'équation proposée, ce qui fait connoître que BG est une des racines de l'équation. Ce sera la même chose pour l'autre racine DI.

Mais si l'on cherche l'équation proposée par la racine EK, on trouvera aussi d'abord la même valeur par la substitution de cette racine qui vient du cercle ; mais pour y simple qui reste encore dans un de ses termes, il faudra le faire évanoüir par le moyen de la parabole simple EAF, laquelle donne $-ay$, ce qui donneroit l'équation $x^4 + 2aaxx - a^3x - \frac{1}{2}a^4 = 0$, qui est differente de la proposée ; ce qui fait connoître que ces racines EK & FL n'appartiennent point à l'équation proposée : aussi l'inconnuë de l'équation qu'on tirera du lieu au cercle & de celuy à la parabole quarré-quarrée sera élevée au 8e degré, laquelle pouvant avoir 8 racines les deux FL, EK s'y trouveront.

Enfin on peut trouver une autre solution plus simple que les précedentes. Car si l'on pose le premier lieu $x^4 = a^3y$ qui est à une parabole quarré-quarrée qui a la forme de la parabole simple, & qu'on l'introduise dans la proposée, on aura $a^3y = a^3x + \frac{1}{2}a^4$, laquelle se réduit à $y = x + \frac{1}{2}a$ qui est un lieu à la ligne droite.

Soit la parabole BAD dont l'équation a été prise $x^4 = a^3y$, laquelle ait pour axe AG dont les parties AG ou abscisses soient $= y$ & les ordonnées $BG = x$. Fig. XVIII

Maintenant pour le lieu à la ligne droite soit pris sur l'axe la partie $AN = \frac{1}{2}a$, donc les NG seront $y - \frac{1}{2}a$; mais soit tiré la perpendiculaire AH à l'axe laquelle soit faite $= \frac{1}{2}a$, & par les points H & N soit mené la ligne droite HNB qui sera le lieu à la ligne droite de l'équation, combiné avec celuy à la parabole : car les $NG = y - \frac{1}{2}a = x$ seront aussi $= GB$. DI sera $= -x = \frac{1}{2}a - y$. On aura donc par cette construction les deux seules racines de l'équation proposée. Et c'est cette maniere de construction qu'on doit regarder comme la plus simple de toutes celles dont on peut se servir.

La construction seroit encore assez simple, si l'on posoit pour premier lieu $x^3 = aay$, car le second seroit une hyperbole entre ses asymptotes : mais cette construction n'est pas si simple que celle de la parabole $yy = ax + \frac{1}{2}aa$ avec le cercle, comme cy-dessus.

EXEMPLE VII.

Soit l'équation proposée $x^4 - 4aaxx - 2a^3x - \frac{1}{4}a^4 = 0$.

Je prens le premier lieu $x^4 = aayy$ qui est une parabole quarré-quarrée dont la racine est $xx = ay$; & ayant substitué dans l'équation proposée la valeur de x^4, on a le second lieu,

$aayy - 4aaxx - 2a^3x - \frac{1}{4}a^4 = 0$, qui se réduit à

$yy - \frac{1}{4}aa = 4xx + 2ax$, & divisant par 4 on aura,

$\frac{1}{4}yy - \frac{1}{16}aa = xx + \frac{1}{2}ax$, & réduisant en posant $x + \frac{1}{4}a = z$, on aura l'équation $zz = \frac{1}{4}yy$ qui est un lieu à la ligne droite.

Fig. XIX. Pour conſtruire ce lieu avec la parabole quarré-quarrée qu'on a introduite d'abord, laquelle ſoit *BADEF* dont le parametre $= a$ & les abſciſſes $AG = y$, les ordonnées $GC = x$.

Mais par la réduction on a $x + \frac{1}{4}a = z$: on menera *AO* perpendiculaire à l'axe *AG* de la parabole & $= \frac{3}{4}a$, & le point *O* ſera l'origine des y ſur *OP* parallele à l'axe *AG*, & les z ſeront perpendiculaires à *OP* qui ſeront les *PB*.

Pour la conſtruction du lieu à la ligne droite on a $4 | 1 || yy | zz$, ou bien $2 | 1 || y | z$: On prendra donc ſur l'axe *AG*, la partie $AH = 2AO = \frac{3}{2}a$, & l'on menera la ligne *OH* qui ſera le lieu à la ligne droite qu'il falloit conſtruire.

Il eſt évident que cette ligne droite coupera la parabole quarré-quarrée en quatre points *BILE*, leſquels donneront quatre racines de l'équation, dont une ſeule vraye *BG* eſt égale aux trois fauſſes enſemble *IK*, *LM*, *EQ*: ce qui eſt marqué par les ſignes de l'équation. Et le produit de la racine vraye par l'une des fauſſes ſera,

$xx - 2ax - \frac{1}{2}aa = 0$, & celuy des deux autres fauſſes ſera $xx + 2ax + \frac{1}{2}aa = 0$. Mais en réſolvant ces équations on trouvera que la vraye racine ſera $x = \sqrt{\frac{3}{2}aa} + a$, la fauſſe $x = -\sqrt{\frac{3}{2}aa} + a$, le produit de ces deux racines donnent le premier.

L'autre fauſſe $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa} - a$, & la derniere $x = -\sqrt{\frac{1}{2}aa} - a$; ce qui donne l'autre.

Cet exemple fait voir que ſi l'on n'avoit conſtruit que la parabole ſimple *BAD*, on n'auroit eu que deux racines au lieu des quatre qui ſont dans l'équation propoſée, quoique ces deux lieux ayent toutes les conditions neceſſaires pour les donner toutes quatre, & même huit.

EXEMPLE VIII.

Soit l'équation propoſée qu'il faut conſtruire,

$$x^4 - 5aaxx + 4a^4 = 0.$$

Soit pris le premier lieu $ay = xx$, ou ſon quarré

$aayy = x^4$ qui eſt à la parabole quarré-quarrée.

Et ayant ſubſtitué la valeur de x^4 dans la propoſée, on aura le ſecond lieu $yy - 5ay + 4aa = 0$.

Et réduiſant ce lieu en prenant $y - \frac{5}{2}a = z$, on aura $zz = \frac{9}{4}aa$ qui eſt un lieu aux hyperboles infinies, c'eſt à dire aux hyperboles dont $\frac{3}{2}a$ eſt le demi-axe & ſon parametre infini.

Pour la conſtruction ſoit la parabole *ABDEF* ſur l'axe *AG* & dont le parametre eſt $= a$. FIG. XX.

Pour le lieu aux hyperboles oppoſées infinies, on a par la réduction $y - \frac{5}{2}a = z$. On prendra donc ſur l'axe *AG* la partie $AO = \frac{5}{2}a$, & le point *O* ſera l'origine ou le centre de ces hyperboles lineaires dont le demi-axe $= \frac{3}{2}a$; c'eſt-pourquoi on prendra *OG* & *OK* chacune égale à $\frac{3}{2}a$, leſquelles ſeront $= z$, ſçavoir $OG = + z$ & $OK = - z$; & enfin par les points *G* & *K*, on tirera les hyperboles ou lignes droites *IGH* & *DKB*, qui rencontrant la parabole aux points *HIBD* donneront les quatre racines de cette équation, ſçavoir *GH*, *GI* chacune $= x$ une vraye & une fauſſe & égales entr'elles, & les deux autres *KB*, *KD* auſſi chacune $= x$ une vraye & une fauſſe & égales entr'elles, qui ſeront les quatre racines de l'équation propoſée.

Il eſt facile à voir par les grandeurs de *AO*, *OG* & *OK* que $GH = 2a$ & $KB = a$.

On remarquera que ſi l'on s'étoit contenté de décrire ſeulement le lieu à la ligne droite *IGH* tel qu'il paroiſſoit par $z = \frac{3}{2}a$ racine de $zz = \frac{9}{4}aa$, on n'auroit eu que deux des quatre racines de cette équation, d'où l'on auroit pû dire que la regle étoit défectueuſe.



ABRÉGÉ
DE CATOPTRIQUE.

PAR M. CARRÉ.

1709.

IL y a ſept ou huit ans que je compoſai des Abregez de Catoptrique & de Dioptrique démontrez par l'Algebre, en n'employant qu'une ſeule Formule generale, de laquelle je tirois par Corollaires le plus grand nombre des propoſitions démontrées d'une maniere fort longue par les differens Auteurs qui en ont traité. Ce fut le ſçavant M. Halley qui m'en donna l'idée par la lecture d'un Memoire qui ſe trouve dans le Suplément des Journaux des Sçavans de Leipſic en 1696, & qui renferme toute la doctrine des Foyers dans les verres ſphériques. Ainſi ce que j'avois fait n'étoit que pour moi & pour quelques Amis à qui j'en avois donné copie, quoiqu'on me conſeillât d'en faire un autre uſage. M. Guiſnée donna dans les Memoires de l'Academie de l'année 1704 une Methode génerale pour déterminer les foyers de toutes ſortes de verres de quelque courbure qu'ils fuſſent, qui a été fort bien reçûë: ce qui me fit penſer à donner auſſi ce que j'avois fait ſur la Catoptrique. Mais une maladie de prés de quatre années, & dont je ne ſçai pas ſi je pourrai me rétablir, m'en a empêché; enſorte que je ne penſois plus à mon Memoire. Parcourant il y a quelque tems les Journaux de Leipſic de ces dernieres années, j'ai trouvé dans le Volume de 1707 une Methode pour déterminer les foyers des Miroirs ſphériques compoſée par un autre ſçavant Anglois nommé M. Ditton, & qui ſuit préciſément les mêmes idées que M. Halley; c'eſt à dire qu'il poſe ce principe, que dans les petits angles les côtez ſont en même raiſon que les angles auſquels ils ſont oppoſez. Comme mon principe eſt un peu different & beaucoup

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 5

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

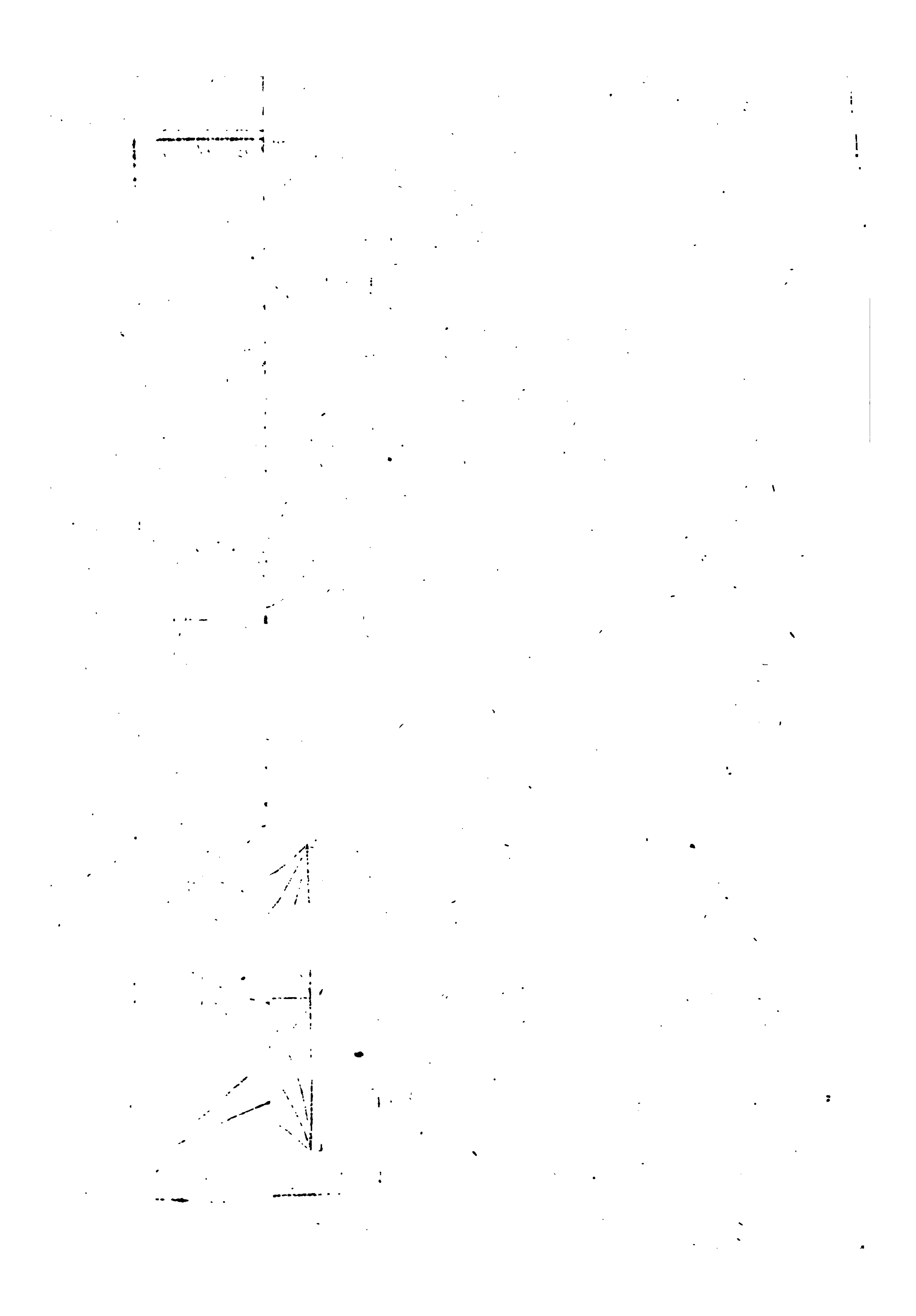


Fig. 13.

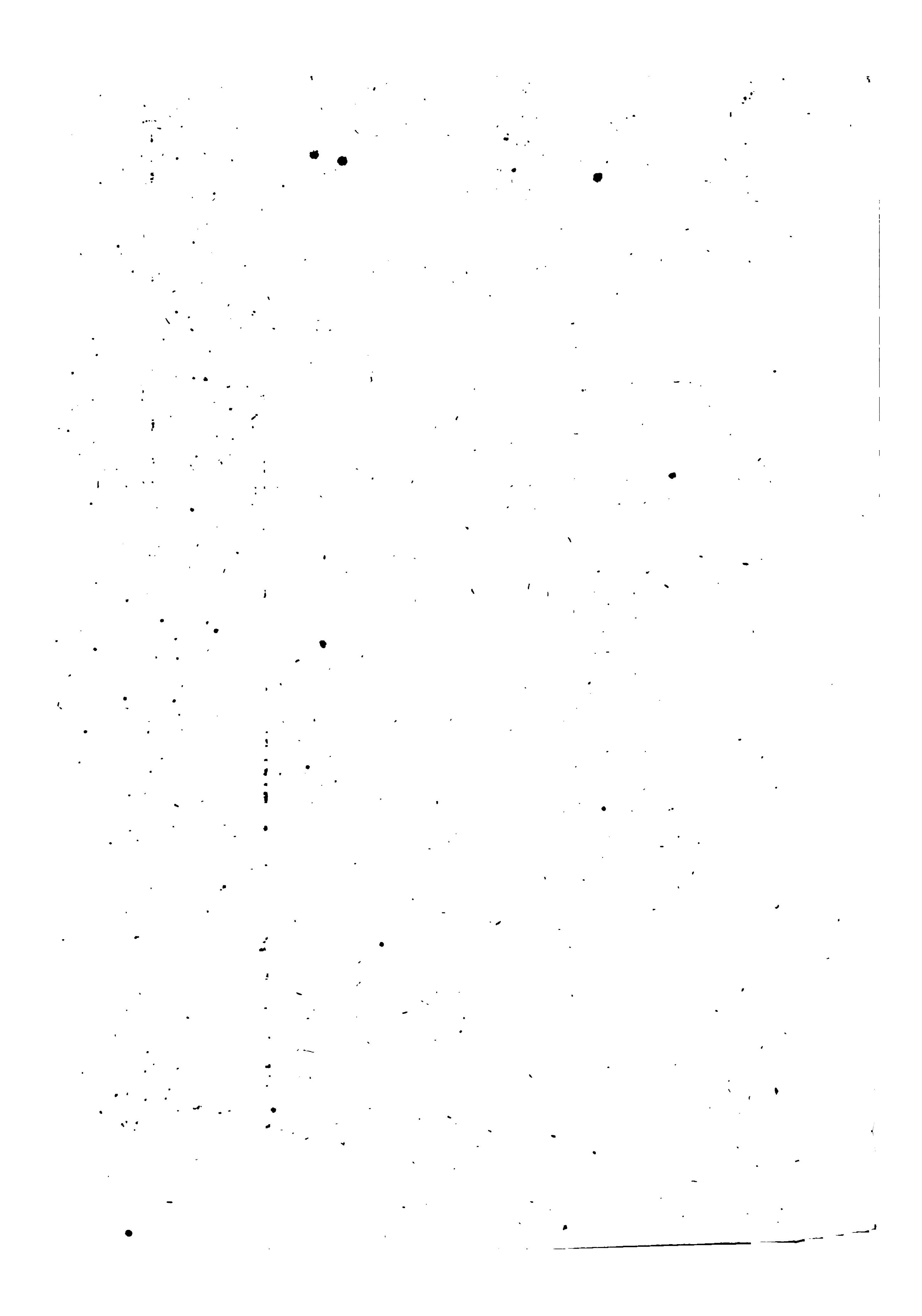
Fig. 14

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 19.

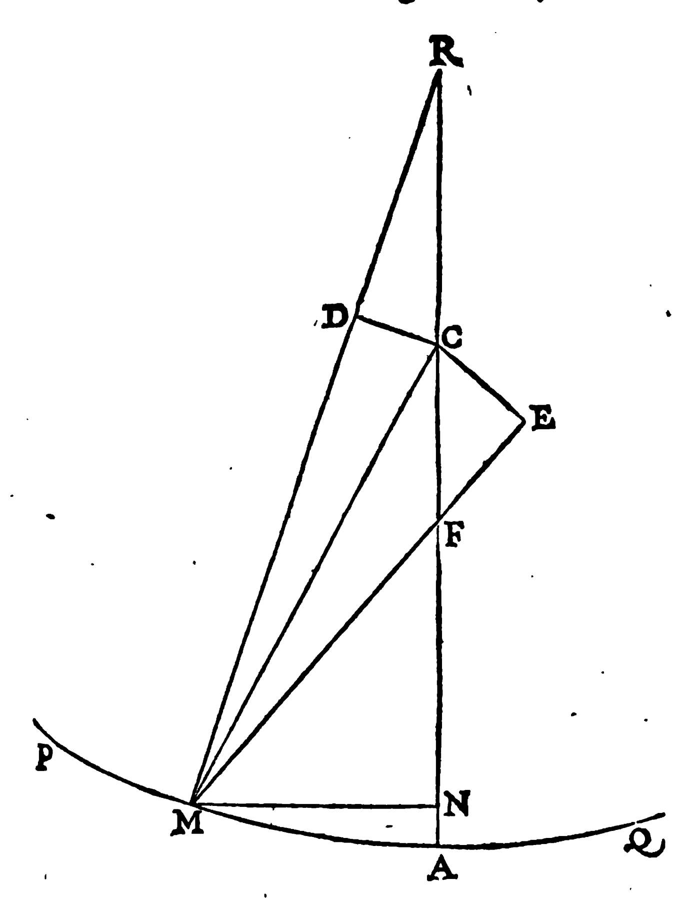
Fig. 20.



plus ſimple que le ſien, & que je tire d'autres conſéquences, je me ſuis déterminé à donner ce que j'ai fait : l'Academie en fera tel uſage qu'il lui plaira.

PROBLEME GENERAL.

Un Miroir concave d'une courbure quelconque étant donné avec un point ou un objet *rayonnant* dans l'axe de ce miroir, trouver le point où les rayons réflechis ſe réüniſſent, & où ſe doit former l'image de l'objet.



Soit une portion de Miroir concave *PQ* d'une courbure quelconque, que *RA* repreſente l'axe de ce miroir, & que *R* pris dans cet axe ſoit le point ou l'objet rayon-

nant, d'où partent une infinité de rayons lumineux qui tombent ſur la ſurface *PQ*; Que *RM* ſoit un de ces rayons incidens pris infiniment proche de *RA*: L'on demande le point *F* où le rayon reflechi *MF* ira couper l'axe *RA* de ce miroir.

Soit menée du point *M* la ligne *MC*, perpendiculaire à la Courbe *PQ*, qui ſera le rayon de la developée, & qui coupera l'axe en un point *C*; il eſt clair que cette ligne diviſera l'angle *RMF* formé par les rayons incident & reflechi en deux parties égales, à cauſe de l'égalité des angles d'incidence & de reflexion. Soient encore menées du point *C* les perpendiculaires *CD* ſur *RM*, & *CE* ſur *MF* prolongée, ces lignes ſeront égales, puiſqu'elles peuvent être priſes pour les ſinus des angles d'incidence & de reflexion, dont *RM* ſoit le ſinus total. Soit enfin *MN* perpendiculaire ſur l'axe *RA*.

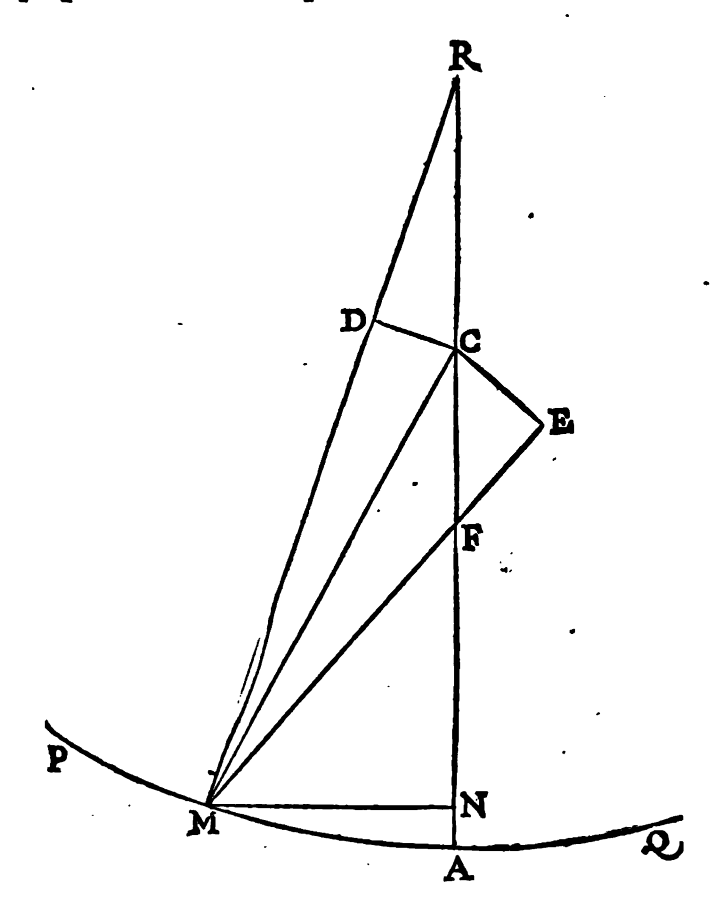
Ces choſes étant ainſi poſées: Soit *RM* ou *RA* ou *RN* $= y$: (ces lignes peuvent être priſes pour égales à cauſe que l'on ſuppoſe que l'arc *AM* eſt infiniment petit) *CM* ou $CA = a$; donc $RC = y - a$; *CD* ou $CE = s$; *FM* ou *FA* ou $FN = x$; donc $CF = a - x$.

Pour trouver maintenant la valeur de la ſeule inconnuë x, l'on conſiderera que les triangles *RNM* & *RDC* ſont ſemblables: ainſi l'on aura cette analogie $RC\,(y-a) . CD\,(s) :: RM\,(y) . MN = \frac{sy}{y-a}$. De même à cauſe des triangles ſemblables *MNF*, *CEF*, l'on aura $MN\left(\frac{sy}{y-a}\right) . FM\,(x) :: CE\,(s) . CF = \frac{xy-ax}{y} = a$; d'où l'on tire $x\,(FA) = \frac{ay}{2y-a}$, qui eſt préciſément la même valeur trouvée dans l'*Analyſe des infiniment petits*, *ſect.* 6, *art.* 113; & c'eſt dans ce point où ſe doit former l'image de l'objet rayonnant: *Ce qu'il falloit trouver.*

Il eſt évident que ſi la Courbe *PMQ* devient circulaire, la ligne *CM* ou *CA* en ſera le rayon, puiſque la developée du cercle ſe réunit en un point qui eſt le centre.

L'on

L'on peut trouver cette formule d'une maniere encore plus ſimple, en conſiderant que le triangle *RMF* ayant l'angle *M* diviſé en deux parties égales par la ligne *MC*, on aura cette proportion, *RM* ou *RA* (y). *MF* ou *FA* (x) :: *RC*. ($y-a$). *CF* ($a-x$). D'où l'on tirera cette concluſion que dans les Miroirs ſphériques les points *R*, *C*, *F*, *A*; c'eſt à dire, que le point rayonnant, le centre, le foyer & le ſommet d'un miroir ſont ſituez de maniere, que les parties de ſon axe *RA*, *CA*, *FA* ſont entr'elles en proportion harmonique.



Comme l'on n'employe guéres dans les Miroirs dont on ſe ſert, que la figure plane ou ſphérique, l'on va dé-

duire de la formule $\frac{ay}{2y-a}$ que l'on vient de trouver, & que l'on nommera f dans la suite, d'une maniere trés simple la plûpart des propositions que les Auteurs ont démontrées dans leurs Traitez de Catoptrique. Et l'on en pourra encore tirer beaucoup d'autres dont ils n'ont point parlé: ce qui marque la grande utilité & la fecondité des formules, qui découvrent avec tant de facilité un trés grand nombre de veritez d'usage, que l'on ne pourroit démontrer d'une autre maniere que par de longs raisonnemens, qui sont souvent propres à rebuter les Lecteurs, au lieu de les fixer & de les éclairer.

DES MIROIRS CONCAVES.

Si $y = \infty$; alors $f = \frac{ay}{2y-a} = \frac{1}{2}a$: c'est à dire que si les rayons lumineux partent d'une distance infinie, les rayons réflechis se réünissent au quart de l'axe du miroir. Donc les rayons qui tombent paralleles sur la surface d'un miroir concave, se réunissent aprés la réflexion au quart de l'axe de la sphere dont le miroir est une portion; & c'est ce point qu'on nomme le vrai foyer du miroir, parce que c'est en cet endroit où concourt un plus grand nombre de rayons, & que les corps qui y sont placez, sont échauffez ou enflammez.

Il seroit facile de faire voir ici, 1°. Qu'il est inutile qu'un Miroir ardent sphérique contienne une étenduë de plus de 30 degrez, parce que tous les rayons qui tomberoient au-delà ne serviroient à rien. 2°. Que le foyer de ces miroirs, bien loin d'être un point, est un petit espace circulaire dont le diametre est égal à la corde d'un arc de 15 minutes du grand cercle de la sphére dont le miroir est une portion. D'où l'on pourroit tirer cette conclusion, que l'on ne peut faire un miroir qui brûle à une distance quelconque comme quelques-uns l'ont crû, fondez sur ce faux principe, que les rayons du Soleil étant toûjours physiquement paralleles, se réunissent par le moyen des miroirs sphériques dans un point physique:

mais au contraire ce foyer a d'autant plus d'étenduë que le miroir eſt portion d'une plus grande ſphére; en ſorte qu'il pourroit être portion d'une ſphére telle que ſon foyer ſeroit preſque auſſi grand que le miroir, comme il eſt facile d'en faire le calcul: d'où l'on voit que les rayons réflechis n'étant pas plus réunis que leurs incidens, ne pourroient produire aucun effet ſenſible.

3°. Que ſi l'on circonſcrit au cercle *PMQ* une parabole qui ait pour parametre le diametre de ce cercle, & qu'elle le touche par ſon ſommet, & que l'on conçoive deux miroirs l'un parabolique & l'autre ſphérique formez par le moyen de ces deux courbes; il eſt évident, dis-je, qu'ils auront un même foyer, & qu'ainſi ils feroient à peu prés le même effet: car les rayons qui tomberont paralleles ſur ces deux ſurfaces ſe réuniront les uns au quart du parametre, comme on le démontre dans les Sections Coniques, & les autres au quart du diametre, comme on le vient de voir. Et cette parabole eſt la plus petite de toutes celles qui peuvent être circonſcrites au cercle.

II. Si $y=a$ qui exprime le rayon de la ſphére dont le miroir eſt une portion; l'on aura auſſi $f=a$: c'eſt à dire, que ſi le point rayonnant eſt au centre du miroir, l'image s'y formera auſſi; ce qui eſt évident puiſque dans ce cas les rayons incidens ſont perpendiculaires à la ſurface du miroir. D'où l'on peut conclure, 1°. Que dans quelque endroit que l'on ſe place pour ſe regarder dans un miroir concave, on ne peut ſe voir que dans une ligne qui paſſe par le centre de ce miroir, & qui en eſt un des diametres: car on ne ſe peut voir que par des rayons qui ſe réflechiſſent ſur eux-mêmes. Donc ſi un œil eſt placé au centre du miroir, il doit ſe voir dans tout le miroir, mais tout eſt confus à cauſe du concours des rayons. 2°. Que ſi un objet eſt placé au centre du miroir, & que l'œil du ſpectateur ſoit hors du miroir, il ne pourra jamais voir l'objet, parce qu'il ne ſera plus expoſé à l'action des rayons réflechis.

III. Si $y > a$ comme on l'a ſuppoſé d'abord, donc $f < a$, mais $> \frac{1}{2}a$: c'eſt à dire que ſi la diſtance du point rayonnant eſt plus grande que le demi-axe du miroir, la diſtance de l'image au miroir ſera toûjours plus grande que le quart de cet axe; ou ce qui eſt la même choſe, ſi le point rayonnant eſt au-delà du centre, les rayons réflechis ſe reüniront entre le centre & le vrai foyer. D'où l'on peut conclure, 1°. Que plus un objet s'éloignera, plus ſon image approchera du foyer; mais qu'elle n'y arrivera jamais, parce que les rayons qui partent de cet objet ne ſeront jamais paralleles, ce qui eſt neceſſaire afin que leur réünion ſe faſſe au foyer.

2°. Que plus l'objet s'éloignera du miroir, plus au contraire ſon image s'en approchera; & ſi l'objet s'en approche, l'image s'en éloignera, & allant pour ainſi dire comme au-devant de l'objet, ils ſe réüniront au centre. Et cette image paroîtra comme ſuſpenduë en l'air entre l'objet & le miroir.

3°. Que ſi l'œil du ſpectateur eſt plus éloigné du miroir que l'image, l'objet paroîtra renverſé, c'eſt à dire que ce qui eſt en haut paroîtra en bas, & ce qui eſt à droite paroîtra à gauche, parce que les rayons réflechis ſe ſeront croiſez avant que d'entrer dans l'œil.

4°. Que ſi l'œil eſt placé entre le foyer & le miroir, il verra cet objet dans ſa ſituation naturelle.

5°. Comme les rayons qui partent d'un point de l'axe pris au-deſſus du centre ſont toûjours convergens en ſe réflechiſſant; il eſt clair que l'on peut par le moïen d'un miroir concave corriger le défaut de ceux qui ne peuvent voir que de loin, & qu'on nomme *Presbytes*: car les rayons réflechis entreront dans l'œil de la même maniere que s'ils partoient d'un objet fort éloigné, ce qui eſt neceſſaire afin que ces ſortes de vuës apperçoivent diſtinctement les objets: à quoi l'on peut ajoûter qu'ils renvoïent une plus grande quantité de rayons dans l'œil. Ainſi l'on peut dire que ces miroirs font le même effet par réflexion que les verres convexes par réfraction. D'où

l'on voit encore que plus le miroir concave eſt portion d'une petite ſphere plus les rayons réflechis ſeront convergens, & par conſequent que ces rayons ſe réüniront plûtôt dans l'œil.

IV. Si $y < a$, donc f ſera toûjours $> a$: c'eſt à dire que ſi le point rayonnant eſt ſitué entre le centre & le foyer, les rayons réflechis iront toûjours rencontrer l'axe au-delà du centre : & reciproquement les rayons réflechis concourans au-delà du centre, le point rayonnant ſera toûjours entre le centre & le foyer.

D'où l'on peut conclure, 1°. Que ſi l'on place un objet entre le miroir & ſon centre, plus il ſera proche du centre plus il paroîtra grand : car à cauſe de la divergence des rayons, il ſera vû ſous un plus grand angle.

2°. Qu'il ſera vû dans ſa ſituation naturelle : car ce qui eſt à droite paroîtra à gauche dans le miroir, & ce qui eſt à gauche paroîtra à droite.

3°. L'on peut encore conclure de ce que l'on vient de dire, que ſi l'on décrit une Ellipſe qui ait pour foyer les points R & F & pour parametres une ligne égale à l'axe du miroir $= 2\,CA$, & qu'on en forme un miroir concave, il fera phyſiquement le même effet que le miroir ſpherique formé par le cercle qui la toucheroit à ſon ſommet A : car l'on démontre dans les Sections Coniques que les rayons qui partent d'un des foyers d'une Ellipſe, ſe réüniſſent à l'autre foyer aprés la réflexion. Et il ſeroit facile de prouver que ce cercle eſt le plus grand de tous ceux qui peuvent être inſcrits dans cette *Ellipſe*.

V. Il eſt encore évident que la valeur de F ſera poſitive, negative ou infinie ſelon que la quantité $2y$ ſera plus grande, plus petite, ou égale à a. Car 1°, ſi $y > \frac{1}{2}a$, la grandeur $f = \frac{ay}{2y - a}$ ſera poſitive ; d'où l'on doit conclure que le point rayonnant & le foyer ſeront vers un même côté du miroir, comme on l'a ſuppoſé en faiſant le calcul.

D'où l'on voit que si l'on place un objet entre le centre & le foyer du miroir, & que les yeux du spectateur soient placez plus proche du miroir que n'est le point de concours des rayons réflechis, cet objet doit paroître confus: car dans ce cas les rayons réflechis se réünissent dans un point de l'axe qui est au-delà du centre: or les yeux étant placez avant le concours de ces rayons, les recevront comme s'ils venoient de differens points; donc ils ne se réüniront pas exactement sur la retine, donc la vision sera confuse.

Mais si l'œil du spectateur est placé au-delà du centre, il est clair qu'il verra cet objet renversé, parce que les rayons réflechis s'étant croisez avant que d'entrer dans l'œil, ce qui est à droite a passé à gauche, & ce qui est à gauche a passé à droite.

Comme l'image d'un objet placé entre le foyer & le centre paroît au-devant du miroir plus éloignée que le centre, il est facile de rendre la raison de cet effet qui paroît surprenant: c'est que si l'on présente vers le foyer d'un miroir concave la pointe d'une épée nuë, elle paroît revenir par un mouvement contraire, en sorte que ceux qui ne connoissent pas cet effet, mettent la main au-devant de leur visage, de crainte qu'elle ne les aille frapper.

2°. Si $y < \frac{1}{2}a$; c'est-à-dire que si le point rayonnant est plus proche du miroir que le quart de l'axe, ou ce qui revient au même, s'il est placé entre le miroir & son foyer, l'image de ce point sera située dans l'axe de ce miroir, mais prolongé au-delà du sommet du miroir, parce qu'alors la valeur de f étant négative, le concours des rayons réflechis se fait au-delà du miroir: Donc ces rayons seront toûjours divergens; & ainsi plus un œil sera proche du miroir, plus ces rayons se réüniront loin du crystallin. D'où l'on voit que plus un objet sera proche du foyer du miroir, plus son image en doit paroître éloignée. Car les rayons réflechis étant moins divergens, leur réünion ou l'image de l'objet doit se faire plus loin du miroir.

Il est encore évident, que si l'image d'un objet paroît

au-delà du miroir, sa distance du miroir est toûjours plus grande que celle de l'objet rayonnant. Mais il est facile de voir que si l'objet s'éloigne du miroir, l'image s'en éloignera aussi; & qu'au contraire l'objet s'en approchant, l'image s'en approchera: car dans ce cas les rayons réflechis sont plus divergens, donc leur réünion se fera plûtôt au fond des yeux, au lieu que dans le premier cas ils sont moins divergens. Mais l'image de cet objet paroîtra toûjours dans sa situation naturelle.

Il est encore facile de connoître, que si un objet est placé hors la concavité d'un miroir, & qu'il soit plus éloigné de l'axe de ce miroir que l'œil du spectateur, il ne pourra pas voir cet objet.

3°. Enfin si $2y = a$ ou $y = \frac{1}{2}a$; donc $f = \infty$; c'est à dire que si un objet est placé au quart de l'axe du miroir, les rayons réflechis seront paralleles à cet axe; donc l'image de cet objet devroit paroître à une distance infinie. D'où l'on voit que si l'on met la flamme d'une chandelle au foyer d'un miroir spherique, ou parabolique, le miroir paroîtra comme en feu, & il réflechira assez de lumiere pour lire à une trés grande distance. Le P. Taquet dit qu'il a lû par ce moïen à une distance de quatre cent pieds.

DES MIROIRS PLANS.

VI. Si dans la formule $f = \frac{ay}{2y-a}$, l'on suppose $a = \infty$; il est visible que le miroir deviendra plan au lieu de concave qu'on l'a supposé: l'on aura donc $f = -y$; ce qui fait connoître que les rayons réflechis sont toûjours divergens, & que l'image doit paroître autant au-delà du miroir, que l'objet est éloigné de sa surface: car l'œil du spectateur est affecté de la même maniere que si l'objet étoit placé au-delà du miroir dans le point de réunion des rayons réflechis prolongez; donc son image y doit paroître.

D'où l'on peut conclure 1°. Que l'image de chaque point d'un objet doit paroître dans le concours du rayon

réflechi qui passe par le centre de l'œil & de la perpendiculaire menée de ce point rayonnant sur la surface du miroir.

2°. Que la distance de l'image à l'œil est égale au rayon incident plus le rayon réflechi. Donc si l'on voïoit un objet par la réflexion de plusieurs miroirs plans, la distance de son image à l'œil seroit égale à la somme des rayons incidens & des rayons réflechis.

3°. Que dans un miroir placé horisontalement, les objets verticaux y doivent paroître dans une situation renversée. Mais que les objets paralleles à la surface du miroir doivent aussi paroître au dedans paralleles, & que leurs images ne sont pas semblablement posées, quoique les objets paroissent dans leur situation naturelle.

4°. Que si les objets sont inclinez, leurs images doivent aussi paroître inclinées dans ces miroirs : ce qui peut servir à rendre raison pourquoi présentant au plancher d'une chambre un miroir incliné, ce plancher paroît s'incliner de l'autre côté.

5°. Que si un miroir plan fait avec l'horison un angle de 45 degrez, les objets horisontaux paroîtront verticaux, & au contraire les verticaux paroîtront horisontaux.

6°. Que si l'on joint deux miroirs plans faisant un angle quelconque, l'on ne pourra pas voir un même objet par le moyen de ces deux miroirs, si l'œil est tourné du côté de la convexité de l'angle : Mais s'il est tourné du côté de sa concavité, on le pourra voir plusieurs fois, si ces miroirs font un angle aigu. Que si l'on veut multiplier cet objet une infinité de fois, il faut que ces miroirs plans soient paralleles entr'eux.

7°. Il seroit facile de prouver que si l'inclinaison d'un miroir varie d'un degré, le rayon réflechi du rayon incident, se changera de deux degrez : ce qui pourroit servir à rendre raison pourquoi les rayons du soleil réflechis par l'eau d'une riviere qui coule même fort lentement, sont fort agitez, ensorte qu'un petit mouvement de l'eau les

les porte dans une étenduë ſurprenante. D'où l'on peut conclure que ſi l'on tourne un miroir circulairement, on fera auſſi mouvoir l'image de l'objet circulairement, ce qui fera paroître l'objet ſe mouvoir une fois plus vîte.

DES MIROIRS CONVEXES.

VII. Si l'on conçoit que le point rayonnant tombe de l'autre côté du point *R* par rapport au point *A*, ou ce qui revient au même, ſi la Courbe *PMQ* eſt convexe vers le point lumineux, alors *y* deviendra negative de poſitive qu'elle étoit dans la formule. Ainſi *FA* ou $f = \frac{-ay}{-2y-a} = \frac{ay}{2y+a}$: & comme cette valeur eſt toûjours poſitive, il eſt clair que les rayons réflechis infiniment proches ſeront toûjours divergens; c'eſt à dire que le foyer convexe, ou le point de reünion des rayons réflechis ſera toûjours au de là de ce miroir. D'où l'on voit que ces miroirs ſont encore moins propres à échauffer ou brûler que les miroirs plans.

L'on trouveroit encore la même valeur de *f* en changeant dans les miroirs ſphériques le ſigne de la grandeur *a*; ce qui eſt clair, puiſque le centre de ces miroirs eſt toûjours du côté oppoſé au point rayonnant.

Comme l'on ne peut voir par le moyen de deux miroirs plans faiſant un angle quelconque, le même objet repeté lorſque l'œil eſt tourné du côté de la convexité de l'angle, il eſt évident qu'un miroir convexe que l'on peut regarder comme compoſé d'une infinité de petits miroirs plans, ne ſçauroit non plus multiplier les objets: car du même point d'un miroir convexe, il ne peut venir dans l'œil que les rayons qui partent du point d'un objet qui lui répond: & c'eſt pour cette raiſon que l'on voit toûjours un point plus éclairé que les autres.

Il eſt viſible à cauſe de la divergence des rayons reflechis, que l'on peut ſe ſervir de ces miroirs pour corriger le défaut de ceux qui ont la vûë courte, & qu'on nomme *Myopes*: car ces rayons entrent dans l'œil ſous

un plus grand angle; & de la même maniere que si l'objet étoit plus proche; ce qui est necessaire pour ces sortes de vûës, puisqu'à cause de la trop grande convexité du crystallin, les rayons se réünissent avant que d'arriver à la retine, ce qui rend la vision confuse. Ainsi l'on peut dire qu'à l'égard de ceux qui ont la vûë courte, ces miroirs produisent le même effet que les verres concaves.

D'où l'on peut conclure 1°. Que plus un miroir convexe sera proche de l'œil, plus les rayons réflechis qui partent d'un même point d'un objet se réüniront au-delà du crystallin. 2°. Que plus une vûë sera courte, plus le miroir doit être convexe, c'est à dire portion d'une plus petite sphére: car les rayons réflechis sont d'autant plus divergens que le miroir est convexe.

L'on peut encore conclure de ce que le foyer du point rayonnant *R* se trouve du côté opposé à cause de la divergence des rayons, que si l'on décrit deux hyperboles opposées, dont l'une ait pour foyer le point *R* & l'autre le point *F* & pour parametre une ligne double de *CA*; ou égale à l'axe de la sphére dont le miroir est une portion, celle qui a pour foyer le point *F* formant un miroir convexe, il sera physiquement le même effet que le miroir sphérique formé par le cercle qui a pour rayon *CA*: car c'est la proprieté des foyers de ces hyperboles, comme on le démontre dans les Sections Coniques. Et il seroit facile de faire voir que le cercle qui touche cette hyperbole à son sommet *A*, est le plus grand de tous ceux qui y peuvent être inscrits.

VIII. Comme la valeur de f est toûjours positive puisque tous ses termes sont affectez des mêmes signes; il est évident quelque grande que soit la distance de l'objet au miroir, l'image n'en paroîtra jamais plus éloignée que le quart de l'axe: Car si l'on suppose que $y = \infty$; l'on aura encore $f = \frac{1}{4} a$; c'est à dire que dans le cas que l'objet fût à une distance infinie du miroir, son image paroîtroit précisément à la distance du quart du diametre de la sphére dont le miroir est portion. Ce seroit la même

chose si les rayons tomboient paralleles sur la surface du miroir. D'où l'on peut tirer les conclusions suivantes.

1°. Que si l'objet s'approche du miroir, l'image s'en approchera aussi : au contraire que l'objet s'en éloignant, son image s'en éloignera.

2°. Que la distance de l'objet au miroir est toûjours plus grande que celle de l'image au même miroir, & qu'ainsi on pourra quelquefois voir l'image d'un objet presque dans la surface du miroir.

3°. Que la distance de l'image au centre du miroir est toûjours plus petite que le rayon.

4°. Que cette même distance de l'image au centre est encore plus grande que sa distance au miroir.

5°. Les images paroissent toûjours plus petites que leurs objets : car à cause de la divergence des rayons, ces miroirs les font paroître sous un plus petit angle que les miroirs plans, qui font voir les objets dans leur grandeur naturelle : D'où l'on voit que plus un miroir sera portion d'une petite sphére, plus un objet paroîtra petit.

6°. Si l'on approche l'objet du miroir, l'œil du spectateur demeurant immobile, son image paroîtra plus grande, parce que l'angle deviendra plus grand. Il en est de même si l'œil s'approche du miroir, & que l'objet demeure immobile ; car son image paroîtra & plus grande & plus proche du miroir.

7°. L'image d'un point pris sur la perpendiculaire au miroir & qui en est prés, paroît plus éloignée du centre, que celle d'un autre point quoique plus éloigné du miroir. D'où il suit que les objets qui sont perpendiculaires à la surface des miroirs convexes doivent paroître renversez.

IX. Comme la formule renferme trois grandeurs, la distance de l'objet lumineux au miroir, celle du centre & celle du foyer ; il est évident que deux quelconques de ces grandeurs étant données, on trouvera toûjours la 3ᵉ : Ainsi supposant que la distance du centre & celle du foyer soient connuës, l'on connoîtra celle du point lumineux ;

Ou, la diſtance du point lumineux & celle du foyer étant données, l'on trouvera celle du centre ou le rayon de la ſphére dont le miroir eſt une portion. Ces choſes ſont trop faciles pour qu'on s'y arrête davantage.

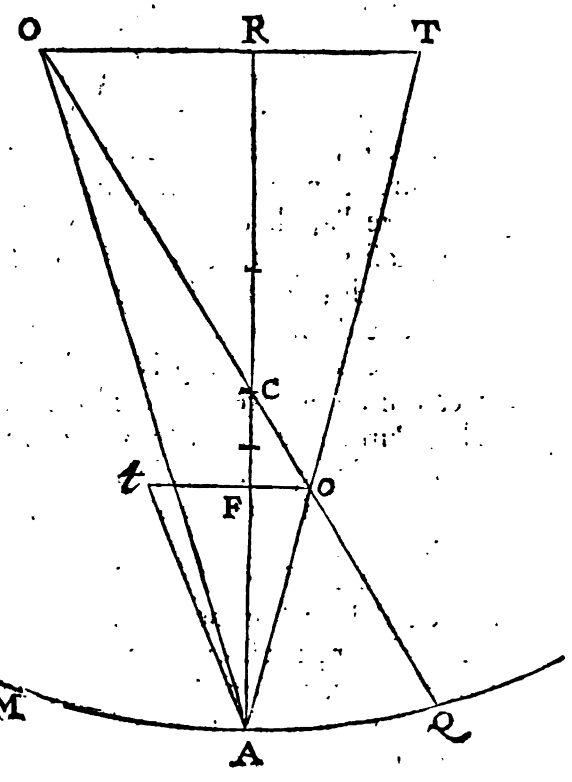
REMARQUE.

Il eſt facile maintenant en ſe ſervant des mêmes principes, de reſoudre un Problême de Catoptrique qui ſe trouve dans quelques Auteurs. Mais il eſt bon auparavant de démontrer ce Lemme.

LEMME.

Les lignes menées du ſommet d'un miroir convexe ou concave aux extremitez d'un objet & de ſon image, forment des angles égaux.

Soit un objet OT, & ſon image ot, ſoient menées du ſommet A les lignes AO, AT, At, Ao; il faut prouver que l'angle $OAT = tAo$.



Il eſt évident 1°. Que l'axe RA du miroir eſt perpendiculaire ſur l'objet & ſur l'image. 2°. Que ſi par les points O, o, l'on méne la ligne Oo prolongée en Q, elle paſſera par le centre C. Or,

par le Problême géneral, $xy - ax = ay - yx$; donc $y . x :: y - a . a - x$, c'eſt à dire, que $RA . FA :: RC . CF$; mais à cauſe des triangles ſemblables CRO, CFo, $RC . CF :: RO . Fo$; donc $RA . FA :: RO . Fo$; Ainſi à cauſe que les angles en R & en F ſont droits, les angles RAO & FAO ſont égaux; donc &c.

COROLLAIRE.

D'où l'on peut conclure 1°. Que la grandeur de l'objet & de ſon image ſont entr'elles comme leurs diſtances du ſommet du miroir, ſi on les conſidere comme des lignes; & que ſi on les conſidere comme des ſurfaces, leurs grandeurs ſeront comme les quarrez de ces diſtances. 2°. Que l'objet &. ſon image ſont coupés dans le même rapport par la ligne menée du ſommet du miroir par le centre.

PROBLEME.

Un objet étant donné avec un miroir, trouver à quelle diſtance de ce miroir on le doit placer, afin que ſa grandeur ſoit à celle de ſon image en telle raiſon que l'on voudra.

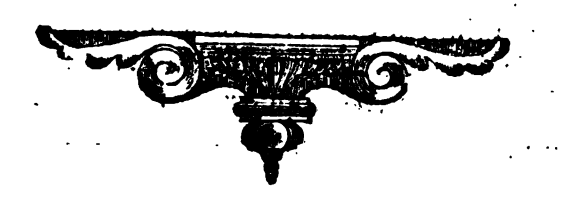
Soit nommé l'objet O; ſon image I; la diſtance de l'objet au miroir y; & celle de l'image au miroir f; & que la grandeur de l'objet ſoit à celle de ſon image dans la raiſon de m à n. Or par le Lemme la grandeur de l'objet eſt à celle de ſon image (en les regardant comme des ſurfaces) en raiſon des quarrez de leurs diſtances au ſommet du miroir: l'on aura donc $O . I :: yy . ff$; mais par *l'hypothêſe* $O . I :: m . n$; donc $yy . ff :: m . n$. Et parce que l'on a trouvé $f = \frac{ay}{2y - a}$; donc $yy . \frac{aayy}{4yy - 4ay + aa} :: m . n$; d'où l'on tire cette égalité du ſecond degré $yy - ay = \frac{maa - naa}{4n}$; donc $y = \frac{1}{2} a + \frac{a}{2} \sqrt{\frac{m}{n}}$. ou $y = \frac{a\sqrt{m} + a\sqrt{n}}{2\sqrt{n}}$: & mettant cette valeur dans celle de ff, l'on aura $\frac{aayy}{4yy - 4ay + aa} = \frac{\overline{m + n + \sqrt{mn}} \times aa}{4m}$; mais $yy = \frac{\overline{m + n + 2\sqrt{mn}} \times aa}{4n}$; l'on aura donc

enfin $yy.ff::\frac{\overline{m+n+2\sqrt{mn}}\times aa}{4n}.\frac{\overline{m+n+2\sqrt{mn}}\times aa}{4m}::m.n.$ C'eſt à dire que ſi l'objet eſt placé à la diſtance de $\frac{a\sqrt{m}+a\sqrt{n}}{2\sqrt{n}}$; ſon image paroîtra à la diſtance de $\frac{a\sqrt{m}+a\sqrt{n}}{2\sqrt{m}}$; & alors le rapport de leurs grandeurs ſera dans la raiſon de m à n que l'on demande.

Que ſi l'objet & ſon image ſont regardez comme des lignes ; alors leurs grandeurs ſeront proportionnelles à leurs diſtances du ſommet du miroir ; ainſi l'on aura $O.I::y.f::m.n$; d'où l'on tire $f=\frac{ay}{2y-a}=\frac{\overline{m+n}\times a}{2m}$, & $y=\frac{\overline{m+n}\times a}{2n}$. Si donc l'on place l'objet à la diſtance de $\frac{\overline{m+n}\times a}{2n}$, ſon image paroîtra à celle de $\frac{\overline{m+n}\times a}{2m}$; donc leurs grandeurs ſeront dans la raiſon donnée de m à n. *Ce qu'il falloit trouver.*

Il eſt évident que ſi l'on donnoit la diſtance de l'objet & de l'image au miroir, l'on auroit auſſi le rapport de la grandeur de l'image à celle de l'objet.

Il ſera encore facile lorſque l'image d'un objet ſera formée par la réflexion de pluſieurs miroirs, de trouver le rapport de la grandeur de l'objet à ſa derniere image.



DES MOUVEMENS

Primitivement retardés en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entiere extinction dans le vuide, faits dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses effectives du mobile.

PAR M. VARIGNON.

1709. 18. Dec.

ON a vû dans les Mem. des 15. Juin, & 17. Août derniers (voyez les Mem. de 1709. c'est d'eux que seront prises les pages qu'on va citer.) ce que des Mouvemens primitivement accelerés, depuis zero ou non, en raison des tems écoulés, ainsi qu'on les suppose d'ordinaire avec Galilée, deviendroient dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses actuelles ou restantes du mobile : voici presentement ce qui devroit aussi arriver dans ces milieux à des mouvemens primitivement retardés en raison des tems à écouler jusqu'à leur entiere extinction s'ils ne trouvoient aucune résistance de la part du milieu, ainsi qu'on le pense encore d'ordinaire avec Galilée touchant les corps jettés de bas en haut dans le vuide.

PROBLÊME.

FIG. I.

La construction générale du Lem. 1. *pag.* 194. *de* 1709. *étant ici supposée, trouver les Courbes* ARC *des résistances totales ou des vitesses perduës*, HUC *des vitesses restantes, &c. Dans l'hypothèse* 1°. *des résistances instantanées en raison des quarrés des vitesses restantes*; & 2°. *des vitesses primitives retardées en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entiere extinction, si le milieu ne leur faisoit aucune résistance.*

SOLUTION.

I. Soient encore ici les mêmes noms que dans l'art. 3.

du Lem. 1. pag. 195. de 1709. ſçavoir $AF = a$, la viteſſe initiale; $TV = v$, ce qu'il en reſteroit dans un milieu ſans réſiſtance à la fin du tems $AT = t$; $AC = a$, ce qu'elle emploïeroit de tems en tout juſqu'à ſon entiere extinction dans ce milieu; $TR = r$, les réſiſtances totales, ou les viteſſes perduës pendant le tems AT dans le milieu ré[illegible]ant ici en raiſon des quarrés des viteſſes actuelles ou reſtantes de celles-là; $RV = TU = u$, ces viteſſes reſtantes à la fin de ces tems; $TE = z$ en raiſon des réſiſtances inſtantanées dr.

II. Ces noms ainſi ſuppoſés, la premiere des deux conditions de ce Problême-ci donnera $TE\,(z) = \frac{TU \times TU}{a}\left(\frac{uu}{a}\right) = \frac{\overline{TV - TR}^2}{a}\left(\frac{\overline{v-r}^2}{a}\right)$; & la ſeconde, $TV\,(v) = TC\,(a-t)$: De ſorte que les deux enſemble donneront $z = \frac{uu}{a}$, & $z = \frac{\overline{a-t-r}^2}{a}$. Donc en ſubſtituant chacune de ces deux valeurs de z dans l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{-dt-du}{z}$ de l'art. 3. du Lem. 1. pag. 195. de 1709. L'on aura ici $\frac{dt}{a} = \frac{adr}{\overline{a-t-r}^2}$ pour l'équation de la Courbe ARC des réſiſtances totales $TR\,(r)$ ou des viteſſes perduës pendant les tems $AT\,(t)$; & $\frac{dt}{a} = \frac{-adt-adu}{uu}$, ou $uudt = -aadt - aadu$, d'où réſulte auſſi $aadt + uudt = -aadu$, ou $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ pour l'équation pareillement requiſe de la Courbe HUC des viteſſes reſtantes $TU\,(u)$.

III. Pour conſtruire cette Courbe par le moyen de cette équation, il faut conſiderer que UV en HF, ou T en A, rend $HA = UT$ (*Lem.* 1. *pag.* 194. *de* 1709.) $= RV = AF = a$. Cela étant, ſoit du centre A & du rayon AH, le quart de cercle HSD, lequel rencontre CA prolongée en D, & qui ait $D\Omega$ pour tangente en ce point D, laquelle $D\Omega$ ſoit rencontrée en L, Ω, par UL, $H\Omega$, paralelles à CD. Soient les Secantes AL, $A\Omega$, leſquelles rencontrent le quart de cercle en Π, S; deſquels points ſoient

ΠP,

ΠP, SQ, paralelles à HA, & qui rencontrent AD en P, Q. De l'autre extremité π de l'élement $\Pi\pi$ du quart de cercle soient aussi πp, πO, qui achevent le petit parallelogramme rectangle $Pp\pi O$.

IV. Cette construction donnera non-seulement $AD = AH = a$, & $DL = TU = u$; mais encore $AL\,(\sqrt{aa+uu})$. $A\Pi\,(a) :: DL\,(u)\,.\,\Pi P = \frac{au}{\sqrt{aa+uu}}$. Et $AL\,(\sqrt{aa+uu})$. $A\Pi\,(a) :: AD\,(a)\,.\,AP = \frac{aa}{\sqrt{aa+uu}}$. Ce qui donne Pp ou $\pi O = \frac{-aaudu}{aa+uu \times \sqrt{aa+uu}}$; & ensuite $\Pi P\left(\frac{au}{\sqrt{aa+uu}}\right)$. $A\Pi\,(a) :: \pi O\left(\frac{-aaudu}{aa+uu \times \sqrt{aa+uu}}\right)$. $\Pi\pi = \frac{-aadu}{aa+uu}$. Donc l'art. 2. venant de donner aussi $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$, l'on aura ici $dt = \Pi\pi$; & par conséquent (en intégrant) $t = H\Pi + q$. Mais le cas de $AT\,(t) = o$ en A, rendant $DL\,(u) = D\Omega\,(a)$, & conséquemment $H\Pi = HS$, réduit cette intégrale à $o = HS + q$, d'où résulte $q = -HS$. Donc $t\,(AT) = H\Pi - HS = S\Pi$ est cette intégrale juste & précise: de sorte que S sera l'origine des arcs $S\Pi$ qui pris depuis ce point fixe S vers D, exprimeront les tems écoulés $AT\,(t)$, à la fin desquels se trouvent les vitesses actuelles ou restantes $DL\,(u)$; ce qui rend ici l'arc HS entierement inutile.

V. Donc si aprés avoir pris $AT = S\Pi$, & mené $A\Pi$ jusqu'à la rencontre de $D\Omega$ en L, on fait TU paralelle à DH, & LU paralelle à DC; le point U où elles se rencontreront, sera un de ceux de la Courbe cherchée HUC des vitesses restantes (u); & ainsi de tous ses autres points à l'infini. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

VI. Cette Courbe HUC des vitesses restantes (u) étant ainsi décrite, il n'y a plus qu'à prendre par tout $UR = TV$ sur UT prolongée jusqu'à FC paralellement à HF; & la Courbe ARC qui passera par tous les points R ainsi trouvés, sera (*Solut. de la Prop. gener. des Mem. de* 1707. *pag.* 387.) la Courbe des résistances totales (r), ou des vitesses perduës. *Ce qu'il falloit encore ici trouver.*

COROLLAIRE I.

Puiſque la conſtruction précedente (*Solut. art.* 5.) donne les viteſſes reſtantes *TU*=*DL*, & les tems écoulés *AT* =*S*Π; que *DL* diminuë à meſure que *S*Π augmente, en ſorte que *DL*=o lorſque *S*Π=*SD*; il eſt manifeſte que l'on aura ici *TU*=*O* lorſque *AT*=*SD*; & qu'ainſi en prenant *AM*=*SD*, le point *M* ſera celui où les viteſſes reſtantes *TU* (*u*) ſeront entierement éteintes dans le milieu réſiſtant ſuppoſé, & conſéquemment *AM* ſera le tems écoulé juſqu'à leur entiere extinction dans ce milieu, comme *AC* l'auroit été (*hyp.*) dans un milieu ſans réſiſtance.

COROLLAIRE II.

Donc toute la durée du mouvement permis par la réſiſtance ſuppoſée du milieu où il ſe fait, ſera ici à ce qu'il auroit duré dans un milieu ſans réſiſtance :: *AM*.*AC*:: *SD*.*AC* (la conſtruction donnant *AC*=*AF*=*AH*=*AD*) :: *SD*.*AD*. C'eſt à dire, comme l'arc *SD* de 45. deg. eſt à ſon rayon, & conſéquemment comme le ſecteur circulaire *SAD* eſt au triangle rectiligne *DA*Ω; ou comme le quart de cercle *AHD* eſt au quarré circonſcrit *AH*Ω*D*, ou bien auſſi comme le cercle entier au quarré qui lui ſeroit circonſcrit, ainſi que M. Hughens l'a ſeulement avancé dans les pag. 173. & 174. de ſon *Diſcours de la Cauſe de la Peſanteur*.

COROLLAIRE III.

Donc auſſi *MC*, ou *AD*−*SD*, ſera ici la quantité du tems dont le mouvement retardé par la réſiſtance ſuppoſée, dure moins qu'il n'auroit fait dans un milieu ſans réſiſtance.

COROLLAIRE IV.

Puiſque (*hyp.*) *AF* eſt la viteſſe initiale qui retardée en raiſon des tems à écouler juſqu'à ſon entiere extinction dans un milieu ſans réſiſtance, ne s'y éteindroit tout à fait qu'à la fin du tems *AC*=*AF*; ſi l'on fait *T*β paralelle à *CF*, & qui rencontre *AF* en β, il eſt manifeſte que l'on

aura auſſi $A\beta = AT$ pour la viteſſe initiale qui ainſi retardée ne s'y éteindroit qu'à la fin du tems AT dans ce milieu ſans réſiſtance. Par conſéquent cette ſeconde viteſſe initiale $A\beta$ ou AT ſera à la reſtante de la premiere AF à la fin du tems AT dans le milieu réſiſtant en raiſon des quarrés des viteſſes actuelles du mobile :: $AT \,.\, TU$ (la conſtruction donnant $AT = S\Pi$, & $TU = DL$) :: $S\Pi \,.\, DL$. C'eſt à dire, comme l'arc $S\Pi$ à la tangente de ſon complement à 45. deg. ou comme le ſecteur circulaire $SA\Pi$ eſt au triangle rectiligne DAL.

COROLLAIRE V.

De ce que (*Corol.* 1.) $TU\,(u) = 0$ en M, & qu'ainſi l'équation $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ de la Courbe HUC s'y doit réduire à $dt = \frac{-aadu}{aa} = -du$; & il eſt manifeſte que cette Courbe doit rencontrer ſon axe AC en M, & ſous un angle de 45. deg. à une diſtance AM du point A, laquelle (*Corol.* 1.) ſoit égale à SD.

COROLLAIRE VI.

Pour en H, ſon équation $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ aïant $TU\,(u) = AH\,(a)$; & par-là s'y réduiſant à $dt = \frac{-aadu}{aa+aa} = -\frac{1}{2}du$; cette Courbe HUC y doit rencontrer ſa premiere ordonnée AH ſous un angle dont le ſinus ſoit la moitié de celui de ſon complement.

COROLLAIRE VII.

De plus l'équation $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ de cette Courbe HUC donnant par tout l'analogie $dt \,.\, -du :: aa \,.\, aa+uu$. Dont le dernier terme $aa+uu$ diminuë toûjours (*Corol.* 1.) depuis A juſqu'en M; ſi l'on fait dt conſtante, on verra que les du diminuent auſſi toûjours juſque-là: & qu'ainſi cette même Courbe HUC doit tourner ſa convexité vers ſon axe AC depuis H juſqu'en M.

COROLLAIRE VIII.

La conſtruction précédente (*Solut.*) donnant par tout

$TV = RV$, le cas (*Corol.* 1.) de $TV = 0$ en M, rendra aussi $RV = 0$ au point N où FC est rencontrée par MN paralelle à AF; ainsi la Courbe ARC des résistances totales ou des vitesses perduës passera par ce point N.

COROLLAIRE IX.

L'art. 2. de la Solut. qui a donné $\frac{dt}{a} = \frac{adr}{\overline{a-t-r}^2}$ pour l'équation de cette Courbe ARC, aïant pareillement donné $\frac{uu}{a} = z = \frac{\overline{a-t-r}^2}{a}$, donne conséquemment aussi $\frac{dt}{a} = \frac{adr}{uu}$, ou $\frac{dt}{dr} = \frac{aa}{uu} = \frac{AH \times AH}{TV \times TV}$. Ce qui fait voir,

1°. Que les ordonnées TR (r) de cette Courbe ARC seront par tout aux soûtangentes correspondantes :: $TV \times TV . AH \times AH$. C'est à dire, comme les quarrés de vitesses restantes correspondantes TV seront au quarré de la premiere ou de la plus grande de toutes. De sorte que

2°. TV en AH lui devenant égale, cette Courbe ARC doit diviser l'angle CAF en deux également.

3°. TV en M devenant (*Corol.* 1.) $= 0$, & y rendant par-là $\frac{dt}{dr}\left(\frac{AH \times AH}{TV \times TV}\right) = \frac{AH \times AH}{0}$, c'est à dire, dt infinie par ràport à dr; la tangente en N de cette Courbe ARC doit être paralelle à son axe AC.

COROLLAIRE X.

Pour ce qui est des espaces ici parcourus pendant les tems AT (t) nonobstant les résistances supposées, soit par le point D une Logarithmique FDH d'une soûtangente $= AD = a = 1$, & dont l'asymptote soit FH de laquelle elle s'écarte du côté de H. Soient SQ, ΠP, πp, prolongées jusqu'à cette Logarithmique en X, Λ, λ, desquels points soient XZ, ΛG, $\lambda\omega$, perpendiculaires en Z, G, Y, ω, sur AF, QX, $P\Lambda$.

Cela fait, la Logarithmique FDH donnera $G\Lambda$ ou AP $\left(\frac{aa}{\sqrt{aa+uu}}\right)$. à sa soûtangente (a) :: $\lambda\omega$ ou Pp $\left(\frac{-aaudu}{\overline{aa+uu} \times \sqrt{aa+uu}}\right)$. $\omega\Lambda = \frac{-audu}{aa+uu}$. Donc (en intégrant) $\int \frac{-audu}{aa+uu} = -P\Lambda + q$.

Or la précedente Solution (outre ces valeurs de *AP*, *Pp*) donne $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$, & conséquemment aussi $udt = \frac{-aaudu}{aa+uu}$, ou $\int udt$ (*ATUH*) $= a \times \int \frac{-audu}{aa+uu}$. Donc $ATUH = -a \times P\Lambda + q$. Mais le cas de *TU* en *AH*, rendant $ATUH = 0$; *AL* en $A\Omega$, $\Pi\Lambda$ en *SX*, & conséquemment aussi $P\Lambda$ en *QX*; cette intégrale s'y réduit à $0 = -a \times QX + q$, d'où résulte $q = a \times QX$. Donc cette intégrale précise sera $ATUH = a \times QX - a \times P\Lambda = a \times YX = AD \times YX$. Mais suivant le Lem. 2. pag. 196. de 1709. les espaces ici parcourus pendant les tems *AT* (t) doivent être entr'eux comme les aires correspondantes *ATUH*. Donc ces espaces sont pareillement ici entr'eux comme les produits $AD \times YX$ correspondans, c'est à dire (à cause de *AD* constante) comme les simples *XY* correspondantes desquelles *X* est l'origine fixe; & au parcouru pendant tout le tems *AM*, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiere extinction des vitesses dans le milieu résistant supposé, comme les produits correspondans $AD \times XY$ au produit $AD \times XQ$ valeur de l'aire totale *AMUH*, ou simplement comme les *XY* correspondantes sont à *XQ*, ou bien aussi comme les *ZG* correspondantes sont à la constante *ZA*.

COROLLAIRE XI.

Ce raport des espaces ici parcourus nonobstant les résistances supposées, trouvé (*Corol.* 10.) par le moïen de l'arc *DXF* de la Logarithmique *HDF*, peut encore se trouver par le moïen de son autre arc $D\psi H$, & d'une hyperbole équilatere $D\varphi H$ dont le centre soit *A*, & le demi-axe transverse *AD* (a).

Pour le voir soient prolongées $H\Omega$, *UL*, jusqu'à cette hyperbole en φ, μ, d'où soient menées $\varphi\theta$, $\mu\gamma$, paralelles à *HA*, & qui rencontrent son axe $AD\theta$ en θ, γ, & la Logarithmique en ψ, ν, desquels points soient aussi ψB, $\nu\delta$, paralelles à cet axe, & qui rencontrent *AH* en *B*, δ. Soit enfin ϵ le point où $U\mu$ rencontre *AH*, à laquelle soit aussi *gm* paralelle menée de l'extrémité *m* de l'élement *rm*

de la Logarithmique, & qui rencontre $v\delta$ en g.

Cela fait, l'hyperbole $D\varphi H$ donnant $\sqrt{aa+uu}=\epsilon\mu$ $=\delta v$, & conséquemment $vg=\frac{udu}{\sqrt{aa+uu}}$, la Logarithmique FDH donnera δv ($\sqrt{aa+uu}$). à sa soûtangente (a) :: vg $\left(\frac{udu}{\sqrt{aa+uu}}\right)$. $mg=\frac{audu}{aa+uu}$. Or l'art. 2. de la préced. Solut. donnant $dt=\frac{-audu}{aa+uu}$, donne aussi $udt=\frac{-aaudu}{aa+uu}=-a\times\frac{audu}{aa+uu}$. Donc $udt=-a\times mg$. Par conséquent en prenant encore AD (a) pour l'unité, l'intégrale en sera $\int udt$ ($ATUH$) $=-a\times A\delta+q$. Mais le cas de TU en AH, qui rend encore $ATUH=0$, & AL en $A\Omega$, rendant de plus $\epsilon\mu$ en $H\varphi$, δv en $B\psi$, & conséquemment $A\delta=AB$; réduit cette intégrale à $0=-a\times AB+q$, d'où résulte $q=a\times AB$. Donc cette intégrale complette sera $ATUH=a\times AB-a\times A\delta=a\times B\delta=AD\times B\delta$. Donc (*Lem.* 2. *pag.* 196. de 1709.) les espaces parcourus pendant les tems AT (t) seront ici entr'eux comme les produits $AD\times B\delta$ correspondans, ou comme les simples $B\delta$ correspondantes, desquelles B est l'origine fixe; & au parcouru pendant tout le tems AM, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiere extinction des vitesses dans le milieu résistant supposé, comme ces produits $AD\times B\delta$ au produit $AD\times BA$ valeur de l'aire totale $AMUH$, ou comme les simples $B\delta$ correspondantes sont à la constante BA.

COROLLAIRE XII.

Il suit de ces deux Corol. 10. & 11. que l'on aura ici $ZG=B\delta$, & $ZA=BA$: puisque $AD\times XY$ (*Corol.* 10.) $=ATUH$ (*Corol.* 11.) $=AD\times B\delta$, & $AD\times XQ$ (*Corol.* 10.) $=AMUH$ (*Corol.* 11.) $=AD\times BA$, donnent $B\delta=XY$ $=ZG$, & $BA=XQ=ZA$. Donc la Logarithmique HDF doit donner ici $B\psi$. AD :: AD. ZX. Et $B\psi$. δv :: $G\Lambda$. ZX.

COROLLAIRE XIII.

Pour comparer presentement l'espace parcouru pen-

dant chaque tems *AT* en vertu des vitesses *TV* restantes des primitives *TV* malgré les résistances supposées, avec ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même tems dans un milieu sans résistance ni action en vertu des vitesses entiéres primitives *TV* décroissantes (*hyp.*) en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entiere extinction dans ce milieu; le Lem. 2. pag. 196. de 1709. fait voir

1°. Que le premier de ces espaces parcouru pendant le tems *AT* malgré les résistances supposées, seroit ici au second parcouru pendant le même tems dans un milieu sans résistance :: $ATUH . ATVF$ (*Corol.* 10.) :: $AD \times YX . \frac{AF + TV}{2} \times AT$.

2°. Qu'en supposant *T* en *M*, ou $AT = AM$ de part & d'autre, l'espace parcouru dans le milieu résistant pendant tout le tems *AM*, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiere construction des vitesses *TU* par les résistances supposées de ce milieu, sera à ce que le mobile en auroit parcouru pendant ce même tems dans un milieu sans résistance :: $AMUH . AMNF$ (*Corol.* 10.) :: $AD \times XQ . \frac{AF + MN}{2} \times AM$.

3°. Et que le premier de ces espaces parcouru pendant tout le tems *AM* jusqu'à l'entiere extinction des vitesses *TU* dans le milieu résistant, doit pareillement être à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout le tems *AC* à la fin duquel les vitesses *TV* seroient aussi (*hyp.*) entierement éteintes dans le milieu sans résistance :: $AMUH . ACF$ (*Corol.* 10.) :: $AD \times XQ . \frac{1}{2} AF \times AC$ (à cause de $AD = AC$) :: $2XQ . AF$ :: $2AZ . AF$ (*Corol.* 12.) :: $BZ . AF$.

COROLLAIRE XIV.

Le rapport des espaces ici parcourus pendant les tems *AT* (*t*) trouvé dans les précedens Corol. 10. & 11. peut encore se trouver en continuant la division du second membre $\frac{-aaudu}{aa + uu}$ de l'équation $udt = \frac{-aaudu}{aa + uu}$ résultante de

$dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ trouvée pour celle de la Courbe *HUC* dans l'art. 2. de la Solution précedente.

Car cette diviſion continuée donnant $udt = -udu +$ $+ \frac{u^3du}{aa} - \frac{u^5du}{a^4} + \frac{u^7du}{a^6} -$ &c. donnera auſſi, en intégrant, $\int udt (ATUH) = -\frac{uu}{2} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^6}{6a^4} + \frac{u^8}{8a^6} -$ &c. $+ q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, rendant $TU (u) = AH (a)$, réduit cette intégrale à $0 = -\frac{aa}{2} + \frac{aa}{4} - \frac{aa}{6} + \frac{aa}{8} -$ &c. $+q$, d'où réſulte $q = \frac{aa}{2} - \frac{aa}{4} + \frac{aa}{6} - \frac{aa}{8} +$ &c. Donc cette intégrale complette ſera $ATUH = \frac{aa}{2} - \frac{aa}{4} +$ $+ \frac{aa}{6} - \frac{aa}{8} +$ &c. $- \frac{uu}{2} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^6}{6a^4} + \frac{u^8}{8a^6} -$ &c. $=$ $= \frac{aa}{2\times1} - \frac{aa}{2\times2} + \frac{aa}{2\times3} - \frac{aa}{2\times4} +$ &c. $- \frac{uu}{2\times1} + \frac{u^4}{2\times2aa} - \frac{u^6}{2\times3a^4} +$ $+ \frac{u^8}{2\times4a^6} -$ &c. Donc (*Lem.* 2. *pag.* 196. de 1709.) les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* (*t*) ſeront ici entr'eux comme ces valeurs des aires *ATUH* correſpondantes, deſquelles valeurs il eſt viſible que les deux ſuites ou *ſeries*, tant la conſtante que la variable, ſont aiſées à continuër à l'infini.

Il réſulte auſſi de ces valeurs que $2\times ATUH = \frac{aa}{1} -$ $- \frac{aa}{2} + \frac{aa}{3} - \frac{aa}{4} +$ &c. $- \frac{uu}{1} + \frac{u^4}{2aa} - \frac{u^6}{3a^4} + \frac{u^8}{4a^6} -$ &c.

COROLLAIRE XV.

FIG. II. Tout ce qu'on voit de la fig. 1. dans la fig. 2. y demeurant le même que là, ſoit *FI* paralelle à *AD*, & rencontrée en φ par ΩD prolongée de ce côté-là. Entre les aſymptotes orthogonales $\varphi\Omega$, φI, ſoit une hyperbole équilatere quelconque $I\Delta\Omega$ rencontrée en Δ, Ω, par *AD*, $H\Omega$, prolongées juſqu'à elle. Enſuite aprés avoir pris *DB* troiſiéme proportionnelle à $\varphi D (a)$, $DL (u)$, menez les ordonnées infiniment proches *BG*, *bg*, paralelles à $D\Delta$, & qui rencontrent l'hyperbole $I\Delta\Omega$ en *G*, *g*.

Cela fait, on aura $DB = \frac{uu}{a}$, d'où réſultera $Bb =$ $=$

$= \frac{2udu}{a}$, & $\varphi B = a + \frac{uu}{a} = \frac{aa+uu}{a}$: De ſorte qu'appellant $D\Delta$, c; l'on aura $\varphi B \left(\frac{aa+uu}{a}\right) . \varphi D (a) :: D\Delta (c) . BG = \frac{aac}{aa+uu}$. Par conſéquent $BG \times Bb \, (GBbg) = \frac{2acudu}{aa+uu} = \frac{2c}{a} \times \frac{aaudu}{aa+uu}$ (l'art. 2. de la Solut. donnant $udt = \frac{-aaudu}{aa+uu}$) $= - \frac{2c}{a} \times udt$, ou $udt = - \frac{a}{2c} \times GBbg$. Donc (en intégrant) $\int udt \, (ATUH) = - \frac{a}{2c} \times \Delta DBG + q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, rendant $TU = AH$, ou $DL = D\Omega$, c'eſt à dire $u = a$, & conſéquemment $DB \left(\frac{uu}{a}\right) = \frac{aa}{a} = a = D\Omega$, rend auſſi $\Delta DBG = \Delta D\Omega\Omega$; ce qui réduit cette intégrale à $0 = - \frac{a}{2c} \times \Delta D\Omega\Omega + q$, d'où réſulte $q = \frac{a}{2c} \times \Delta D\Omega\Omega$. Donc cette intégrale complette eſt $ATUH = \frac{a}{2c} \times \Delta D\Omega\Omega - \frac{a}{2c} \times \Delta DBG = \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$; d'où réſulte auſſi $AMUH = \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega D\Delta$. Par conſéquent les eſpaces ici parcourus pendant les tems écoulés AT ou (*Solut. art.* 4.) $S\Pi$ malgré les réſiſtances ſuppoſées, doivent être entr'eux comme les produits $\frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$ correſpondans, ou ſimplement (à cauſe de la fraction $\frac{a}{2c}$ conſtante) comme les aires hyperboliques aſymptotiques $\Omega\Omega BG$ correſpondantes; & à l'eſpace entier parcouru malgré ces réſiſtances pendant tout le tems AM, ou (*Corol.* 1.) juſqu'à l'entiere extinction des viteſſes TU ou DL par ces mêmes réſiſtances :: $\frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG . \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega D\Delta :: \Omega\Omega BG . \Omega\Omega D\Delta$.

COROLLAIRE XVI.

Donc auſſi les eſpaces ici à parcourir pendant les tems TM ou (*Solut. art.* 4.) ΠD qui reſtent à écouler juſqu'à cette entiere extinction de viteſſes dans le milieu réſiſtant ſuppoſé, ſeront pareillement entr'eux comme les aires hyperboliques ΔDBG correſpondantes, ainſi que M. Newton

l'a marqué dans la pag. 255. de ses Princ. Math. où il ne fait mention que de ces dernieres aires hyperboliques & de ces derniers espaces, dont l'origine est à l'extinction & non au commencement des vitesses, sans en avertir ; ce qui soit dit pour l'intelligence de cet Auteur.

COROLLAIRE XVII.

Puisque (*Corol.* 15.) $udt = -\frac{a}{2c} \times GBbg$, & conséquemment $u = -\frac{a}{2c} \times \frac{GBbg}{dt}$ (l'art. 4. de la Solut. donnant $dt = \Pi\pi$) $= -\frac{a}{2c} \times \frac{GBbg}{\Pi\pi}$; les vitesses restantes TU (u) à la fin des tems écoulés AT ou (*Solut. art.* 4.) $S\Pi$ malgré les résistances supposées, doivent être par tout ici entr'elles comme les fractions $\frac{a}{2c} \times \frac{GBbg}{\Pi\pi}$, ou $\frac{GBbg}{\Pi\pi}$ correspondantes.

COROLLAIRE XVIII.

Puisque (*Corol.* 15.) $Bb = \frac{2udu}{a}$, $GBbg = -\frac{2c}{a} \times udt$; & que l'hyperbole $I\Delta\Omega$ donnant $\varphi B \times BG = \varphi D \times D\Delta = ac$, donne aussi $BG = \frac{ac}{\varphi B}$; l'on aura ici $-\frac{2cudt}{a} = GBbg = BG \times Bb = \frac{ac}{\varphi B} \times \frac{2udu}{a} = \frac{2cudu}{\varphi B}$, & conséquemment $-\frac{dt}{a} = \frac{du}{\varphi B} = \frac{Ll}{\varphi B}$ en menant le rayon $A\pi$ jusqu'à la rencontre de $D\Omega$ en l ; d'où résulte $dt = a \times \frac{Ll}{\varphi B}$, c'est à dire, les instans dt, ou (*Solut. art.* 4.) $\Pi\pi$ en raison des fractions $a \times \frac{Ll}{\varphi B}$ ou simplement $\frac{Ll}{\varphi B}$ correspondantes, ainsi que M. Newton l'a aussi marqué dans la pag. 256. de ses Princ. Math.

COROLLAIRE XIX.

Si présentement on suppose que l'axe transverse jusqu'ici arbitraire de l'hyperbole $I\Delta\Omega$, soit $= \varphi D \times \sqrt{2}$, ensorte qu'elle ait ici $D\Delta = \frac{1}{4}\varphi D'$, ou $c = \frac{1}{4}a$; il suit du Corol. 15. qu'un corps de pesanteur constante étant jetté directement de bas en haut d'une vitesse AF ou AH dans un milieu résistant en raison des quarrés des vitesses

actuelles ou restantes de ce corps, l'espace qu'il y parcouroit pendant le tems AT ou (*solut. art.* 4.) $S\Pi$, seroit à ce que cette vitesse AF ou AH lui en feroit parcourir pendant un pareil tems si elle demeuroit uniforme :: $\Omega\Omega BG . SA\Pi$.

Car (*Lem.* 2. *pag.* 196. de 1709.) le premier de ces deux espaces seroit au second :: $ATUH . AT \times AF$. Mais le Corol. 15. donne $ATUH = \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$ (à cause de $c = \frac{1}{2}a$) $= 2 \times \Omega\Omega BG$. Donc le premier de ces deux espaces seroit au second :: $2 \times \Omega\Omega BG . AT \times AF$ (la Solution donnant $AT = S\Pi$, & $AF = AH = AS$) :: $2 \times \Omega\Omega BG . S\Pi \times AS$ :: $\Omega\Omega BG . \frac{1}{2} S\Pi \times AS$ :: $\Omega\Omega BG . SA\Pi$. C'est à dire, comme l'espace hyperbolique asymptotique $\Omega\Omega BG$ est au secteur circulaire $SA\Pi$, ainsi que M. Newton l'a trouvé dans la pag. 259. de ses Princ. Math.

COROLLAIRE XX.

On voit de-là que l'espace parcouru pendant tout le tems AM, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiere extinction des vitesses du corps jetté de la premiere AF ou AH directement de bas en haut dans le milieu supposé résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles de ce corps, seroit à ce que ce même corps en parcouroit pendant le même tems AM, si le mouvement de cette premiere vitesse AF ou AH en demeuroit uniforme :: $\Omega\Omega D\Delta . SAD$. Et conséquemment aussi que l'espace parcouru de bas en haut avec les vitesses retardées pendant le tems TM ou (*solut. art.* 4.) ΠD à écouler jusqu'à leur entiere extinction, seroit à que l'uniforme en feroit parcourir au mobile pendant ce même tems TM ou ΠD :: $GBD\Delta . \Pi AD$.

COROLLAIRE XXI.

En supposant encore $D\Delta = \frac{1}{4}\varphi D$, si par le point Δ on fait $X\sigma$ parallele à $\Omega\varphi$, & qui rencontre $\Omega\Omega$, φI, en X, σ; on trouvera que des deux espaces parcourus l'un & l'autre jusqu'à extinction de vitesses par un même corps de pesanteur constante successivement jetté d'une même vitesse AH ou

AF de bas en haut ſuivant des verticales ou des plans également inclinés à l'horizon dans deux milieux dont un lui réſiſte en raiſon des quarrés de ſes viteſſes actuelles, & l'autre point du tout; le parcouru dans le milieu réſiſtant ſeroit au parcouru dans le milieu ſans réſiſtance $:: \Omega\Omega D\Delta . \omega\varphi D\Delta$.

Car puiſque (*hyp.*) le ſecond de ces deux eſpaces doit être parcouru en vertu des viteſſes primitives TV juſqu'à leur entiere extinction en C dans le milieu ſans réſiſtance, & le premier en vertu des viteſſes TU reſtantes de celles-là dans le milieu réſiſtant juſqu'à leur entiere extinction (*Corol.* 1.) en M; celui-ci ſera à l'autre (*Lem.* 2. *pag.* 196. *de* 1709.) $:: AMUH . ACF :: AMUH . \frac{AC \times AF}{2}$ (*Corol.* 15.) $:: \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega D\Delta . \frac{AC \times AF}{2}$ (*Solut. art.* 1. & *Corol.* 15.) $:: \frac{AC}{2D\Delta} \times \Omega\Omega D\Delta . \frac{AC \times AF}{2} :: \Omega\Omega D\Delta . AF \times D\Delta :: \Omega\Omega D\Delta . D\varphi \times D\Delta :: \Omega\Omega D\Delta . \omega\varphi D\Delta$. C'eſt à dire que la hauteur du premier des deux jets ſuppoſés, fait de bas en haut dans le milieu réſiſtant juſqu'à extinction de viteſſes, ſera ici à la hauteur du ſecond fait auſſi de bas en haut juſqu'à extinction de viteſſes dans le milieu ſans réſiſtance, comme l'aire hyperbolique aſymptotique $\Omega\Omega D\Delta$ eſt au rectangle correſpondant $\omega\varphi D\Delta$. De ſorte que $D\Omega = D\varphi$ rendant $X\Omega D\Delta = \omega\varphi D\Delta$, chacune de ces deux hauteurs ſera à leur difference ou à l'excés dont la ſeconde ſurpaſſera la premiere, comme chacune des aires $\Omega\Omega D\Delta$, $\omega\varphi D\Delta$, eſt à l'hyperbolique $\Omega D X$.

COROLLAIRE XXII.

Mais on ſçait que ſi les ordonnées hyperboliques aſymptotiques $D\Delta$, bg, BG, &c. ou leurs abſciſſes φD, φb, φB, &c. ſont en progreſſion géometrique quelconque, les aires hyperboliques $Dbg\Delta$, $bBGg$, &c. compriſes alors entre des ordonnées proportionelles, ſont égales entr'elles; & conſéquemment que toutes les aires compriſes entre l'hyperbole $I\Delta\Omega$, ſon aſymptote $\varphi\Omega$, & deux de ſes ordonnées quelconques paralelles à ſon autre aſymptote φI, leſquelles ſoient entr'elles $:: D\Delta . \Omega\Omega :: \varphi\Omega . \varphi D :: 2 . 1$.

ſont chacune égale à $\Omega\Omega D\Delta$. Donc (*Corol.* 21.) la hauteur du premier des deux jets précedens, fait de la viteſſe AH ou AF directement de bas en haut dans le milieu réſiſtant en raiſon des quarrés des viteſſes actuelles du corps-jetté, ſera à la hauteur du ſecond fait auſſi de la même viteſſe AH ou AF directement de bas en haut ſuivant la même ligne que l'autre ; comme chacune de ces aires hyperboliques aſymptotiques compriſes entre l'hyperbole $I\Delta\Omega$, ſon aſymptote $\varphi\Omega$, & deux de ſes ordonnées paralelles à φI, leſquelles ſoient entr'elles :: 2. 1. ſera au rectangle $\omega\varphi D\Delta$ de la même hyperbole, ainſi que M. Hughens l'a dit dans la page 174. de ſon *Diſcours de la Cauſe de la peſanteur.*

C'eſt-là une des Propoſitions que M. Hughens s'eſt contenté d'avancer ſans démonſtration dans les pag. 170. 171. 172. 173. 174. 175. *&* 176. *de ſon* Diſcours de la Cauſe de la Peſanteur, *touchant les mouvemens faits dans des milieux réſiſtans, & la derniere qui nous reſtât à démontrer, toutes les autres l'étant dans les Mem. de* 1707. *pag.* 393. *&* 399. *dans ceux de* 1708. *pag.* 123. 143. 212. 306. *&c. & ci-deſſus dans le Corol.* 2.

COROLLAIRE XXIII.

Le raport des eſpaces trouvés ci-deſſus depuis le Corol. 10. juſqu'ici, peut encore ſe trouver par le moyen d'une hyperbole équilatere ΩYO décrite du centre A par l'angle Ω du quarré DH entre les aſymptotes AD, AH, prolongées vers Δ, O: ſi l'on prolonge les ordonnées QS, $P\Pi$, $p\pi$, juſqu'à la rencontre de cette hyperbole en Y, Z, z; les eſpaces parcourus pendant les tems AT ou (*ſolut. art.* 4.) $S\Pi$, en vertu des viteſſes TU reſtantes des primitives TV, ſe trouveront être ici entr'eux en raiſon des aires hyperboliques aſymptotiques $YQPZ$ correſpondantes, dont QY ſera l'origine, & $D\Omega$ le terme.

Car cette hyperbole ΩYO donnera $PZ = \frac{AD \times D\Omega}{AP} = \frac{aa}{AP}$ (l'art. 4. de la Solut. donnant $AP = \frac{aa}{\sqrt{aa+uu}}$) $= \sqrt{aa+uu}$ $= AZ$. De plus cet art. 4. de la Solut. donne auſſi $Pp =$

$= \frac{-aauudu}{aa+uu \times \sqrt{aa+uu}}$. Donc $PZ \times Pp$ $(ZPpz) = \frac{-aaudu}{aa+uu}$ (*Corol.* 10.) $= udt$. Par conséquent $\int udt$ $(ATUH) =$ $\int PZ \times Pp = OAPZO + q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, qui rend TU en AH, AL en $A\Omega$, & PZ en QY, rendant aussi $OAPZO = OAQYO$; réduit cette intégrale à $0 = OAQYO + q$, d'où résulte $q = -OAQYO$. Donc cette intégrale précise est $ATUH = OAPZO - OAQYO$ $= YQPZ$. Donc aussi (*Lem.* 2. *pag.* 196. de 1709.) les espaces parcourus pendant les tems AT ou (*solut. art.* 4.) $S\Pi$, seront ici entr'eux comme les aires hyperboliques asymptotiques $YQPZ$ correspondantes desquelles QY est l'origine; & à l'espace entier parcouru pendant tout le tems AM, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiere extinction des vitesses TU par les résistances supposées, comme ces aires hyperboliques $YQPZ$ sont à l'aire entiere $YQD\Omega$ comprise entre les ordonnées fixes & constantes QY, $D\Omega$: De sorte que le reste de l'aire infinie comprise entre l'hyperbole ΩYO & ses asymptotes $A\Delta$, AO, est ici inutile.

COROLLAIRE XXIV.

Puisque (*solut. art.* 1. 2.) les résistances instantanées (dr) du milieu à la fin des tems AT, sont ici exprimées par $z = \frac{uu}{a}$, de même que les vitesses restantes alors TU ou DL par u; & que (*Corol.* 15.) $DB = \frac{uu}{a} = z$; il est manifeste que ces résistances instantanées doivent être ici exprimées par DB, comme les vitesses restantes malgré ces résistances & malgré la pesanteur du mobile, y sont exprimées par TU ou DL. Ainsi non-seulement les DL seront ici entr'elles comme ces vitesses restantes (u) à la fin du tems AT ou (*solut. art.* 4.) $S\Pi$; mais encore les DB y seront pareillement entr'elles comme les résistances instantanées (dr) que le milieu supposé fait à ces vitesses; & de maniere que les DL ou TU ($TV - RV$) étant prises ici (*hyp.*) pour ces vitesses restantes des primitives TV, les DB correspondantes doivent aussi être prises pour les résistances instantanées du milieu supposé.

COROLLAIRE XXV.

Les trois équations $\frac{dr}{a} = \frac{dt}{a}$, $z = \frac{uu}{a}$, & $v = a - t$, ou $dv = -dt$, de l'art. 2. de la Solut. donnant $\frac{adr}{uu} = \frac{dt}{a} = \frac{-dv}{a}$, l'on aura ici $dr . -dv :: \frac{uu}{a} . a$ (*Corol.* 15.) :: $DB . D\varphi$. C'est à dire suivant la remarq. 1. de la pag. 126. des Mem. de 1708. que les résistances instantanées faites à la fin des tems AT par le milieu supposé, seront par tout ici chacune à la pesanteur constante du mobile, ou à ce que cette pesanteur fait aussi de résistance au mouvement de ce corps jetté (*hyp.*) directement de bas en haut :: DB. $D\varphi$. Donc en prenant (*Corol.* 24.) DB pour chacune des résistances instantanées du milieu supposé, l'on aura aussi $D\varphi$ pour celle de la pesanteur du mobile à chaque instant. Par conséquent φB sera tout ce que cette pesanteur & le milieu font ensemble de résistance à chaque instant au mouvement supposé de bas en haut. Or en imaginant l'aire hyperbolique $\Omega\Omega BG$ divisée en parties égales quelconques par des lignes GB paralelles à ΔD, c'est à dire (*Corol.* 15.) les espaces ici parcourus de bas en haut pendant les tems AT, divisés en parties égales quelconques; on sçait que les φB correspondantes seront en progression geometrique. Donc les résistances entieres instantanées résultantes tout à la fois du milieu supposé & de la pesanteur du corps mû de bas en haut, au commencement ou à la fin de ces parties égales d'espace parcouru, c'est à dire, les résistances entieres faites de chaque instantanée correspondante du milieu résistant, ajoûtée à la pesanteur constante de ce corps, seroient aussi entr'elles en progression géometrique.

COROLLAIRE XXVI.

De ce que (*Corol.* 24. & 25.) $D\varphi$ ou $D\Omega$, DZ, DB, expriment ici la pesanteur du mobile, ses vitesses restantes à la fin des tems AT, & les résistances instantanées que lui fait le milieu à la fin de ces tems; ces trois choses se-

ront ici entr'elles comme ces trois grandeurs correspondantes $D\Omega$, DL, DB, dont la seconde (*Corol.* 15.) est moyenne proportionnelle entre les deux autres.

COROLLAIRE XXVII.

Pour comparer presentement les espaces parcourus pendant des tems quelconques AT dans le milieu résistant jusqu'ici supposé, en vertu des vitesses TU restantes (*solut.*) des primitives TV qui dans un milieu sans résistance seroient seulement retardées (*hyp.*) en raison des tems TC à écouler jusqu'à leur entiere extinction dans ce milieu; pour comparer, dis-je, ces espaces avec les parcourus pendant le même tems AT dans le milieu résistant en vertu des vitesses pareillement restantes de primitivement accelerées en raison des tems écoulés AT: par exemple, pour comparer les hauteurs d'ascensions verticales avec les hauteurs des chutes verticales d'un corps de pesanteur constante dans un milieu résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles de ce corps; tout ce qu'on voit de la fig. 1. dans la fig. 3. y demeurant le même que là, soit par D l'arc logarithmique φDH le même que ψDF dans une position renversée de la sienne, ayant aussi-bien que lui HF pour asymptote de laquelle il s'approche du côté de H comme il fait dans l'autre position du côté de F, & sa soutangente $= AD$ $(a) = 1$. Soit de plus par l'extremité H de la droite AH sur l'asymptote DC une autre Logarithmique HBC d'une soutangente $= \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} AD (\frac{1}{2} a) = \frac{1}{2}$, laquelle s'écarte de son asymptote AC du côté de C, & soit rencontrée en B par TU prolongée laquelle rencontre aussi en β la droite ΩH prolongée vers C. Ensuite aprés avoir pris $TW = \frac{AH \times B\beta}{AH + BT}$ sur toutes les TU prolongées jusqu'à cette Logarithmique HBC, soit imaginée une Courbe AWC qui passe par tous les points W ainsi trouvés, & qui soit rencontrée en O par MO paralelle à AH. De ses points W, O, soient menées $W\delta$, $O\omega$, paralelles à CD, &

FIG. III.

& qui rencontrent le quart de cercle HSD en δ, ω, desquels points soient $\delta\mu$, $\omega\nu$, paralleles à HF, & qui rencontrent l'arc logarithmique ϕDH, en μ, ν, desquels points soient aussi menées les droites $\mu\varpi$, $\nu\theta$, paralleles à DA, & qui rencontrent HF en ϖ, θ. Soit enfin le quarré $ACCF$ avec sa diagonale AC qui rencontre TV en x.

Cela fait, concevons (dis-je) presentement un corps de pesanteur constante, duquel par conséquent dans un milieu sans résistance ni action, tel qu'on suppose d'ordinaire le vuide, les vitesses primitives Tx en descendant augmentent en raison des tems écoulés AT; & les vitesses primitives TV en remontant en vertu d'une vitesse initiale $AF = AH$, diminuënt au contraire en raison des tems TC à écouler jusqu'à leur entiére extiction en C dans ce vuide ou espace sans résistance ni action : le tout ainsi qu'on le pense d'ordinaire avec Galilée. Concevons de plus que ces mouvemens, qui primitivement & sans résistance ni action de la part du milieu, seroient tels (*hyp.*) qu'on les vient de dire, se fassent l'un & l'autre dans un milieu qui leur résiste effectivement, & en raison des quarrés de leurs vitesses actuelles ou restantes des primitives supposées.

Cela supposé, l'on aura ici non-seulement (*Corol.* 10.) $ATUH = a \times YX = a \times ZG$; mais encore (*pag.*201.*de* 1709. *Corol.* 6. *art.* 5.) $ATW = a \times A\varpi$. Mais TU exprimant ici (*Solut.*) les vitesses d'ascension à la fin des tems AT dans le milieu résistant supposé, & TW (*pag.*198. *de* 1709. *Sol. art.*4.) celles des chuttes dans ce milieu à la fin des mêmes tems; le Lem. 2. pag. 196. de 1709. fait voir que l'espace parcouru pendant le tems AT en montant dans ce milieu en vertu de la projection verticale faite de bas en haut de la vitesse initiale AH, doit être ici au parcouru pendant le même tems & dans le même milieu en-y retombant suivant la même ligne :: $ATUH . ATW :: a \times ZG . a \times A\varpi :: ZG . A\varpi$.

Par conséquent en prenant $AT = AM$, c'est à dire AM pour la durée commune de ces deux mouvemens;

l'espace parcouru en vertu du mouvement acceleré de haut en bas pendant ce tems *AM* malgré les résistances du milieu supposé, sera au parcouru en même tems en vertu du mouvement retardé de bas en haut par ces résistances & par la pesanteur du mobile, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction de ce dernier mouvement : : $A\theta$. AZ. Puisque le changement de AT en AM, change aussi $A\varpi$ en $A\theta$, & ZG en ZA.

COROLLAIRE XXVIII.

FIG. IV. Le raport des mêmes espaces d'ascension & de chutte verticales du même corps, faites dans le milieu supposé résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles de ce corps : la premiere en vertu d'une vitesse AH de projection verticale de bas en haut, & la seconde en vertu de la pesanteur constante du mobile ; se trouvera encore par le moïen de la Fig. 4. en supposant tout ce qu'on y voit de la Fig. 3. y être le même que dans cette Fig. 3. excepté que DXF, qui étoit là une logarithmique, doit être ici une hyperbole équilatere entre les asymptotes HF, $H\Omega$; lequel arc hyperbolique soit aussi en ΩYO entre les asymptotes AO, AD. Soient encore par les points ω, δ, S, Π, du quart de cercle HSD les droites φX, $\Delta\Lambda$, QY, PZ, paralleles à OF, dont les deux premieres φX, $\Delta\Lambda$, rencontrent l'arc hyperbolique DXF en X, Λ, & la droite $H\Omega$ en φ, Δ ; les deux dernieres QY, PZ, rencontrant l'arc hyperbolique ΩYO en Y, Z, & la droite AD en Q, P.

Cela fait, le Corol. 23. donnera $ATVH = YQPZ$; le Corol. 7. pag. 203. de 1709. $ATW = D\Omega\Delta\Lambda$; & suivant le Lem. 2. pag. 196. de 1709. la hauteur d'ascension parcouruë pendant le tems AT malgré la résistance du milieu & la pesanteur du mobile, en vertu des vitesses retardées ou restantes TV de la premiere AH de projection de bas en haut, sera à la hauteur de chutte parcouruë pendant le même tems AT en vertu des vitesses TW accelerées depuis zero par la pesanteur de ce mobile malgré la résistance du même milieu : : $ATVH$. ATW : : $YQPZ$. $D\Omega\Delta\Lambda$.

Par conséquent la hauteur totale du jet vertical de bas en haut, fait (*hyp.*) de la viteſſe *AH* juſqu'à ſon entiére extinction (*Corol.* 1.) en *M* à la fin du tems *AM* qu'a duré ce jet, doit être ici à la hauteur de la chutte verticale du même corps parcouruë pendant le même tems *AM* en vertu de ſa peſanteur dans le même milieu ſuppoſé réſiſtant en raiſon des quarrés des viteſſes actuelles de ce corps : : *YQDΩ*. *DΩφX*. Puiſque *AT* en ſe changeant ici en *AM*, change auſſi *PZ* en *LΩ*, & ΔΛ en *φX*.

COROLLAIRE XXIX.

Voici encore une troiſiéme maniére de trouver le raport de ces eſpaces d'aſcenſion & de chutte, faites de la maniére ſuppoſée dans un milieu réſiſtant en raiſon des quarrés des viteſſes actuelles du mobile. Pour cela, ce qu'on voit dés les Fig. 3. 4. dans la Fig. 5. y demeurant le même que dans celles-là, excepté que la Courbe *AWC* des viteſſes *TW* des chuttes accelerées par la peſanteur du mobile malgré la réſiſtance du milieu ſuppoſé, eſt ici renverſée de gauche à droite de ſon axe *AC* pour moins d'embarras de lignes dans cette Fig. 5. aïant *FC* parallele à *AC* pour ſon aſymptote au lieu de *HC* qu'elle avoit (*Corol.* 1. *pag.* 198. *de* 1709.) dans les Fig. 3. 4. Soit *CF* prolongée vers *I*, & *ΩD* prolongée juſqu'à ſa rencontre en φ. Entre les aſymptotes orthogonales φΩ, φ*I*, ſoit (comme dans la Fig. 2. du Corol. 15.) une hyperpole équilatere quelconque *I*ΔΩ rencontrée en Δ, Ω, par *AD*, *H*Ω, prolongées juſqu'à elle. Enſuite aprés avoir mené des points correſpondans *V*, *W*, des Courbes *HVM*, *AWC*, parallelement à *C*φ, le droites *VL*, *WQ*, juſquà leur rencontre avec φΩ en *L*, *Q*, ſoient priſes premierement *DB* troiſiéme proportionnelle à φ*D*, *DL*, comme dans le Corol. 15. & ſecondement *DZ* troiſiéme proportionelle à φ*D*, *DQ*, comme dans les Corol. 9. & 18. des pag. 205. & 217. de 1709. Soient enfin des points *B*, *Z*, les ordonnées *BG*, *ZY*, paralleles à φ*I*, & qui rencontrent l'hyperbole *Y*ΔΩ en *G*, *Y*.

FIG. V.

Cela fait, le Corol. 15. donnera $ATUH = \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$; les Corol. 9. 18. des pag. 205. 218. de 1709. donneront auſſi $ATW = \frac{a}{2c} \times \Delta DZY$; & ſuivant le Lem. 2. pag. 196. de 1709. la hauteur d'aſcenſion verticale parcouruë pendant le tems AT malgré la peſanteur du mobile & les réſiſtances du milieu ſuppoſé, en vertu des viteſſes retardées TU reſtantes de la premiere AH de projection verticale de bas en haut, ſera à la hauteur de chutte verticale parcouruë pendant le même tems AT en vertu des viteſſes TW de chutte accelerée depuis zero par la peſanteur conſtante du mobile malgré la réſiſtance de ce même milieu :: $ATUH. ATW : \Omega\Omega BG. \Delta DZY$.

Par conſéquent la hauteur totale du jet vertical de bas en haut, fait (*hyp.*) de la viteſſe AH juſqu'à ſon entiére extinction (*Corol.* 1.) en M à la fin du tems AM que ce jet a duré, doit être ici à la hauteur de la chutte verticale du même corps, faite pendant le même tems AM en vertu de la peſanteur conſtante de ce corps dans le même milieu ſuppoſé réſiſtant en raiſon des quarrés des viteſſes de ce même corps :: $\Omega\Omega D\Delta . \Delta DX\psi$. en ſuppoſant DX troiſiéme proportionelle à φD, DE côté du rectangle $DMOE$, & $X\psi$ parallele à φI; puiſque le changement qui ſe fait ici de AT en AM, ou de UW en MO, rendant (*Corol.* 1.) TU ou $DL = 0$, $DQ = DE$, rend pareillement $DB = 0$, $DZ = DX$; & conſéquemment auſſi $\Omega\Omega BG = \Omega\Omega D\Delta$, & $\Delta DZY = \Delta DX\psi$.

COROLLAIRE XXX.

Toutes choſes demeurant les mêmes que dans le précédent Corol. 29. ſi l'on ajoûte à la Fig. 5. une hyperbole équilatere DPI décrite du centre A, d'un axe tranſverſe $= 2AD$, & que de ce centre A par les points E, Q, L, on mene les droites AE, AQ, AL, dont les deux premieres AE, AQ, prolongées rencontrent cette hyperbole en R, P, & la troiſiéme AL le quart de cercle HSD en Π; cette Fig. 5. fournira tout à la fois les ex-

pressions des vitesses, tant retardées d'ascension restantes de l'initiale *AH* égale à la terminale (*Corol.* 2. *pag.* 198. 199. de 1709. *AF* du mobile, qu'accelerées par la pesanteur de ce mobile, de part & d'autre malgré les résistances supposées; les expressions des tems à la fin desquels ces vitesses se trouvent; & des espaces parcourus en vertu d'elles pendant ces tems: les ordonnées *TU*, *TW*, exprimeront (*Solut. préced. & Solut. art.* 4. *pag.* 198. *de* 1709.) ces vitesses retardées d'ascension, & accelerées de chutte dans le milieu résistant supposé; les secteurs circulaires *SA*Π, & les hyperboliques *DAP* (*Sol. préced. art.* 4. *& Sol.* 2. *art.* 2. *pag.* 213. *de* 1709.) les tems *AT* à la fin desquels elles se trouvent; les aires hyperboliques ΩΩ*BG*, Δ*DZY*, les espaces ou hauteurs verticales parcouruës (*Corol.* 15. *préced. & Corol.* 9. 18. *pag.* 205. 218. *de* 1709.) en vertu de ces vitesses pendant ces tems. Par conséquent l'ordonnée *MO* de la Courbe *AWC* exprimera la derniere des vitesses accelerées de chutte faite pendant le tems *AM*, à la fin duquel les vitesses retardées *AH*, *TU*, se trouvent (*Corol.* 1.) entiérement éteintes; les secteurs *SAD*, *DAR*, exprimeront chacun ce tems *AM*; & les aires hyperboliques asymptotiques ΩΩ*D*Δ, Δ*DX*Ψ, les hauteurs parcouruës en montant pendant ce tems, & en retombant pendant un pareil tems $=$ *AM*: c'est à dire que la hauteur du jet vertical jusqu'à l'entiére extinction de la vitesse *AH* de projection de bas en haut, sera à la hauteur de chutte verticale accelerée faite pendant le même tems *AM* (le tout malgré les résistances supposées) : : ΩΩ*D*Δ. Δ*DX*Ψ.

La précédente Solution & la 2ᵉ de la pag. 212. de 1709. font voir non-seulement que les secteurs circulaires *SA*Π & hyperboliques *DAP* expriment les tems *AT* à la fin desquels se trouvent les vitesses *TU*, *TW*, d'ascension & de chutte, restantes malgré les résistances supposées; mais encore que les correspondans à la même *AT* sont égaux entr'eux, puisque suivant ces deux Solutions $SA\Pi = \frac{1}{2} a \times AT = DAP$. D'où il suit aussi que $SAD = DAR$: c'est à dire que les deux secteurs *SAD*, *DAR*, corres-

pondans à la même AM, sont pareillement égaux entr'eux.

Ce dernier Corol. 30. *avec les Corol.* 18. 19. *& le Probl.* 2. *pag.* 397. *&c. des Mem.* 1707. *renferment tout ce que M. Newton a donné dans ses Princ. Math. Liv.* 2. *Sect.* 2. *sur les mouvemens faits dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses du mobile, qui est l'hypothese dont il s'agit ici.*

AUTRE SOLUTION.

I. Soit $\frac{a^4}{xx} = aa + uu$, où $u = \sqrt{\frac{a^4}{xx} - aa} = \frac{a}{x}\sqrt{aa - xx}$. l'on aura $du = \frac{-adx\sqrt{aa-xx} - \frac{axxdx}{\sqrt{aa-xx}}}{xx} = \frac{-a^3dx + axxdx - axxdx}{xx\sqrt{aa-xx}}$ $= \frac{-a^3dx}{xx\sqrt{aa-xx}}$, ou $-du = \frac{a^3dx}{xx\sqrt{aa-xx}}$. Donc $\frac{adx}{\sqrt{aa-xx}} = \frac{-aadu}{aa+uu}$ (*Solut.* 1. *art.* 2.) $= dt$; & cette équation differentielle s'intégrera par le moïen du quart de cercle HSD de la Fig. 1. en y appellant encore $A\Pi$, a; & de plus AP, x; & conséquemment aussi ΠP, $\sqrt{aa-xx}$: car aïant ici $P\Pi$ $(\sqrt{aa-xx})$. $A\Pi\,(a) :: \pi O\,(dx)$. $\Pi\pi = \frac{adx}{\sqrt{aa-xx}} = dt$, l'on aura (en intégrant) $t\,(AT) = H\Pi + q$.

FIG. I.

II. Mais en supposant l'angle $DA\Omega$ de 45. deg. qui donnera $AS\,(a) = \sqrt{\overline{AQ}^2 + \overline{SQ}^2} = \sqrt{2 \times \overline{AQ}^2} = AQ\times\sqrt{2}$, & consequemment $AQ = \frac{a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{\frac{1}{2}}$; le cas de $AP\,(x)$ $= AQ\,(a\sqrt{\frac{1}{2}})$ rendant non-seulement $H\Pi = HS$, mais encore $xx = \frac{aa}{2}$, & conséquemment $2aa = \frac{a^4}{xx}$ (*art.* 1.) $= aa + uu$, c'est à dire $aa = uu$, ou $u\,(TV) = a\,(AH)$, & par-là $AT\,(t) = 0$; réduit cette intégrale de l'art. 1. à $0 = HS + q$, d'où résulte $q = -HS$.

III. Donc (*art.* 1. 2.) $AT = H\Pi - HS = S\Pi$ est cette intégrale juste & précise, qui donne encore ici partout $AT = S\Pi$, ainsi que dans l'art. 4. de la Solut. 1. De sorte que S sera ici comme là, l'origine des $S\Pi$ qui pris depuis ce point fixe S vers D exprimeront encore les

tems écoulés AT (t) à la fin desquels se trouvent encore les vitesses retardées TU (u) restantes des primitives TV, malgré les résistances ici supposées.

IV. Donc aussi l'art. 1. donnant $u\ (TU) = \frac{a}{x}\sqrt{aa-xx}$ $\left(\frac{A\Pi \times \Pi P}{AP}\right)$, si l'on prend par-tout ici les abscisses $AT = S\Pi$ sur l'axe AC, & les ordonnées perpendiculaires $TU = \frac{A\Pi \times \Pi P}{AP}$, la ligne HVM qui passera par tous les points V ainsi trouvés, sera ici la Courbe cherchée des vitesses retardées restantes des primitives TV malgré les résistances du milieu supposé résistant en raison des quarrés de ces vitesses actuelles ou restantes. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

V. Cette construction de la Courbe HVM servira comme dans l'art. 6. de la Solut. 1. à construire celle ARN des résistances totales TR du milieu supposé. *Ce qu'il falloit encore aussi trouver.*

COROLLAIRE XXXI.

Puisque le cas de $AP = AQ$ en rendant (*Solut.* 2. *art.* 2. & 3.) $AT = 0 = S\Pi$, & conséquemment $TU = AH$, rend aussi $u\ (TU) = a\ (AF)$; l'on aura ici $AH = AF$ conformément au Lem. 1. art. 3. pag. 195. de 1709.

COROLLAIRE XXXII.

De ce que (*Solut.* 2. *art.* 1.) $u = \frac{a}{x}\sqrt{aa-xx}$, le cas de $x = a$, ou de $AP = AD$, rend $u = \frac{a}{a}\sqrt{aa-aa} = 0$; l'on aura ici TU (u) $= 0$ à la fin du tems $AM = SD$. Ainsi la Courbe AVM rencontrera son axe à la fin du tems AM, & les vitesses TU restantes des primitives TV, s'y éteindront tout à fait par l'opposition des résistances du milieu supposé, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 1.

COROLLAIRE XXXIII.

Pour trouver encore ici les espaces parcourus pendant

les tems AT (t), il eſt à remarquer que l'art. 1. de la Solut. 2. lequel vient de donner $u = \frac{a}{x}\sqrt{aa-xx}$, & $dt = \frac{adx}{\sqrt{aa-xx}}$, doit donner auſſi $udt = \frac{aadx}{x}$, & $\int udt$ ($ATUH$) $= aa \times lx + q = aa \times lAP + q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, rendant auſſi AT ou (*Solut.* 2. *art.* 3.) $S\Pi = 0$, & par conſéquent $AP = AQ$, réduit cette intégrale à $0 = aa \times lAQ + q$, d'où réſulte $q = -aa \times lAQ$. Donc cette intégrale complette eſt $ATUH = aa \times lAP - aa \times lAQ = aa \times l\frac{AP}{AQ}$; & conſéquemment $AMUH = aa \times l\frac{AD}{AQ}$. Donc auſſi (*Lem.* 2. *pag.* 196. *de* 1709.) les eſpaces ici parcourus pendant les tems AT ou (*Solut.* 2. *art.* 3.) $S\Pi$, ſont entr'eux comme les grandeurs $aa \times l\frac{AP}{AQ}$ correſpondantes, ou (à cauſe de a conſtante) comme les Logarithmes des fractions $\frac{AP}{AQ}$ correſpondantes, ou comme les Logarithmes des raiſons des correſpondantes variables AP à la conſtante AQ; & à l'eſpace entier parcouru pendant tout le tems AM ou SD, c'eſt à dire (*Corol.* 1. & 32.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes TU par les réſiſtances ſuppoſées, comme ces Logarithmes au Logarithme de la fraction conſtante $\frac{AD}{AQ}$, ou de la raiſon de la conſtante AD à la conſtante AQ.

COROLLAIRE XXXIV.

Mais la Logarithmique FDH & tout ce qui y a rapport dans la fig. 1. demeurant ici le même que dans le Corol. 10. L'on aura $lAP = lG\Lambda = -AG$, & $lAQ = lZX = -AZ$, négatifs à cauſe que AP, AQ, ſont moindres chacune que AD (a) priſe ici pour l'unité; par conſéquent $lAP - lAQ = -AG + AZ = ZG$, ou $l\frac{AP}{AQ} = ZG$. Donc (*Corol.* 33.) les eſpaces ici parcourus pendant les tems AT ou $S\Pi$, doivent être ici entr'eux comme les abſciſſes ZG correſpondantes dont Z eſt l'origine; & à l'eſpace entier parcouru pendant tout le tems

AM

AM ou SD, c'est à dire (*Corol.* 1. & 32.) jusqu'à l'entiere extinction des vitesses par les résistances supposées, comme ces ZG sont à ZA: ainsi qu'on l'a déja trouvé dans le Corol. 10.

Cette seconde solution pourroit encore fournir tous les autres Corollaires de la premiere ; mais en voilà assez.

REMARQUE.

Il est à remarquer, que par les Méthodes de M. Leibnitz & de M. (Jean) Bernouilli, pour intégrer les fractions rationnelles, la differentielle $-aa \times \frac{udu}{aa+uu}$ dont l'intégrale dans les Corol. 10. 11. 12. 14. vient de donner en differentes manieres le rapport des espaces ici parcourus malgré les résistances supposées, se réduit à deux differentielles Logarithmiques imaginaires, cependant intégrables ensemble par le moyen d'une Logarithmique réelle ou d'une hyperbole.

Car suivant ces deux Méthodes inserées dans les Mem. de l'Acad. de 1702. & dans les Actes de Leipsik de la même année, l'on aura ici $\frac{udu}{aa+uu} = \frac{1}{2} \times \frac{du}{u+a\sqrt{-1}} + \frac{1}{2} \times \frac{du}{u-a\sqrt{-1}}$ differentielles logarithmiques imaginaires. Or si l'on prend encore $\frac{a^4}{xx} = aa + uu$, & conséquemment $uu = \frac{a^4}{xx} - aa$, l'on aura $udu = \frac{a^4xdx}{x^4} = \frac{a^4dx}{x^3}$ par la differentiation en signes contraires qu'exigent les accroissemens alternatifs de x, u, dans $\frac{a^4}{xx} = aa + uu$. Donc $\frac{dx}{x} = \frac{udu}{aa+uu} = \frac{1}{2} \times \frac{du}{u+a\sqrt{-1}} + \frac{1}{2} \times \frac{du}{u-a\sqrt{-1}}$. Par conséquent ces deux differentielles logarithmiques imaginaires sont intégrables ensemble par le moïen d'une Logarithmique réelle ou d'une hyperbole, ainsi qu'on le vient de dire. Cette Logarithmique est celle qui vient de donner dans les Corol. 33. 34. les espaces ici parcourus: l'hyperbole en est aisée à déduire; ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Si l'on eût pris $2as = aa + un$, l'on auroit ou $ads = udu$; & delà tout d'un coup $\frac{1}{2}\frac{ds}{s} = \frac{udu}{aa+uu} = \frac{1}{2} \times \frac{du}{a+a\sqrt{-1}} + \frac{1}{2} \times \frac{du}{a-a\sqrt{-1}}$, ou $\frac{ds}{s} = \frac{du}{a+a\sqrt{-1}} + \frac{du}{a-a\sqrt{-1}}$, c'est à dire, une Logarithmique réelle pour intégrale des deux differentielles logarithmiques imaginaires précédentes.

SCHOLIE.

FIG. I. II.

I. Puisque la premiere condition de ce Problême-ci donne (*Solut.* 1. *art.* 2.) $z = \frac{uu}{a}$, ou $uu = az$, cette égalité n'étant que de raport; l'on aura ici $du = \frac{adz}{2\sqrt{az}}$. Ainsi l'équation $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ trouvée dans la Solut. 1. art. 2. pour celle de la Courbe *HUM* des vitesses restantes *TU* (u), se changera ici en $dt = \frac{-aadz}{2a\sqrt{az}+2z\sqrt{az}}$ pour la Courbe *KEC* des résistances instantanées $z(dr)$ du milieu supposé résistant en raison des quarrés uu ou $\frac{uu}{a}$ des vitesses actuelles ou restantes (u) malgré les résistances de ce milieu. Et le cas de *AT* (t) $= 0$, qui rend $TU(u) = AH(a)$, réduisant à $z(AK) = a(AH)$ l'équation $z(TE) = \frac{uu}{a}$; il est manifeste que cette Courbe doit passer par H; & son équation $dt = \frac{-aadz}{2a\sqrt{az}+2z\sqrt{az}}$ s'y réduisant à $dt = \frac{-aadz}{2aa+2aa} = \frac{-dz}{4}$, qu'elle y doit rencontrer *AH* sous un angle dont le sinus soit à celui de son complément :: 1. 4. c'est à dire, le quart de celui de son complément.

II. De plus l'équation $z = \frac{uu}{a}$ aïant (*Corol.* 1. & 32.) $u = 0$ en M, elle y doit aussi avoir $z(TE) = 0$, & par-là y réduire l'équation $dt = \frac{-aadz}{2a\sqrt{az}+2z\sqrt{az}}$ à $dt = \frac{-dz}{0}$. D'où l'on voit que cette Courbe *KEC* ou *HEC* des résistances instantanées *TE* ou $z(dr)$ du milieu supposé, doit non-seulement passer par M aussi-bien que (*Corol.* 1. & 32.)

celle *HVM* des viteſſes reſtantes *TV* (u) malgré ces réſiſtances ; mais encore y avoir ſon axe *AC* pour tangente, & tourner ſa convexité vers lui de même (*Corol.* 7.) que *HVM*.

III. Pour conſtruire cette Courbe *KEM* ou *HEM* des réſiſtances inſtantées, il n'y a qu'à prolonger par-tout *GB* dans la Fig. 2. juſqu'à la rencontre de *TV* en *E* ; & alors on aura $TE = DB$ (*Corol.* 15.) $= \frac{uu}{a}$ (*Solut.* 1. *art.* 2.) $= z$. *Ce qu'il falloit trouver.*

FIG. II.

IV. On peut pareillement conſtruire cette Courbe *KEC* par le moïen de la Courbe *HVM* déja conſtruite dans les Solut. 1. 2. Car l'équation $z = \frac{uu}{a}$, ou (*Solut.* 1.) $TE = \frac{TV \times TV}{AH}$ fait voir que ſi l'on fait le demi-cercle $A\Delta H$ ſur le diametre *AH*, lequel demi-cercle ſoit rencontré en Δ par l'arc circulaire $\epsilon\Delta$ décrit du centre *A*, & du rayon $A\epsilon$ ou *TV* ; que de ce point Δ on faſſe ΔE parallele à *AC*, & qui rencontre *TV* en *E* : ce point *E* ſera un de ceux de la Courbe cherchée *KEM* ou *HEM*. Car ſi l'on prolonge ΔE juſqu'en Σ ſur le diametre *AH* ; & qu'on tire la corde $A\Delta$; l'on aura ici $TE = A\Sigma = \frac{A\Delta \times A\Delta}{AH} = \frac{A\epsilon \times A\epsilon}{AH} = \frac{TV \times TV}{AH} = \frac{uu}{a}$ (*hyp.*) $= z$: c'eſt à dire $TE = z$; & ainſi de toutes les autres ordonnées de la Courbe *KEC*.

FIG. I.

V. Tout ce qu'on vient de remarquer de cette Courbe dans l'art. 2. ſuit encore de cette conſtruction : ſçavoir,

1°. Que le cas de $AT = 0$, qui rend *TV* ou $A\epsilon$ ou $A\Delta = AH$, rendant auſſi $A\Sigma$ ou *TE* ou $AK = AH$; cette Courbe *KEC* doit paſſer par *H*, & y avoir ſon point *K*.

2°. Que le cas de $AT = AM$, qui (*Corol.* 1. & 32.) rend *TV* ou $A\epsilon$ ou $A\Delta = 0$, rendant auſſi $A\Sigma$ ou $TE = 0$; cette même Courbe *KEC* ou *HEC* doit rencontrer ſon axe *AC* en *M*, & l'avoir pour tangente en ce point, aïant là dz nulle par raport à dt, comme $A\Sigma$ l'eſt par raport à $A\Delta$ en *A* ; au lieu que la Courbe *HVM* rencontre ſon axe *AC* en *M* (*Corol.* 5.) ſous un angle de 45. degrés.

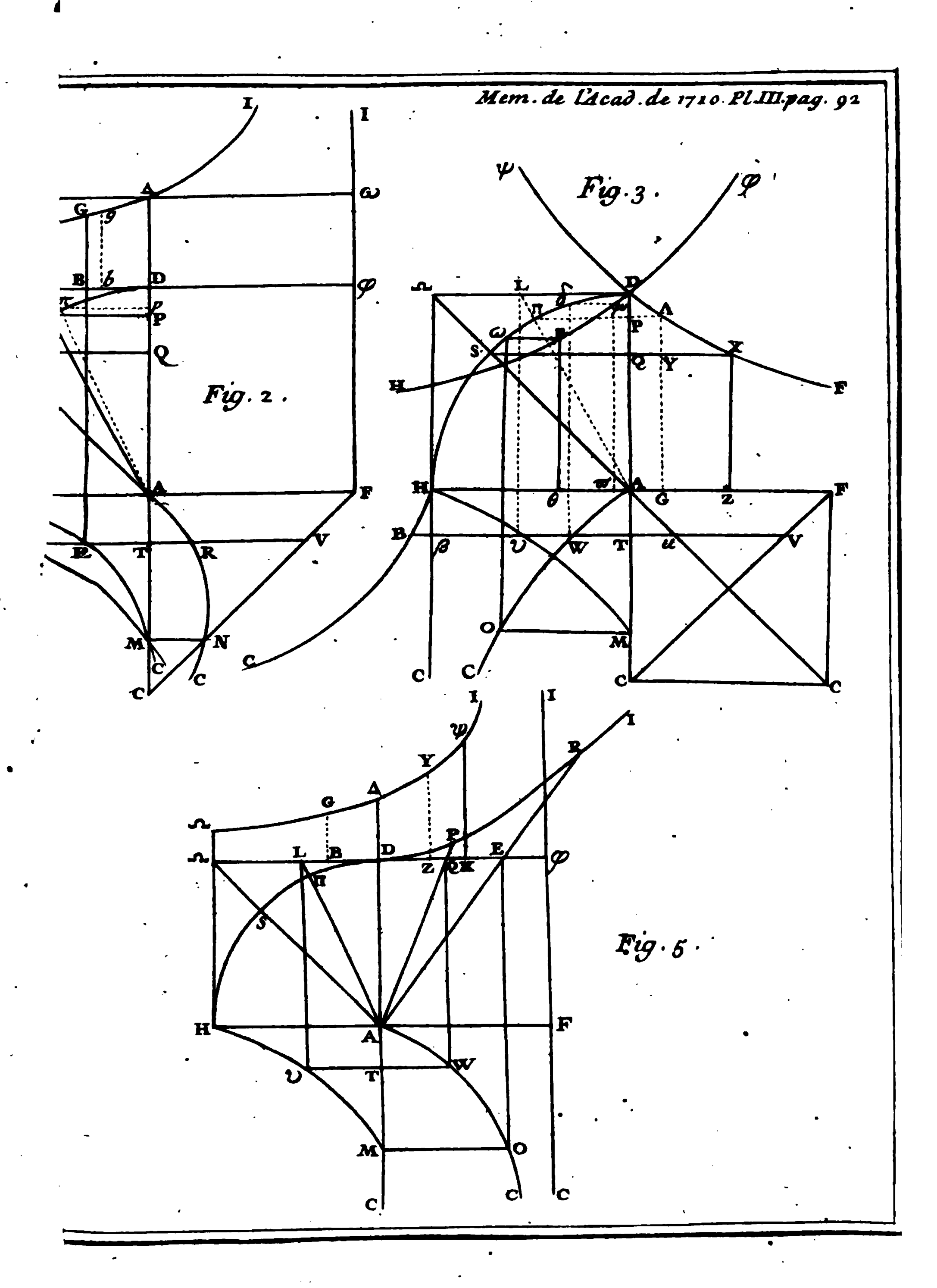
Quant aux raports de la pesanteur du mobile aux résistances instantanées du milieu supposé, &c. la maniere dont on les a trouvés dans la Remarq. 2. pag. 209. &c. de 1709. pour les mouvemens accelerés malgré ces résistances, fait voir assez comment on les pourroit trouver aussi pour les mouvemens retardés dont il s'agit ici, pour n'avoir pas besoin de s'y arrêter. Nous n'en dirons donc pas davantage sur les mouvemens faits dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses des corps mûs: Hypothese ordinaire, qui quoique plus vrai-semblable que celle des résistances en raison de ces vitesses, dont nous avons aussi parlé dans les Mem. de 1708. pag. 113. 212. 250. 302. 419. &c. l'est cependant encore moins que celle des résistances en raison des sommes faites de ces vitesses & de leurs quarrés. On verra dans d'autres Memoires ce qu'il arriveroit dans celle-ci à des mouvemens exposés à de telles résistances.

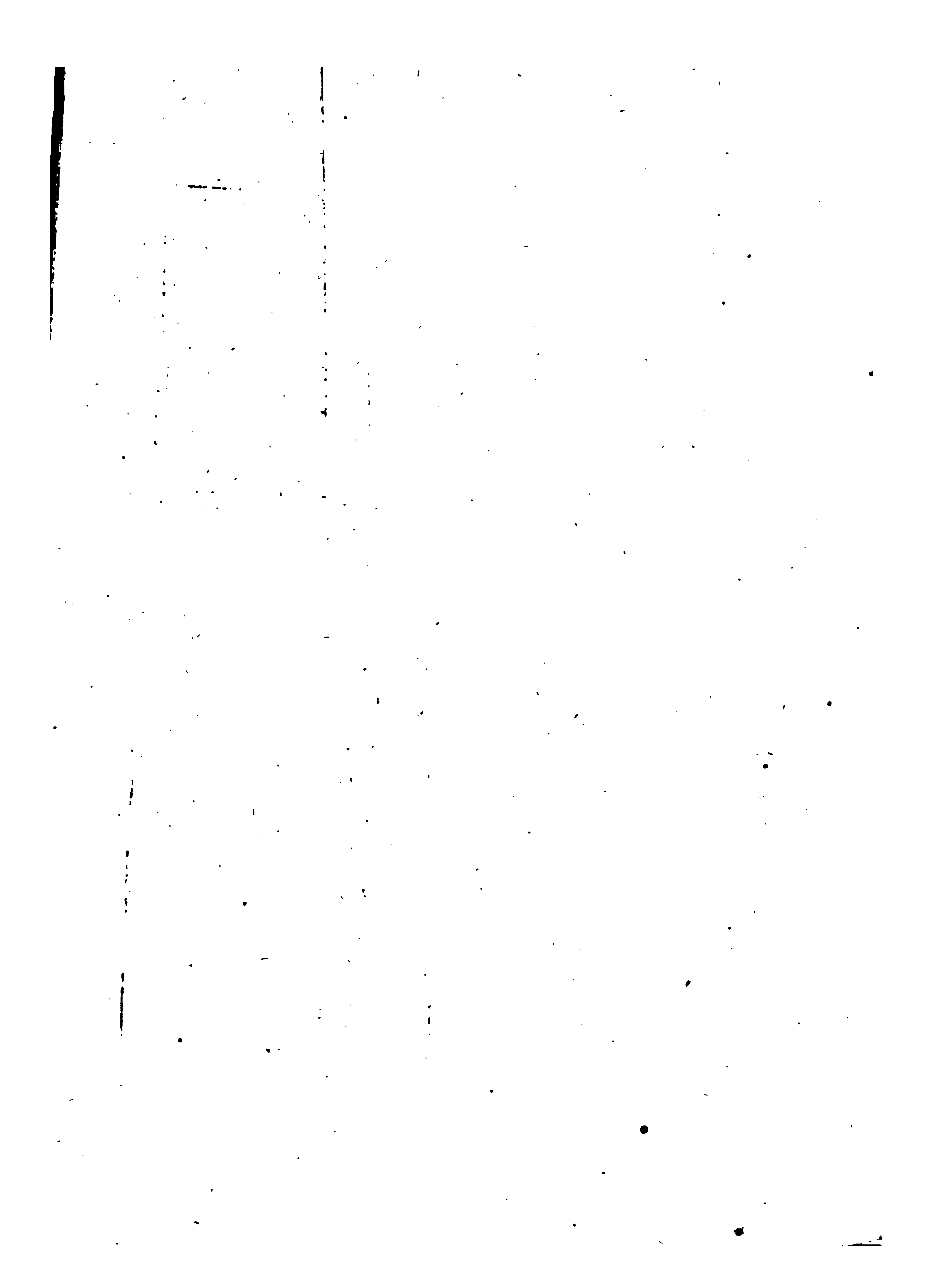
CONSTRUCTION GENERALE DES QUARRE'S MAGIQUES.

PAR M. SAUVEUR.

20. Decem. 1709. & 3. Dec. 1710.

APRE'S que plusieurs personnes d'un merite connu se sont appliquez à la construction des Quarrés magiques, j'ay cru pouvoir donner des reflexions particulieres que j'ay été engagé de faire par des personnes pour qui j'ay du respect; & je donne des principes si simples & si generaux, que je ne croy pas qu'on en ait besoin d'autres pour épuiser cette matiere, qui n'est que de pure curiosité. Pour montrer la fécondité des principes que j'établis, j'ajoûte les Quarrés composez, les Enceintes, les Croix, les Chassis & les Cubes magiques.


Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 5.



I. *Définitions generales.*

1. Nous appellons icy *Quarré* un quarré divisé en cellules quarrées pour renfermer dans chacune un nombre.

Dans un Quarré il faut considerer les Bandes, les Cellules & les Quartiers.

2. *Les Bandes horizontales* sont formées par les cellules 1. 2. 3. 4. 5. ou 6. 7. 8. 9. 10. &c.

Voyez le 1. Quarré de l'art. 41

Les Bandes verticales par 1. 6. 11. 16. 21. ou 2. 7. 12. 17. 22. &c.

La premiere Diagonale est 1. 7. 13. 19. 25. & la seconde Diagonale est 5. 9. 13. 17. 21.

Les Bandes paralleles à la 1re Diagonale sont 2. 8. 14. 20. 21. & 3. 9. 15. 16. 22. & 4. 10. 11. 17. 23. & 5. 6. 12. 18. 24.

Les Bandes paralleles à la 2de Diagonale sont 4. 8. 12. 16. 25. & 3. 7. 11. 20. 24. &c.

Les Bandes correspondantes sont les bandes également distantes des extremités, comme 1. 5. & 21. 25. de même 2. 22. & 4. 24.

Les Bandes non correspondantes sont deux bandes qui ne sont pas également distantes des extremités, comme 1. 21. & 4. 24.

Dans les Quarrés impairs il y a deux *Bandes moyennes*; sçavoir, l'horizontale 11. 15. & la verticale 3. 23. & *le Centre* 13. est commun aux deux bandes moyennes, & aux deux diagonales.

Dans chaque Bande il y a des *Cellules correspondantes*, & des *Cellules non correspondantes*, & dans les Bandes des impairs il y a une *Cellule moyenne*.

Chaque Quarré est partagé en 4. *Quartiers*; sçavoir, dans les pairs par 2 lignes qui passent par le centre, & dans les impairs par les deux bandes moyennes.

3. *La Racine d'un quarré* est le nombre des cellules de chaque bande, & l'on désignera les quarrés par leurs racines; ainsi le quarré de 9. est celui qui a 9. cellules dans une bande, & 81. dans sa superficie : c'est-pourquoi

si l'on appelle *r* la racine d'un quarré, *rr* marquera le nombre des cellules de ce quarré.

Une Racine est *paire* comme 4. 6. 8. 10. 12. &c. ou impaire comme 3. 5. 7. 9. 11. 13. &c.

Une Racine paire est *pairement paire* comme 4. 8. 12. 16. 20. 24. &c. lorsque sa moitié est paire, & elle est *impairement paire* comme 6. 10. 14. 18. 22. 26. &c. lorsque sa moitié est impaire.

Une Racine impaire est *pairement impaire* comme 5. 9. 13. 17. 21. 25. &c. lorsque ôtant 1. la moitié du reste est paire, & elle est *impairement impaire* lorsque cette moitié est impaire comme 3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. &c.

4. Un *Quarré naturel* est celui qui renferme des nombres qui augmentent par ordre dans chaque bande.

Ces nombres sont ordinairement en *progression simple* arithmetique, ou bien en *proportion interrompuë*.

	1	2	3	4	5
0	1	2	3	4	5
5	6	7	8	9	10
10	11	12	13	14	15
15	16	17	18	19	20
20	21	22	23	24	25

	1	3	4	7	8
0	1	3	4	7	8
8	9	11	12	15	16
17	18	20	21	24	25
29	30	32	33	36	37
38	39	41	42	45	46

5. Ces nombres seront considerés comme composés de deux nombres; sçavoir, de petits nombres que j'appelle 2[ds] *Nombres*, qui sont les mêmes dans chaque verticale, & de grands nombres que j'appelle 1[ers] *Nombres*, qui sont les mêmes dans chaque horizontale; de sorte qu'il suffit de marquer les nombres d'un Quarré naturel une fois par les 1[ers] & 2[ds] nombres.

	1	3	4	7	8
0	0.1	0.3	0.4	0.7	0.8
8	8.1	8.3	8.4	8.7	8.8
17	17.1	17.3	17.4	17.7	17.8
29	29.1	29.3	29.4	29.7	29.8
38	38.1	38.3	38.4	38.7	38.8

6. Pour rendre la construction des Quarrés plus generale nous marquerons les 2[ds] nombres par les lettres *p. q. r. s. t. u.* &c. que nous appellerons 2[des] *lettres*, & les 1[ers]

	p	q	r	s	t
A	Ap	Aq	Ar	As	At
B	Bp	Bq	Br	Bs	Bt
C	Cp	Cq	Cr	Cs	Ct
D	Dp	Dq	Dr	Ds	Dt
E	Ep	Eq	Er	Es	Et

nombres par les lettres *A. B. C. D. E.* &c. que nous appellerons 1res *lettres*.

7. Nous exprimerons aussi les 2^ds nombres par la *moyenne n*, avec les differences qui seront negatives & positives ; & pour avoir la valeur de *n* dans les Quarrés impairs, prenez la somme des 2^ds nombres 1. 2. 3. 4. 5. qui est 15. & la divisés par $r = 5$. vous aurez $3 = n$. & ces nombres seront $n-2$. $n-1$. $n \pm 0$. $n+1$. $n+2$. que nous exprimerons seulement par les seules differences -2. -1. 0. 1. 2. car la quantité de la moyenne *n* est indifferente, pourvû qu'elle surpasse celle de la plus grande negative au moins de 1.

	-2	-1	0	1	2
-2λ	-2λ -2	-2λ -1	-2λ 0	-2λ 1	-2λ 2
-1λ	-1λ -2	-1λ -1	-1λ 0	-1λ 1	-1λ 2
0	0 -2	0 -1	0 0	0 1	0 2
1λ	1λ -2	1λ -1	1λ 0	1λ 1	1λ 2
2λ	2λ -2	2λ -1	2λ 0	2λ 1	2λ 2

Si le Quarré est pair comme de 6. au lieu des 2^ds nombres 1. 2. 3. 4. 5. 6. il faut prendre leur double 2. 4. 6. 8. 10. 12. Alors $n = 7$. & les differences sont les impairs -5. -3. -1. 1. 3. 5. la quantité de *n* doit être impaire & plus grande que le plus grand negatif -5. afin qu'on puisse diviser les nombres qui en viendront, que j'appelleray *faux Nombres* par 2, & réduire ainsi les nombres du Quarré aux plus simples que je regarderay comme les vrais nombres.

8. Les 1ers nombres s'exprimeront par la moyenne *m*, avec de semblables differences multipliées par λ. ainsi dans le quarré de 5. les differences seront -2λ. -1λ. 0. 1λ. 2λ. & dans le quarré de 6. elles seront -5λ -3λ -1λ. 1λ. 3λ. 5λ.

La quantité de λ doit être au moins égale au plus grand des 2^ds nombres, & dans les quarrés pairs il

en doit être au moins la moitié. Il peut être plus petit, pourvû qu'aucune des differences réciproques des 1[ers] nombres ne soit pas égale à aucune de celle des 2[ds] nombres.

La quantité de la moyenne *m* doit être positive & au moins égale au plus grand nombre négatif.

Aux premieres differences des 1[rs] nombres l'on peut ajoûter *des secondes differences*, avec ces conditions, 1°. Qu'elles peuvent être égales ou inégales. 2°. Que leur somme doit être égale à zero. 3°. Qu'il faut les ajoûter par ordre aux 1[res] differences, c'est à dire, les plus grandes 2[des] differences aux plus grandes premieres, les plus petites aux plus petites; ainsi au quarré de 6. les 1[res] & 2[des] differences peuvent être $-5\lambda-4$. $-3\lambda-1$. $-1\lambda-1$. $0-1$. $1\lambda+0$. $3\lambda+3$. $5\lambda+4$.

9. *Un Quarré magique* est une disposition des nombres d'un quarré naturel, telle que la somme des nombres qui sont dans chaque bande horizontale, dans chaque verticale & dans chaque diagonale soit toûjours la même, comme dans ce quarré cy où ces sommes sont 65.

11	2	9	20	23
22	14	5	8	16
19	25	13	1	7
10	18	21	12	4
3	6	17	24	15

10. Les nombres du Quarré magique sont formés par les sommes des 1[ers] & des 2[ds] nombres de l'article 5. Il peut neanmoins y avoir une suite de nombres qui ne peuvent point être compris dans ceux de cet article, & qui forment un Quarré magique; mais ils peuvent s'y rapporter en ajoûtant ou ôtant un même nombre de quelqu'un de ceux qui sont dans chaque bande, comme icy ajoûtant 1. aux nombres qui ont un point. *V. art.* 83.

2.	45	42	12
24	30	32.	15
36	18	21	26.
39	8.	6	48

11. *Un Quarré naturel Geometrique* est une suite de nombre en progression Geometrique simple, ou en proportion Geometrique interrompuë, qui augmente d'ordre dans chaque rang.

1	2	4
8	16	32
64	128	256

L'on

L'on doit considerer les nombres de ce Quarré comme les produits des 1[res] nombres 1. 8. 64. par les 2[ds] nombres 1. 2. 4. ou generalement comme les produits des 1[res] lettres *ABC* par les 2[des] lettres *pqr*, à la difference des quarrés ordinaires qui sont quarrés arithmetiques, dans lesquels il faut prendre la somme des 1[res] & des 2[des] lettres.

	1	2	4
1	1.1	1.2	1.4
8	8.1	8.2	8.4
64	64.1	64.2	64.4

	p	*q*	*r*
A	*Ap*	*Aq*	*Ar*
B	*Bp*	*Bq*	*Br*
C	*Cp*	*Cq*	*Cr*

Un Quarré magique Geometrique est un quarré rempli de nombres tels que le produit de ceux qui sont dans chaque bande horizontale, verticale & diagonale, est toûjours le même comme icy où le produit est 4096 = B^3q^3.

8	4	128
256	16	4
2	64	32

	p 1	*q* 2	*r* 4
A 1	*Bp*	*Ar*	*Cq*
B 8	*Cr*	*Bq*	*Ap*
C 64	*Aq*	*Cp*	*Br*

Ce Quarré magique Geometrique peut être construit précisément comme le Quarré ordinaire, avec ces differences, 1°. Qu'au lieu de prendre des nombres en progression ou proportion arithmetique, il les faut prendre en progression ou proportion Geometrique. 2°. Qu'au lieu d'additionner ou de soustraire, il faut multiplier ou diviser; c'est-pourquoi nous ne parlerons plus des Quarrés magiques Geometriques.

Nous expliquerons dans la suite les Quarrés composés, les Enceintes, les Croix, les Chassis & les Cubes magiques.

II. *Construction des Quarrés magiques impairs par lettres generales.*

12. J'appelle *lettres generales* les 1[res] lettres *A. B. C. D. E.* &c. & les secondes *p. q. r. s. t.* &c. à la difference des

lettres analogues dont nous parlerons dans la Section IV.

Les Quarrés impairs se construisent avec les lettres generales. 1. par diagonales. 2. par indices. 3. par la methode mixte. 4. par la methode desordonnée.

Ces constructions donneront des Quarrés magiques, parceque les lettres seront toutes dans chaque bande horizontale, verticale & diagonale; & si quelques-unes sont repetées dans les diagonales, il faut que les repetées soient égales à celles dont elles occupent la place.

13. Pour construire un Quarré magique impair *par diagonales*, 1°. Dans la 1re bande horizontale mettez par ordre les 1res lettres & les 2des lettres. 2°. Mettez *A* dans les cellules de la 1re diagonale, & les autres 1res lettres dans les cellules des bandes paralleles à la 1re diagonale. 3°. Mettez la derniere 2de lettre *t* dans la 2de diagonale, & les autres 2des lettres dans les cellules des bandes paralleles à la 2de diagonale, & l'on aura le Quarré qui sera magique, pourvû que les lettres repetées dans les diagonales soient moyennes entre les autres de leur espece.

Ap	Bq	Cr	Ds	Et
Eq	*Ar*	*Bs*	Ct	*Dp*
Dr	*Es*	At	*Bp*	*Cq*
Cs	*D* t	*Ep*	A*q*	*Br*
*B*t	*Cp*	*Dq*	*Er*	A*s*

14. Pour construire un Quarré magique impair *par indices*, 1°. Dans la 1re horizontale mettez par ordre les 1res & 2des lettres. 2°. Au-dessus de la 1re bande horizontale écrivés 0. 1. 2. 3. &c. que j'appelle *les indices* des 1res & 2des lettres qui sont dans la 1re bande horizontale; de sorte que 3 est indice de *D* & de *s*. 3°. Mettez devant la 2de cellule de la 1re verticale deux indices 2. 3. qui ne soient pas 0. 1. $r-1=4$, ni aliquotes ou aliquantes de la racine 5 du Quarré proposé *. 4°. Prenez les multiples de 2. qui sont 2. 4. 6. 8. ou 2. 4. 1. 3. en ôtant la racine 5. & les écri-

	0	1	2	3	4
0. 0	Ap	B q	Cr	Ds	Et
2. 3	Cs	*Dt*	*Ep*	*Aq*	*Br*
4. 1	Eq	*Ar*	*Bs*	*Ct*	*Dp*
1. 4	Bt	*Cp*	*Dq*	*Er*	*As*
3. 2	Dr	*Es*	*At*	*Bp*	*Cq*

* *V. art. 15.*

vez dans la 1[re] colomne. 5°. Prenez les multiples de 3. qui sont 3. 6. 9. 12. ou 3. 1. 4. 2. en ôtant aussi 5. vous aurez la 2[de] colomne. 6°. Dans la 1[re] verticale écrivez les 1[res] lettres dont les indices sont dans la 1[re] colomne, & les 2[des] lettres dont les indices sont dans la 2[de] colomne. Au lieu de remplir d'abord la 1[re] horizontale, l'on pouvoit remplir une autre horizontale, & mettre les indices o. o. devant cette bande, & continuer comme cy-dessus. 7°. Dans les cellules de chaque horizontale écrivez d'ordre les 1[res] & les 2[des] lettres, vous aurez un Quarré magique impair par indices, pourvû que s'il y a quelques lettres répetées dans les diagonales, les repetées soient égales à celles dont elles occupent la place.

1.4	Bt	*Cp*	*Dq*	*Er*	*As*
3.2	Dr	*Es*	*At*	*Bp*	*Cq*
o.o	Ap	Bq	Cr	Ds	Et
2.3	Cs	*Dt*	*Ep*	*Aq*	*Br*
4.1	Eq	*Ar*	*Bs*	*Ct*	*Dp*

15. En appellant n l'indice de la 1[re] ou de la 2[de] lettre qui est devant la 2[de] cellule de la 1[re] verticale, aprés o. o, il arrivera plusieurs proprietez.

1. n marquera la difference des indices & des lettres de chaque verticale, $n+1$ la difference des indices des lettres de la 1[re] diagonale, $n-1$ celle de la 2[de] diagonale.

2°. On ne peut point faire de Quarré magique si n est aliquote ou aliquante de r, ou si $n-1$ l'est de $n+1$, ou si l'indice n d'une lettre l'est de l'indice n de l'autre lettre; c'est-pourquoi on ne peut point faire de Quarré magique pair par indices.

3°. Si $n+1=o$, c'est à dire, si $n=r-1$, *A* ou *p* se trouvera seule dans la 1[re] diagonale; & si $n-1=o$ ou $n=1$, la derniere lettre se trouvera seule dans la 2[de] diagonale, & le quarré se trouvera construit par diagonales ou par la methode mixte art. 13. ou 16.

Voyez le 1 Quarré de l'art. 14.

4°. Si $n+1$ est aliquote ou aliquante de r, il y aura plusieurs lettres repetées dans la 1[re] diagonale, comme icy *ADGKN*; & *pub*; & si $n-1$ est aliquote ou aliquante de r, il y aura plusieurs lettres repetées dans la 2[de] diagonale, comme *fruzc*.

Voyez le Quarré suivant.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0. 0	*Ap*	*Bq*	*Cr*	*Ds*	*Et*	*Fu*	*Gx*	*Hy*	*Iz*	*Ka*	*Lb*	*Mc*	*Nd*	*Oe*	*Pf*
2. 4	*Ct*	*Du*	*Ex*	*Fy*	*Gz*	*Ha*	*Ib*	*Kc*	*Ld*	*Me*	*Nf*	*Op*	*Pq*	*Ar*	*Bs*
4. 8	*Ez*	*Fa*	*Gb*	*Hc*	*Id*	*Ke*	*Lf*	*Mp*	*Nq*	*Or*	*Ps*	*At*	*Bu*	*Cx*	*Dy*
6.12	*Gd*	*He*	*If*	*Kp*	*Lq*	*Mr*	*Ns*	*Ot*	*Pu*	*Ax*	*By*	*Cz*	*Da*	*Eb*	*Fc*
8. 1	*Iq*	*Kr*	*Ls*	*Mt*	*Nu*	*Ox*	*Py*	*Az*	*Ba*	*Cb*	*Dc*	*Ed*	*Fe*	*Gf*	*Hp*
10. 5	*Lu*	*Mx*	*Ny*	*Oz*	*Pa*	*Ab*	*Bc*	*Cd*	*De*	*Ef*	*Fp*	*Gq*	*Hr*	*Is*	*Kt*
12. 9	*Na*	*Ob*	*Pc*	*Ad*	*Be*	*Cf*	*Dp*	*Eq*	*Fr*	*Gs*	*Ht*	*Iu*	*Kx*	*Ly*	*Mz*
14.13	*Pe*	*Af*	*Bp*	*Cq*	*Dr*	*Es*	*Ft*	*Gu*	*Hx*	*Iy*	*Kz*	*La*	*Mb*	*Nc*	*Od*
1. 2	*Br*	*Cs*	*Dt*	*Eu*	*Fx*	*Gy*	*Hz*	*Ia*	*Kb*	*Lc*	*Md*	*Ne*	*Of*	*Pp*	*Aq*
3. 6	*Dx*	*Ey*	*Fz*	*Ga*	*Hb*	*Ic*	*Kd*	*Le*	*Mf*	*Np*	*Oq*	*Pr*	*As*	*Bt*	*Cu*
5.10	*Fb*	*Gc*	*Hd*	*Ie*	*Kf*	*Lp*	*Mq*	*Nr*	*Os*	*Pt*	*Au*	*Bx*	*Cy*	*Dz*	*Ea*
7.14	*Hf*	*Ip*	*Kq*	*Lr*	*Ms*	*Nt*	*Ou*	*Px*	*Ay*	*Bz*	*Ca*	*Db*	*Ec*	*Fd*	*Ge*
9. 3	*Ks*	*Lt*	*Mu*	*Nx*	*Oy*	*Pz*	*Aa*	*Bb*	*Cc*	*Dd*	*Ee*	*Ff*	*Gp*	*Hq*	*Ir*
11. 7	*My*	*Nz*	*Oa*	*Pb*	*Ac*	*Bd*	*Ce*	*Df*	*Ep*	*Fq*	*Gr*	*Hs*	*It*	*Ku*	*Lx*
13.11	*Oc*	*Pd*	*Ae*	*Bf*	*Cp*	*Dq*	*Er*	*Fs*	*Gt*	*Hu*	*Ix*	*Ky*	*Lz*	*Ma*	*Nb*

16. Pour construire un Quarré magique impair par *la methode mixte*. 1. Dans la 1re horizontale mettez par ordre les 1res & les 2des lettres. 2. Mettez les 1res lettres par diagonale (*art.* 13.) 3. Mettez les 2des lettres par indices (*art.* 14.). Vous aurez un Quarré magique impair par la methode mixte.

	0	1	2	3	4
0	Ap	Bq	Cr	Ds	Et
3	*Es*	*At*	*Bp.*	*Cq*	*Dr*
1	Dq	*Er*	*As*	*Bt.*	*Cp*
4	Ct	*Dp*	*Eq*	*Ar*	*Bs.*
2	*Br*	*Cs.*	*Dt*	*Ep*	*Aq*

Ou bien mettez les 1res lettres par indices, & les 2des lettres par diagonales.

(A)	B	C	(D)	E	F	(G)	H	I	(K)	L	M	(N)	O	P
-7λ	-6λ	-5λ	-4λ	-3λ	-2λ	-1λ	0	1λ	7λ	3λ	4λ	5λ	6λ	2λ
-105	-90	-75	-60	-45	-30	-15	0.	15.	105.	45.	60.	75.	90.	30.
0.	15.	30.	45.	60.	75.	90.	105.	120.	210.	150.	165.	180.	195.	135.
7	17	33	49	65	81	91	113	129	225	161	177	193	209	145
35	51	61	83	99	120	131	222	163	179	190	202	137	3	21
69	90	101	117	133	224	160	172	182	198	139	5	23	31	53
103	119	130	217	152	168	184	200	141	1	25	39	60	71	87
122	213	154	170	186	196	143	9	32	41	57	73	89	100	112
156	166	188	204	150	11	29	43	59	70	82	92	108	124	215
195	206	147	13	31	40	52	62	78	94	110	126	211	158	171
149	10	24	32	48	64	80	96	106	128	219	165	176	192	208
20	34	50	66	76	98	114	135	221	162	178	194	205	142	2
46	68	84	105	116	132	223	164	175	187	197	138	4	22	36
86	102	118	134	220	157	167	183	199	140	6	18	38	54	75
115	127	212	153	169	185	201	136	8	26	45	56	72	88	104
214	155	171	181	203	144	15	28	42	58	74	85	97	107	123
133	189	210	146	12	30	44	55	67	77	93	109	125	216	151
207	148	14	25	37	47	63	79	95	111	121	218	159	180	191
(p)	q	[r]	s	t	[(u)]	x	y	[z]	a	(b)	[c]	d	e	[f]
-1	-6	-5	-4	-3	-2	-7	0	1	7	3	4	5	6	2
7	2	3	4	5	6	1	8	9	15	11	12	13	14	10

17. Pour conſtruire un Quarré magique par *la methode deſordonnée*, mettez (*comme dans l'art.* 14.) les indices ſur la 1re horizontale, & mettez-les devant la 1re verticale dans tel ordre qu'il vous plaira, enſorte que deux mêmes indices ne ſe rencontrent pas enſemble, achevez comme dans l'art. 14.

	0	1	2	3	4
0. 0	Ap	Bq	Cr	Ds	Et
1. 3	Bs	*Ct*	*Dp*	*Eq*	*Ar*
4. 2	Er	*As*	*Bt*	*Cp*	*Dq*
2. 4	Ct	*Dp*	*Eq*	*Ar*	*Bs*
3. 1	Dq	*Er*	*As*	*Bt*	*Cp*

III. *Construction en nombres des Quarrés magiques impairs faits avec les lettres generales.*

18. S'il n'y a aucune lettre repetée dans la diagonale comme au Quarré 5. de l'art. 14. 1°. Prenez pour valeur des 2[des] lettres *p. q. r. s. t.* des nombres tels que 1. 2. 3. 4. 5. rangez-en tel ordre qu'il vous plaira sous ces lettres. 2°. Prenez de même à volonté les nombres 0. 5. 10. 15. 20. pour les 1[res] lettres *ABCDE*, ensorte neanmoins que leur plus petite difference soit au moins égale au plus grand 2[d] nombre 5. *3°. Dans la premiere cellule mettez $4 = 0 + 4 = A + p$, qui sont dans la 1[re] cellule du Quarré de l'art. 14. 4°. Dans la 2[de] cellule mettez $16 = 15 + 1 = B + q$. & ainsi de suite, vous aurez un Quarré magique en nombre formé sur le 1[er] Quarré magique en lettres de l'art. 14.

* *v. art. 8.*

A	*B*	*C*	*D*	*E*
0.	15.	10.	20.	5
4	16	13	25	7
12	22	9	1	8
6	3	20	12	24
17	14	21	8	5
23	10	2	19	11
p	*q*	*r*	*s*	*t*
4	1	3	5	2

19. Si une 2[de] lettre est repetée seule dans la diagonale comme [*t*] dans le Quarré de l'art. 13. 1°. Prenez à volonté les differences −3. −2. 0. 1. 4. dans lesquelles soit 0, & dont la somme soit égale à zero. 2°. Ajoûtez à ces differences un nombre positif plus grand que la plus grande difference negative −3. par exemple 4. vous aurez 1. 2. 4. 5. 8. pour valeur des 2[des] lettres *p. q. r. s.*[*t*] en faisant $t = 4$.

Si aucune des 1[res] lettres est repetée dans la diagonale, vous trouverez la valeur de *ABCDE* comme dans l'art. 18.

Mais si une 1[re] lettre est seule repetée dans la diagonale comme (*A*) dans le Quarré de l'art. 13. ou de l'art. 16. 1°. Prenez à volonté les differences −3λ. −2λ. −1λ. 0λ. 6λ. Ajoûtez si vous voulez les secondes differences −2. −1. 0. 0. 3. vous aurez −3λ−2. −2λ−1. −1λ+0. 0λ+0.

(*A*)	*B*	*C*	*D*	*E*
26.	77.	9.	0.	18.
28	82	10	8	22
23	27	85	13	2
1	26	30	79	14
17	4	20	31	78
81	11	5	19	34
p	*q*	*r*	*s*	[*t*]
2	5	1	8	4

$6\lambda + 3$. dans lesquelles il faut qu'il y ait une difference égale à zero. 2°. Faites λ au moins égal au plus grand 2[d] nombre 8. vous aurez les differences en nombres -26. -17. -8. 0. 51. 3°. Enfin à ces differentes ajoûtez 26. qui est au moins égal à la plus grande difference negative, vous aurez 0. 9. 18. 26. 77. pour valeur de (*A*) *B C D E* en faisant *A* égal à 26.

20. Si plusieurs 2[des] lettres sont repetées plusieurs fois dans la 1[re] diagonale que nous distinguerons par ( ), & dans la 2[de] diagonale que nous distinguerons par [ ], comme dans le quarré de 15. de l'art. 15. dont les 2[des] lettres sont (*p*) *q*. [*r*] *s*. *t*. [(*u*)] *x*. *y*. [*z*] *a*. (*b*) [*c*] *d*. *e*. [*f*] entre lesquelles *u* est commune aux deux diagonales. 1°. Donnez une difference -2 à volonté à la lettre [(*u*)]. 2°. Donnez aux lettres (*p*) [(*u*)] (*b*) les differences à volontez -1. -2. 3. dont la somme soit égale à zero : donnez de même aux lettres [*r*] [(*u*)] [*z*] [*c*] [*f*] les differences -5. -2. 1. 4. 2. 3°. Donnez aussi aux autres lettres les differences -6. -4. -3. -7. 0. 7. 5. 6. ensorte que la somme de toutes les lettres soit aussi égale à zero. 4°. Ajoûtez à ces nombres le positif 8. qui soit plus grand que le negatif -7. vous aurez 7. 2. 3. 4. 5. &c. pour 2[ds] nombres.

Voyez les Quarrés, pp. 100. 101.

Si les 1[res] lettres ne sont point repetées, faites comme dans l'art. 18. & si plusieurs sont repetées comme (*A*) (*D*) (*G*) (*K*) (*N*) dans le quarré de 15. 1°. Donnez à ces lettres les differences à volonté -7λ. -4λ. -1λ. 7λ. 5λ. dont la somme soit égale à zero. 2°. Donnez aussi aux autres lettres des differences dont la somme soit aussi égale à zero. 3°. Faites λ égal au plus grand 2[d] nombre 15. vous aurez -105. -90. 75. -60. &c. Enfin en ajoûtant le positif 105. égal au plus grand negatif -105. vous aurez les 1[rs] nombres 0. 15. 30. 45. 60. &c. & faites ensuite le quarré en nombres comme dans l'art. 18.

21. Si le Quarré magique est construit par la methode desordonnée (*art.* 17.) vous trouverez à peu prés de même les differences des 2[des] lettres *p*, 0 : *q*, 1 : *r*, 2 : *s*, -2 : *t*, -1. & des 1[res] lettres *A*, -1λ. *B*, 0λ. *C*, 1λ : *D*, -2λ : *E*, 2λ.

V. le 2d Quarré art. 14.

22. Remarquez que si selon l'article 14. l'on commence par remplir l'horizontale moyenne, & que l'on donne les mêmes differences aux lettres également distantes du centre, le Quarré magique en nombres aura pour proprieté que la somme des nombres qui sont dans deux cellules également distantes du centre, & qui sont rangez dans une ligne qui passe par le centre, est toûjours double du nombre qui est au centre.

23. De plus dans tout Quarré magique l'on pourra toûjours échanger une bande contre une autre parallele, si la somme des nombres qui sont dans les 2. cellules de la 1re diagonale est égale à la somme des deux nombres qui doivent s'y placer, & si la même chose arrive dans la 2de diagonale; d'où il arrive que dans certains cas plusieurs bandes peuvent être échangées, ce que l'on appercevra plus aisément, si au lieu des nombres le Quarré magique est formé avec les differences.

IV. *Définitions des Quarrés magiques par lettres analogues.*

La seconde maniere generale de construire des Quarrés magiques, est par les lettres analogues qui conviennent également à la construction des Quarrés pairs & des Quarrés impairs.

24. Deux lettres sont *analogues* lorsqu'étant semblables l'une est minuscule & l'autre majuscule, comme $a\,A$ & $p\,P$, ensorte que leurs valeurs en nombres ayent la même difference l'une negative & l'autre positive : par exemple $a = m - 2\lambda$, $A = m + 2\lambda$, de même $p = n - 1$, $P = n + 1$. de sorte que la somme de deux 1res lettres analogues est toûjours égale à $2m$, & la somme de deux 2des lettres analogues est toûjours égale à $2n$, & par conséquent la somme de deux 1res lettres analogues est toûjours égale à la somme de deux autres 1res lettres analogues; ainsi $a + A = b + B = 2m$, de même deux 2des lettres

lettres analogues sont égales à deux autres 2[des] lettres analogues, ainsi $p+P=r+R=2n$.

25. Les *Quarrés impairs* outre les analogues, ont les moyennes M, n, dont les differences sont o.

Les differences des lettres sont ou des nombres ordonnez en progression continuë comme 1. 2. 3. 4. 5. &c. ou ils sont des nombres desordonnez 1. 2. 5. 7. 11. &c.

Les *Quarrés pairement impairs* ont les minuscules & par conséquent les majuscules en nombre pair, comme dans le quarré de 9. *Voyez l'art.* 3. 7. *&* 8.

1res lettres	*a*	*b*	*c*	*d*	*M*	*D*	*C*	*B*	*A*
{ *moyennes*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*
{ *& differences*	-4λ	-3λ	-2λ	-1λ	0	1λ	2λ	3λ	4λ
diff. en nombres	-36	-27	-18	-9	0	9	18	27	36
1ers nombres	0	9	18	27	36	45	54	63	72

2des lettres	*p*	*q*	*r*	*ſ*	*n*	*S*	*R*	*Q*	*P*
{ *moyennes*	*n*	*n*	*n*	*n*	*n*	*n*	*n*	*n*	*n*
{ *& differences*	—4	—3	—2	—1	0	1	2	3	4
2ds nombres	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Pour avoir les 2[ds] nombres, faites $n-4=1$: donc $n=5$, $P=9$, &c.

Pour avoir les 1[rs] nombres, faites $\lambda=P$: vous aurez les differences en nombres $-36.-27$ &c. ensuite faites $m-36=0$, donc M ou $m=36$ & $a=0$ &c.

Les *Quarrés impairement impairs* ont les minuscules en nombre impair comme dans le quarré de 7.

1res lettres	*a*	*b*	*c*	*M*	*C*	*B*	*A*
{ *moyennes*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*
{ *differences*	-5λ	-2λ	-1λ	0	1λ	2λ	5λ
{ *& 2des differences*	-2	-1	-1	0	1	1	2
differences totales	-47	-19	-10	0	10	19	47
1ers nombres	0	28	37	47	57	66	94

2des lettres	p	q	r	n	R	Q	P
moyennes	n	n	n	n	n	n	n
& differences	-4	-3	-1	0	1	3	4
2^{ds} nombres	1	2	4	5	6	8	9

26. Les *Quarrés pairs* n'ont point les lettres moyennes M & n, & les differences sont des nombres impairs ou ordonnez, comme 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. ou desordonnez comme 1. 5. 11. 13. 21. 45. &c.

Les *Quarrés pairement pairs* ont les minuscules en nombre pair. *Voyez l'art.* 3.

1res lettres	a	b	c	d	D	C	B	A
moyennes	m	m	m	m	m	m	m	m
& differences	-7λ	-5λ	-3λ	-1λ	1λ	3λ	5λ	7λ
diff. en nombres	-28	-20	-12	-4	4	12	20	28
1^{rs} nombres	0	8	16	24	32	40	48	56

2des lettres	p	q	r	s	S	R	Q	P
moyennes	n	n	n	n	n	n	n	n
& differences	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7
faux nombres	2	4	6	8	10	12	14	16
2^{ds} nombres	1	2	3	4	5	6	7	8

Pour avoir les faux nombres*, faites $n - 7 = 2$: donc $n = 9$. Ensuite vous aurez les faux nombres dont les moitiez forment les 2^{ds} nombres 1. 2. 3. &c.

* *V. art. 7.*

Pour avoir les 1^{rs} nombres, faites $\lambda = \frac{1}{2} P = 4$, vous aurez les differences en nombres : enfin faites $m - 7\lambda$ ou $m - 28 = 0$. Vous aurez $m = 28$, d'où vous tirerez la valeur des 1^{rs} nombres, 0. 8. 16. 24. &c.

Les *quarrez impairement pairs* ont les lettres minuscules en nombre impair comme dans le quarré de 6. *a b c C B A* : *p q r R Q P*.

27. Un quarré magique est *par analogie* lorsque dans chaque bande horizontale, verticale & diagonale chaque lettre a son analogue, ou chaque difference positive

a son égale négative : dans les Quarrés impairs chaque bande horizontale & verticale doit avoir une fois les moyennes *M* & *n*, & chaque diagonale les doit avoir une fois ou en nombre impair.

28. Un quarré magique par analogie est par bandes continuës ou *conjuguées* lorsque la même lettre minuscule & majuscule, ou la même difference négative & positive remplit seule deux bandes que j'appelle conjuguées.

Dans les quarrés impairs les cellules des bandes moïennes servent de cellules conjuguées aux lettres qui ont leur place occupée par une lettre moyenne, & elles servent de cellules directes pour les lettres qui remplissent la bande où elles se trouvent.

Voyez les Quarrés suivans.

On trouve horizontalement les bandes moyennes conjuguées des 1res lettres, & verticalement celles des 2es lettres.

Un Quarré est *par bandes interrompuës* lorsque la même lettre ou la même difference est en plus de deux bandes.

29. Un Quarré magique par bandes conjuguées est *par bandes correspondantes* *, lorsque les bandes conjuguées sont également distantes du milieu ou des extremitez. Ce Quarré est *par bandes non correspondantes*, lorsque les bandes conjuguées n'en sont pas également distantes ; enfin ce Quarré est *par bandes mixtes*, lorsque les unes sont correspondantes & les autres ne le sont pas.

* art. 1.

Dans chaque bande il y aura aussi des *cellules correspondantes* & *non correspondantes*.

30. Dans les cellules de deux bandes conjuguées d'une lettre, j'appelle *lettres conjuguées* les deux lettres qui sont l'une dans la cellule d'une bande, & l'autre dans la cellule de l'autre bande conjuguée qui est vis à vis la premiere & qui ont même 1[re] & 2[e] lettre. Ainsi deux 1[res] lettres conjuguées sont posées verticalement, & deux 2[es] lettres conjuguées sont horizontales.

J'appelle *lettres directes*, les deux lettres qui sont dans deux cellules de l'une des bandes conjuguées d'une lettre & qui sont accompagnées d'une même lettre. Ainsi deux

1[res] lettres directes sont horisontales, & deux 2[es] lettres directes sont verticales.

J'appelle enfin lettres opposées, celles qui n'étant point directes ni conjuguées sont accompagnées d'une même lettre : elles sont ordinairement aux angles opposées d'un quadrangle.

31. Un Quarré est *par reciprocation*, lorsque dans une bande horisontale, verticale ou diagonale il y a des lettres sans analogues, en la place desquelles il y en a d'autres que j'appelle *reciproques*, dont la somme est égale à la somme des analogues dont elles occupent la place, ou plus simplement lorsque la somme des differences des lettres qui sont sans analogues sont égales à zero.

32. Un Quarré est par *excedans & défaillans*, lorsque dans une bande la somme des 1[res] lettres étant plus grande que *rm* *, en même tems la somme des 2[es] lettres est plus petite que *rn* de la même quantité ; ensorte que la somme de tous les nombres de cette bande, soit toûjours égale à *rm*+*rn*, ou bien reciproquement lorsque la somme des 1[res] lettres est plus petite & celle des 2[es] lettres est plus grande de la même quantité.

* *V. les art.* 3. 7. 8.

33. Un Quarré magique est avec *des lettres étrangeres*, lorsqu'ayant d'abord pris autant de 1[res] & de 2[es] lettres qu'il en faut pour construire ce Quarré & que j'appelle *naturelles*, l'on en ajoûte d'autres que l'on met en la place de quelques-unes des lettres naturelles, comme si pour faire un Quarré de 8 au lieu des seules lettres *a b c d D C B A* on y ajoûte *e E*, ces deux lettres seront regardées comme étrangeres.

34. *Un Quadrangle* sont quatre cellules qui n'ont qu'une même 1[re] lettre & une même 2[e] lettre avec leurs analogues combinez de toutes les manieres differentes comme *ap*, *aP*, *Ap*, *AP*.

Dans un Quadrangle formé par quatre bandes conjuguées, il y a des lettres conjuguées, des lettres directes, & des lettres opposées par les angles. *Voyez l'art.* 30.

35. Dans les Quarrés par bandes conjuguées nous nous

servirons d'indices qui seront les nombres ordonnez 1. 2. 3. 4. 5. &c. negatifs & positifs : & dans les impairs on ajoûtera o. *Voyez les quarrez de l'art.* 47.

V. *Maximes pour la construction des Quarrés magiques par bandes conjuguées.*

36. Pour prouver qu'un Quarré par bandes conjuguées est magique, il faut démontrer que dans chaque bande horizontale, verticale & diagonale, chaque lettre a son analogue, & que dans les impairs les moyennes *M* & *n* sont une fois dans les bandes horizontales & verticales, & en nombre impair dans les diagonales ; de plus qu'aucune quantité n'est point repetée deux fois, c'est à dire, que dans deux cellules deux homologues ne sont point accompagnez de deux autres homologues.

37. Pour changer un Quarré magique par bandes conjuguées en nombres, il faut attribuer aux lettres des valeurs en nombres selon les art. 25. & 26. rangeant ces valeurs en nombres sous les lettres dans tel ordre qu'on voudra, pourvû que la somme des deux analogues soit toûjours égale à 2*m* ou à 2*n* ; ensuite l'on changera les lettres du Quarré magique en nombres comme dans l'article 18.

Mais pour construire un Quarré magique en lettres par bandes conjuguées, il faut avoir present les maximes suivantes, qu'il faut observer aussi-tôt que les occasions se presentent.

38. Aussi-tôt qu'on met une lettre dans une cellule, il faut mettre son analogue conjuguée dans la cellule conjuguée.

V. art.28. & 30.

Dans les impairs si la place d'une lettre conjuguée est occupée par une lettre moyenne, il faut mettre cette lettre conjuguée dans la cellule moyenne conjuguée.

39. Dans une diagonale aussi-tôt qu'on a mis une lettre, il faut mettre dans la même diagonale son analogue qui doit être dans l'autre bande conjuguée de cette let-

tre ; ce qui produit deux homologues dans chaque bande conjuguée par l'art. 38.

Dans les impairs si la place de cette analogue est occupée par une moyenne, il la faut placer au centre.

40. Dans les impairs aussi-tôt qu'on a mis une lettre dans une bande moyenne, il faut mettre son analogue dans la même bande vis à vis la moyenne de la bande conjuguée de cette lettre, & ensuite il faut mettre la conjuguée analogue de cette derniere lettre par l'article 38.

41. Aussi-tôt qu'une bande a la moitié de ses cellules remplies d'une minuscule, il faut remplir les autres cellules de sa majuscule, & réciproquement.

42. Dans un quadrangle qui a deux lettres opposées homologues, aussi-tôt qu'on a accompagné l'une de ces homologues d'une lettre, il faut mettre son analogue avec l'autre (autrement l'on auroit le même nombre) & ensuite il faut mettre leurs conjuguées analogues selon l'article 38.

43. Dans un quadrangle qui a deux directes analogues, aussi-tôt qu'on accompagne l'une d'une lettre, il faut accompagner sa conjuguée de l'homologue de cette lettre, autrement les opposez seroient égaux, & ensuite il faut mettre par analogie les conjuguées de ces nouvelles lettres par l'article 38.

44. Dans les Quarrés impairs on peut placer differemment les moyennes *M* & *n* ; mais de quelques manieres qu'on les place, il doit y avoir une fois *Mn* dans une cellule ; de plus il ne doit y avoir qu'un *M* & un *n* dans chaque horizontale & dans chaque verticale, & en nombre impair dans chaque diagonale.

1°. Dans un Quarré par bandes correspondantes mettez *Mn* au centre, & *M*, *M*, *n*, *n*, dans les 4 cellules d'un quadrangle de chaque lettre.

2°. Si l'on ne met point de moyenne au centre, il la faut mettre dans chaque diagonale en la place d'une même lettre dont les bandes conjuguées ne sont pas correspondantes.

3°. Hors les diagonales l'on peut mettre les moyennes dans les angles opposez d'un quadrangle.

4°. Dans les grands Quarrés on peut les mettre dans tel ordre qu'on voudra selon l'art. 44.

45. Aussi-tôt qu'on accompagne une moyenne d'une lettre, il faut accompagner l'autre moyenne conjuguée de son analogue, & mettre dans la cellule moyenne sa directe homologue : (si les moyennes *M*, *M*, *n*, *n*, sont dans des cellules opposées d'un quadrangle, cette directe moyenne peut être analogue); il faut enfin mettre les conjuguées analogues de toutes ces lettres accompagnantes, ce qui produit dans chaque bande conjuguée 2, 3 ou 4 homologues.

46. Aprés avoir satisfait aux conditions précédentes, si l'on pose une nouvelle lettre qui doit procurer des homologues dans sa bande, il faut ordinairement la mettre analogue de celle qui est la plus repetée dans cette bande.

VI. *Construction generale des Quarrés magiques par bandes conjuguées.*

47. Un Quarré étant fait avec ses cellules vuides, *mettez les indices au-dessus & à côté du Quarré*, selon l'art. 35.

Aux indices joignez les lettres, ayant chacune leur analogue, mettant les 2des lettres au-dessus du Quarré, & les 1res lettres à côté dans tel ordre qu'on voudra, chaque lettre & son analogue marqueront leurs bandes conjuguées.

Si chaque lettre & son analogue ont un même indice, le Quarré sera par bandes correspondantes, autrement il sera par bandes non correspondantes ou mixtes, qui ont des varietez differentes pour la pratique, selon que deux lettres analogues ont mêmes ou differens indices, soit que les 1res lettres ayent les mêmes indices que les 2des lettres, ou dans le même ordre, ou dans different ordre, soit qu'ils ayent des indices differens.

Les Quarrés les plus faciles à construire sont les Quar-

	p -5	*q* -4	*r* -3	*R* -2	*ſ* -1	0	*S* 1	*t* 2	*Q* 3	*T* 4	*P* 5
a -5	M p	Ä Q	ä R	ä r	Ä ſ	a P	Ä S	á t	Ä q	Á T	a n
b -4	B̈ p	b q	M Ṙ	Ḃ n	b' S	Ḃ ṙ	B' ſ	b' T.	b̈ Q	b t.	B̈ P
c -3	ć p	C̈ Q.	c r	C, R	M Ṡ	ċ ſ	ċ n	c' t	C̈. q.	C' T	C' P
d -2	d̈ p	D̈ q	d̈ r	d̈ R	D. ſ	D. t.	d S	D. T.	M Q	D n	d̈ P
e -1	é P	M q	E. r	E' R	e ſ	e Q	E. S	e T	e n	E' t	E' p
0	a. p	e q	Ḃ Ṙ	ḃ ṙ	ċ Ṡ	M n	Ċ ſ	E T.	D Q	d. t.	A. P
D 1	D̈ P	d̈ q	D̈ R	D̈ r	d', ſ	d. T.	D S	d. n	d̈ Q	M t.	D̈ p
C 2	C' P	c̈ Q	C r.	c. R.	C̈ n	Ċ Ṡ	M ſ	C t	c̈. q	c' T	ć p
E 3	E' P	E n	ë. r.	ë R.	E ſ.	E q	é. S.	M T	E Q	é t.	é p
B 4	b̈ P	B Q.	ḃ n	M r	B̈' S	ḃ R̈	b̈' ſ	B̈ t	B̈ q.	B T	b̈ p
A 5	A, n	ä Q	Ä R	Ä r	ä S	A p	ä ſ	A' t	ä q	á T	M P

	p -5	*q* -4	*r* -3	*R* -2	*ſ* -1	*S* 1	*t* 2	*Q* 3	*T* 4	*P* 5
a -5	a p	á q	Ä R	Ä r	Ä S	Ä ſ	ä T	A' Q	ä t	a P
b -4	B̈ p	b q	b' R	B' r	B̈ S	B̈ ſ	b̈ T.	b̈ Q	b̈ t.	B̈ P
c -3	c̈ p	C̈ Q.	c' r	C' R	C̈ S	C̈ ſ	c̈ T	C. q.	c̈ t	c̈ P
d -2	d̈ p	D̈ q	D' r	d R	D. ſ	d S	D. Ṫ	D̈ Q	d' t.	d̈ P
e -1	é P	E' Q	E. r	é R	e ſ	E. S	E' t	é Q	é T	E' p
D 1	D̈ P	d̈ Q	d' R	D r	d'. ſ	D S	d'. T	d̈ q	D' t	D̈ p
C 2	C̈ P	c̈ Q	C r.	c'. R̈.	c̈ ſ	c̈ S	C t	c. q	C̈ T	C̈ p
E 3	E' P	é q	é. r.	E' R.	E ſ	é. S	é t	E Q	E' T	é p
B 4	b̈ P	B Q.	B' R	b' r	b̈ S	b̈ ſ	B̈ t	B̈ q.	B T	b̈ p
A 5	A p	A' q	ä R	ä r	ä S	ä ſ	Ä t	á Q	Ä T	A P

rés par bandes correſpondantes, & les plus difficiles ſont les Quarrés dont les 1res & 2des lettres ont les mêmes indi-ces dans differens ordres.

48. Aux Quarrés impairs placez les moyennes *M*, *n*. 1°. Si les bandes ſont correſpondantes, mettez *M n* au centre

centre, & M, M, n, n aux 4 cellules d'un quadrangle de chaque lettre. 2°. En general obſervez l'art. 44.

49. *Garniſſez la 1re diagonale & ſa ſuite.* Pour garnir la 1re diagonale, il faut mettre dans chaque cellule les deux lettres des indices qui lui répondent, ſa ſuite eſt l'art. 38.

Si le Quarré eſt impair, il faut garnir les places qui ne ſont pas occupées par les moyennes; & ſi une moyenne occupe la place d'une conjuguée analogue, il faut mettre cette analogue dans ſa cellule moyenne conjuguée. *

* *art.* 28.

Nous marquons dans les Quarrés précedens & dans le ſuivant les lettres de la 1re conjuguée diagonale & leur ſuite par des lettres Romaines.

50. *Garniſſez la 2de diagonale de 1res lettres & leur ſuite.* Si deux 1res lettres analogues ont mêmes indices, leurs conjuguées auront garni deux cellules de la 2de diagonale, & dans les impairs il pourra y avoir des M dans d'autres cellules; mais dans les cellules vuides mettez les 1res lettres par analogie à celles de la 1re diagonale ou à celles des indices: on peut les mettre par homologie dans les grands Quarrés, la ſuite eſt auſſi l'art. 38. & dans le Quarré de 4. & de 5. l'art. 41.

51. *Garniſſez la 2de diagonale de 2des lettres & leur ſuite.* Si les 2des lettres analogues ont mêmes indices, il y aura des cellules garnies de 2des lettres dans la 2de diagonale, & dans les Quarrés impairs il pourra y avoir des n dans d'autres cellules.

Si deux 1res & deux 2des lettres ont les mêmes indices dans un ordre different, c'eſt à dire, les unes le même poſitif & negatif, & les autres tous deux negatifs ou tous deux poſitifs, il faut prendre garde à l'art. 42. Dans les autres cellules faites comme dans l'art. 50. la ſuite ſont les art. 38. 42. & 43.

Nous marquons les lettres de la 2de diagonale & leur ſuite par des lettres Italiques avec un point au côté droit.

52. *Accompagnez les Moyennes M, n & leur ſuite*, ſelon l'art. 45. 46. 42 & 43. Le quarré ſera plus aiſé, ſi l'on met M, M, n, n, dans les quatre cellules des quadrangles; &

encore plus si on les met tous dans les deux diagonales. Ces lettres seront marquées par un point mis dessus.

53. Dans les quarrez impairement pairs, & impairement impairs, *garnissez au moins une fois par homologie chaque couple de verticales conjuguées de deux* 1res *lettres directes*, c'est afin d'être assûré de pouvoir mettre deux 2es lettres directes par analogie: on s'en peut dispenser dans les verticales où *MMnn* occupent les cellules opposées d'un quadrangle, & lorsque les directes moyennes sont analogues avec celles qui accompagnent les moyennes *M* ou *n* selon l'art. 45.

Nous marquerons les 1res lettres directes homologues chacune de deux points mis dessus.

54. *Garnissez les* 1res *bandes horizontales de* 1res *lettres & leur suite*; & pour cela achevez de mettre dans chaque bande la même lettre majuscule & minuscule, en sorte qu'il y en ait autant de l'une que de l'autre.

Cette disposition de minuscule & de majuscule est telle que les directes sont par homologie que nous marquerons de deux points, ou par analogie que nous marquerons d'un accent. Dans les pairement pairs ou impairement pairs, on peut mettre toutes les directes par homologie. La suite est l'art. 38. pour garnir les 2es bandes conjuguées horizontales.

55. *Garnissez de* 2es *lettres les quadrangles dont les directes sont analogues selon l'art.* 43. & pour cela il faut parcourir par ordre les lettres accentuées* de chaque verticale conjuguée.

* art. 54.

56. *Garnissez de* 2es *lettres les* 1res *verticales & leur suite*. Faites comme dans l'art. 54. le quarré magique sera parfait en lettres.

57. On construira le quarré magique en nombres. 1°. En appliquant aux lettres dans tel ordre que l'on voudra, les nombres trouvez par les art. 25 & 26. ensorte que la somme des nombres appliquez à deux 1res lettres analogues, soit égale à $2m$, & la somme des nombres appliquez à deux 2es lettres analogues soit égale à $2n$. 2°. Dans chaque cellule au lieu des deux lettres prenez

la ſomme des nombres qui marquent leur valeur comme dans l'art. 18.

Il eſt évident que les petits quarrez ne peuvent pas être conſtruits avec autant de varietez que les grands; ainſi il faut les faire à bandes correſpondantes, & avec précaution à bandes non correſpondantes, ſur tout les quarrez impairs.

VII. *Conſtructions particulieres des Quarrés par bandes conjuguées.* *

* art. 28.

58. *Conſtruction d'un Quarré pairement pair par bandes correſpondantes.* *

* art. 2.

	p	q	r	ſ	S	R	Q	P
	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
a -4	a P	ä q	Ä R	Ä S	Ä ſ	Ä r	ä Q	a P
b -3	B̈ p	b q	B̈ R	b̈ ſ	b̈ S	B̈ r	b Q	B̈ P
c -2	C' P	C'Q	c r	C̈ ſ	C̈ S	c R	c' q	c' p
d -1	D̈ p	d'Q	d' r	d ſ	d S	D'R	D' q	D̈ P
D 1	d̈ P	D'Q	D'r	D ſ	D S	d' R	d' q	d̈ d
C 2	c' P	c' Q	C r	c̈ S	c̈ ſ	C R	C' q	C' p
B 3	b̈ P	B q	b̈ R	B̈ S	B̈ ſ	b̈ r	BQ	b̈ p
A 4	A p	Ä q	ä R	ä S	ä ſ	ä r	ÄQ	A P

1°. Mettez les Indices & les lettres des Indices *art.* 47. Il faut que les lettres analogues ayent les mêmes Indices.

2°. Dans la 1re diagonale mettez les lettres des Indices qui leur répondent, & enſuite leurs analogues conjuguées* qui rempliront la 2e diagonale.

* Art. 38.

3°. Rempliſſez les bandes horizontales des 1res lettres. Il faut que dans chaque bande il y ait autant de majuſcules que de minuſcules; mais on peut les diſpoſer enſorte que toutes les directes ſoient par homologie, ou les unes par homologie & les autres par analogie.

Aprés avoir rempli les 1res bandes horizontales il faut remplir leurs conjuguées par analogie ſelon l'art. 38.

4°. Examinez dans chaque verticale conjuguée ſi deux 1res lettres ſont par analogie, (nous les avons marqué avec des accens;) & alors il faut accompagner leurs conju-

guées de deux 2[es] lettres par homologie.

5°. Achevez de remplir les Verticales de 2[es] lettres, enſorte qu'il y en ait autant de majuſcules que de minuſcules.

59. *Conſtruction des Quarrés magiques pairement pairs par bandes, non correſpondantes.*

Nous ſuppoſons qu'aucune lettre & ſon analogue ayent le même Indice, & que deux 2[es] lettres n'ayent pas les mêmes Indices que deux 1[res] lettres; car dans ce cas nous renvoyons à la ſection VI. Il faut remarquer que les petits Quarrés ne ſont pas ſuſceptibles d'autant de varietez que les grands.

		p	*P*	*q*	*r*	*Q*	*R*	*ſ*	*S*
		-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
a	-4	a p	*a* P	*a Q*	*AR*	a *q*	*Ar*	*AS*	*A ſ*
b	-3	*B* p	b P	*b Q*	*Br*	*B q*	b *R*	*b S*	*B ſ*
c	-2	*C P*	*C p*	c q	*C R*	*c* Q	*C r*	*c ſ*	c *S*
d	-1	*d p*	*D P*	*d q*	d r	*DQ*	*D*R	d *ſ*	*DS*
A	1	A *p*	*AP*	*A* q	*a R*	AQ	*a r*	*a S*	*a ſ*
B	2	*b P*	B *p*	*B q*	*b* r	*b Q*	BR	*B S*	*b ſ*
D	3	*DP*	*d p*	*D Q*	D *r*	*d q*	*d R*	D ſ	*d* S
C	4	*c P*	*c p*	C*Q*	*c R*	C *q*	*c r*	C ſ	C S

1°. Placez les indices comme cy-deſſus, & les lettres dans les circonſtances précédentes.

2°. Rempliſſez la 1[re] diagonale des lettres des indices, & mettez leurs analogues conjuguées.

3°. Rempliſſez la 2[de] diagonale en mettant des lettres qui ſoient analogues à leurs directes de la 1[re] diagonale (on peut les mettre homologues dans les grands Quarrés) mettez enſuite les conjuguées analogues.

4°. Achevez comme dans l'art. 58.

60. *Conſtruction des Quarrés pairement pairs par bandes mixtes.*

Suivez les regles de la conſtruction generale Section VI.

61. *Conſtruction des Quarrés impairement pairs par bandes conjuguées.*

Suivez les articles 58. 59. 60. en leur ajoûtant l'art. 53.

62. *Conſtruction des Quarrés pairement impairs par bandes correſpondantes.*

1°. Mettez les indices & leurs lettres ſelon l'art. 35. ou 47. ou 58.

2°. Mettez les moyennes *M*, *M*, *n*, *n*, dans les angles d'un quadrangle, enſorte que 1°. *M*, *M* auſſi-bien que *n*, *n* ſoient dans les cellules oppoſées d'un même quadrangle. 2°. Qu'il y ait un *M* & un *n* dans chaque horizontale & dans chaque verticale, les diagonales peuvent avoir toutes ces moyennes ou en partie, mais le centre doit avoir *Mn*.

	P -2	*q* -1	*n* 0	*Q* 1	*P* 2
a -2	M p	*A q*	*a* P	*A Q*	*a* n
b -1	B P	b n	b *Q*	M *q*	B p
M 0	*a* p	B *Q*	M n	b *q*	*A* P
B 1	b P	M *Q*	B *q*	B n	b p
A 2	*A* n	*a q*	*A* p	*a Q*	M P

	p -2	*q* -1	*n* 0	*Q* 1	*P* 2
a -2	a p	M Q	A q	A n	a P
b -1	B n	b q	B P	b Q	M p
0	b P	A Q	M n	a q	B p
B 1	M P	B q	b p	B Q	b n
A 2	A p	a n	a Q	M q	A P

3°. Rempliſſez les cellules de la 1re diagonale, en mettant les lettres des indices dans les places qui ne ſont pas occupées par les moyennes; mettez enſuite leurs conjuguées analogues qui ſe trouveront placées dans la 2de diagonale, ou dans la bande moyenne ſi leur place eſt occupée dans la 2de diagonale par *M* ou par *n*.

4°. Rempliſſez la 2de diagonale des lettres qui y manquent, & mettez leurs conjuguées analogues comme cy-deſſus.

5°. Accompagnez de 2des lettres analogues les *M*, *M* des bandes conjuguées *, mettez enſuite leurs conjuguées par analogie & leurs moyennes par homologie : on le peut auſſi par l'analogie; faites la même choſe aux moyennes *n*, *n*. Nous avons marqué les 1res & 2des lettres qui accompagnent *M*, *n*, & leur ſuite par un point.

* *art.* 45.

6°. Achevez le Quarré comme dans l'art. 58.

63. Si le Quarré eſt impairement impair, ajoûtez l'article 53.

64. Si le Quarré impair eſt par bandes non correſpondantes,

1°. Placez les indices comme dans l'article 59. & les

		p	*q*		*P*	*Q*
		-2	-1	0	1	2
a	-2	Mp	*a*Q	*A*P	*A*n	*a*q
b	-1	BP	bn	bq	Bp	MQ
	0	*A*p	Bq	Mn	*a*P	bQ
A	1	*a*n	*A*Q	*a*p	MP	*A*q
B	2	bP	Mq	BQ	bp	Bn

moyennes comme dans l'article 62. alors la construction devient facile, & convient aux petits Quarrés impairs.

2°. Ou placez les indices selon l'article 60. & les moyennes selon l'article 44. alors la construction demande une grande attention pour y appliquer les regles de la Section VI. & les maximes de la Section V. sur-tout dans les petits Quarrés où plusieurs cas sont impossibles.

VIII. *Construction des Quarrés magiques par lettres analogues & par bandes interrompuës.*

65. *Construction des Quarrés magiques impairs par diagonales, par indices & par la methode mixte * avec les lettres analogues.*

* art. 13. 14. 16.

Au lieu des lettres generales de la Section II. mettez les analogues *M a A b B* & *n p P q Q*, & dans les articles 13. & 16. il faut mettre *M* & *n* dans les diagonales en la place des lettres repetées ; ainsi au lieu du Quarré de l'article 14. vous aurez ce Quarré.

		0	1	2	3	4
0.	0	*a p*	*b P*	*M q*	*B Q*	*A n*
2.	3	*M Q*	*B n*	*A p*	*a P*	*b q*
4.	1	*A P*	*a q*	*b Q*	*M n*	*B p*
1.	4	*b n*	*M p*	*B P*	*A q*	*a Q*
3.	2	*B q*	*A Q*	*a n*	*b p*	*M P*

66. *Construction des Quarrés magiques par analogie & par bandes interrompuës.*

Il faut mettre, 1°. dans les deux diagonales telles lettres qu'il vous plaira par analogie.

2°. Il faut placer tellement la 1re lettre *aA*, qu'il y en ait autant dans tout le quarré qu'il y a de cellules dans deux bandes, dont une moitié soit majuscule & l'autre minuscule, ensorte que dans chaque bande horizontale & verticale chaque *aA* ait son analogue : pour faciliter cet arrangement il faut d'abord mettre un point pour *a* & deux

points pour *A*, & quand l'arrangement eſt fait en la place de ces points il faut mettre *a. A.*

3°. Il faut mettre *ppPP* aprés quatre *aaAA* ſelon l'art. 34. enſuite *qqQQ* & ainſi les autres en commençant par les 2[des] lettres qui ſont déja les plus repetées, il faut mettre ces 2[des] lettres avec ces précautions, 1°. qu'on les mette autant qu'on peut par analogie dans chaque horizontale & dans chaque verticale, & à meſure qu'on met une analogue dans une horizontale, mettez un point ſur les deux 2[des] lettres analogues, & un accent ſur les analogues dans chaque verticale.

4°. Il faut faire la même choſe aprés les autres 1[res] lettres en ſuivant les regles generales.

La brieveté de cet Ouvrage ne permet pas d'entrer dans un long détail pour ces ſortes de Quarrés, ni pour les ſuivans.

67. Les autres manieres de conſtruire un Quarré magique par analogie ſont les ſuivantes.

1°. *Par échange de bandes paralleles*, 1°. Il faut avoir un Quarré magique formé par quelqu'une des methodes précedentes. 2°. Au lieu de mettre dans les cellules des lettres ou des nombres, il faut mettre leurs differences. 3°. Conſiderez dans deux bandes paralleles deux quadrangles ou quarrés de cellules dont celles des diagonales ſoient les cellules oppoſées: ſi la ſomme des differences des cellules oppoſées d'un quadrangle eſt égale à la ſomme des differences des deux autres cellules du même quadrangle & que la même choſe arrive à l'autre quadrangle, alors les deux bandes paralleles peuvent être échangées comme dans l'art. 23.

2°. *Par échange de cellules ou de lettres*, 1°. Si deux cellules d'une bande ont les 4 lettres par analogie, elles peuvent être échangées contre deux autres cellules d'une autre bande parallele, mais dans les mêmes bandes perpendiculaires qui auront auſſi 4 lettres par analogie. 2°. Deux lettres directes analogues peuvent être échangées contre deux autres directes analogues dans les mê-

mes bandes perpendiculaires, pourvû que les lettres de l'autre espece soient les mêmes.

L'on peut varier les Quarrés par ces differentes échanges.

3°. *Par lettres étrangeres*, 1°. En mettant 4 lettres étrangeres analogues en la place de 4 lettres naturelles qui sont analogues dans une bande ou dans deux bandes conjuguées, ce qui peut varier. On peut aussi faire ce Quarré pat l'article 66.

IX. *Construction des Quarrés Magiques par les autres manieres.*

* art. 31.

69. *Par Réciprocation**. 1°. Ayez un Quarré Magique fait par analogie selon quelques-unes des Constructions précedentes; mais au lieu de lettres, mettez leurs differences que nous supposons ordonnées: par exemple un Quarré de 8 par bandes correspondantes selon l'art. 58. dont les premieres lettres directes soient homologues, & les 2es lettres directes soient la plûpart analogues.

-7λ -7	7λ 5	-7λ -3	7λ 1	7λ -1	-7λ 3	7λ -5	-7λ 7
5λ 7	-5λ 5	5λ 3	-5λ -1	-5λ 1	5λ -3	-5λ -5	5λ -7
-3λ 7	3λ -5	-3λ -3	3λ 1	3λ -1	-3λ 3	3λ 5	-3λ -7
1λ 7	-1λ -5	1λ 3	-1λ -1	-1λ 1	1λ -3	-1λ 5	1λ -7
-1λ 7	1λ -5	-1λ 3	1λ -1	1λ 1	-1λ -3	1λ 5	-1λ -7
3λ -7	-3λ 5	3λ -3	-3λ 1	-3λ -1	3λ 3	-3λ -5	3λ 7
-5λ -7	5λ 5	-5λ -3	5λ 1	5λ -1	-5λ 3	5λ -5	-5λ 7
7λ -7	-7λ -5	7λ 3	-7λ -1	-7λ 1	7λ -3	-7λ 5	7λ 7

2°. Choisissez deux cellules horizontales $-7\lambda+3$. & $7\lambda-5$, & deux autres correspondantes dans les mêmes bandes verticales, dans lesquelles la somme des differences des 1res lettres -7λ. $+7\lambda$ qui se répondent horizontalement & verticalement, soit égale à zero, & celle des 2es lettres $3.-3:-5.+5$ qui se répondent verticalement, soit aussi égale à zero; &

& dont leurs ſommes priſes horizontalement $3.-5=-2$ & $-3+5=2$ ſoient égales entr'elles, mais l'une poſitive & l'autre negative.

3°. Choiſiſſez 4 ſemblables cellules comme $3\lambda+5$, $-3\lambda-7$ & $-3\lambda-5$, $3\lambda+7$, dont les differences ſoient dans les mêmes circonſtances; mais il ne faut point toucher aux cellules des diagonales.

4°. Echangez les 4 premieres cellules contre les 4 dernieres, le Quarré reſtera magique, & les 4 bandes horizontales auront des lettres réciproques ou ſans analogues.

On peut faire de ſemblables échanges qui peuvent varier indéfiniment, ſoit 1°. En conſtruiſant le même Quarré par bandes non correſpondantes, ou par bandes mixtes; & ſi les deux ſommes des 2[des] lettres ſont égales à zero de tout ſens, on conſtruira un Quarré par bandes interrompuës, comme nous avons dit dans l'art. 66. 2°. On peut de même prendre deux cellules dans des bandes verticales. 3°. Au lieu de prendre dans chaque horizontale deux cellules, on en peut prendre 3 ou davantage avec les mêmes conditions. 4°. Aprés avoir fait une échange, on en peut faire par ordre pluſieurs autres ſemblables. 5°. Au lieu de ſuppoſer que les ſommes des differences des 1[res] lettres ſont égales à zero, on les peut prendre égales entr'elles; mais l'une poſitive & l'autre negative, & faire de même à la ſomme des differences des 2[des] lettres.

L'on peut conſtruire ces Quarrez en mettant des réciproques dans les diagonales.

70. *Par excedans & défaillans* *. Il faut rendre dans une bande l'excés des 1[res] lettres égal au défaut des 2[des] lettres, ou réciproquement le défaut des 1[res] lettres égal à l'excés des 2[des] lettres, afin que la ſomme des 1[res] & des 2[des] lettres de cette bande ſoit égale à $rm+rn$. Il ſuffit d'examiner la maniere de rendre l'excés des 1[res] lettres égal au défaut des 2[des] lettres, parceque l'on a le réciproque en changeant les ſignes des differences; de plus

* V. art. 32.

nous supposerons que les differences sont ordonnées *.

* V. art. 25. & 26.

1°. L'excés des 1[res] lettres est au plus $\frac{1}{4}r\lambda$ dans les Quarrés impairs, & $\frac{1}{2}r\lambda$ dans les Quarrés pairs, & alors $\frac{1}{2}r$ doit être un nombre pair.

2°. Pour avoir l'excés des 1[res] lettres, prenez une ou plusieurs differences dont la somme soit égale à cet excés : par exemple, dans les Quarrés impairs si l'excés est 1λ, prenez 1λ ou 2λ — 1λ ou 3λ — 2λ &c. si l'excés est 2λ, prenez 2λ ou 3λ — 1λ &c. Dans les Quarrés pairs les differences que l'on prend doivent être paires ; ainsi si l'excés est 2λ, prenez 2λ ou 4λ — 2λ ou 6λ — 4λ : si l'excés est 4λ, prenez 4λ ou 6λ — 2λ ou 8λ — 4λ : si l'excés est 6λ, prenez 6λ ou 8λ — 2λ ou 10λ — 4λ ou 6λ + 4λ — 2λ — 2λ.

3°. Pour avoir le défaut des 2[des] lettres, prenez un nombre negatif égal à l'excés des 1[res] lettres, partagez ce nombre en plusieurs parties ; ainsi dans le Quarré de 8 si l'on a pris 2λ = 8, il faut partager —8 en —7 —1 ou —6 —2 ou en —5 —2 —1 &c.

4°. Pour avoir une bande par excedans & défaillans, prenez des differences des 1[res] lettres & 2[des] lettres, dont les sommes soient égales aux excés des 1[res] lettres & aux défauts des 2[des] lettres, ajoûtez ces differences à celles qui sont dans cette bande, vous aurez de nouvelles differences qui rendront cette bande par excedans & défaillans égale à $rm + rn$.

5°. Si l'on veut changer seulement les signes des differences d'une bande, partagez les excés & les défauts en nombres pairs qui soient doubles des differences qui sont dans cette bande, ajoûtez ces differences doubles aux simples qui ont un signe contraire, vous aurez les mêmes differences qui auront seulement changé de signes.

6°. Ayant une bande par excedans & défaillans, l'on peut remplir une bande parallele des analogues des lettres de la précédente bande, & l'on aura une seconde bande par défaillans & excedans.

7°. Le changement que l'on a fait pour rendre une

bande & sa conjuguée par excedans & défaillans, a introduit de nouvelles lettres & a ôté les anciennes qu'il faut remettre en la place de ces nouvelles, en rendant d'autres bandes par analogie, par réciprocation ou par excedans & défaillans, ce qui demande icy un trop grand détail.

71. *Par la methode mixte des lettres analogues*, en mettant les lettres réciproques avec les excedans & défaillans; mais il y aura toûjours des bandes dans lesquelles des lettres auront leurs analogues.

72. *Par Quarré magique composé.* La racine de ce Quarré doit être le produit de plusieurs nombres plus grands que 2, comme $3 \times 3 = 9$. $3 \times 4 = 12$. $3 \times 35 = 105$. ou $7 \times 15 = 105$. &c. Proposons-nous le Quarré de $15 = 3 \times 5$. dont les lettres sont *ABC. DEF. GHI. KLM. NOP. pqr. stu. xyz. abc. def.*

1°. Je divise ces lettres de 3 en 3, (on peut le faire de 5 en 5) & je prens les 1res lettres aprés les divisions *ADGKN. psxad.* que j'appelle *les Indicantes* des petits Quarrés.

2°. Je fais un Quarré magique de 5 avec ces lettres indicantes, j'auray *un Quarré indicant.*

3°. Je divise le Quarré de 15 en 25 petits Quarrés, en marquant plus fort les lignes verticales & horizontales de 3 en 3. Ce grand Quarré sera divisé en 25 petits Quarrés qui répondront aux 25 cellules du Quarré indicant dont les cellules contiendront les lettres indicantes de chaque petit Quarré qui lui répond dans le grand.

4°. Prenez les lettres indicantes *Ap* de la 1re cellule du Quarré indicant, elles marquent qu'il faut prendre les lettres *ABC*, *pqr* pour faire le 1er petit Quarré; de même *Ds* marqueront qu'il faut prendre *DEF*, *stu* pour le 2d petit Quarré, & ainsi des autres.

Le Quarré indicant & les petits Quarrés se construisent selon les methodes précedentes.

5°. Pour mettre en nombre un Quarré magique composé en lettres, il faut avoir égard à la Section III. & aux articles 25 & 26.

X. *Des Enceintes, des Croix & des Chassis magiques.*

Voyez les Quarrés des art. 66. & 77.

73. *Une Enceinte magique* est une ou plusieurs bandes qui entourent un Quarré magique, ensorte que l'enceinte avec le quarré interieur forment un Quarré total qui est aussi magique.

La Croix est un assemblage de deux ou de plusieurs bandes verticales, & d'autant de bandes horizontales ramassées vers le milieu d'un Quarré magique qu'elles separent en 4 quartiers, ensorte que la Croix avec ces 4 quartiers forment encore un Quarré magique.

Le Chassis est aussi un assemblage de deux ou de plusieurs bandes verticales & d'autant de bandes horizontales, mais qui sont separez les unes des autres, & dont les verticales coupent les horizontales dans les diagonales, ensorte que le Quarré magique qui se trouve separé par ce Chassis, forme avec lui un Quarré total qui est encore magique.

74. Une Enceinte peut être formée par une seule bande de chaque côté du quarré renfermé, ou par plusieurs bandes. Nous les appellerons Enceinte à simple bande, à double, à triple bande, &c.

Un Quarré magique peut être enfermé par une seule enceinte magique ou par plusieurs, qui sont telles qu'en ôtant une ou plusieurs enceintes les plus exterieures, le quarré restant est toûjours magique, chacunes de ces Enceintes peuvent être à simple bande, à double bande, &c.

Une Enceinte a des bandes horizontales & verticales qui sont entieres, & des bandes horizontales, verticales & diagonales qui sont interrompuës.

Le quarré renfermé dans une Enceinte peut être formé par ses lettres naturelles sans lettres étrangeres, que nous appellerons *lettres anciennes*; mais il en faut d'autres pour former l'enceinte, que nous appellerons *lettres nouvelles*;

& en ce cas l'enceinte contient autant de 1res & de 2des lettres nouvelles, qu'il y a de bandes horizontales au haut du Chassis; de plus le nombre de chaque lettre nouvelle avec ses analogues est égal au nombre des cellules de deux bandes entieres, & le nombre de chaque lettre ancienne avec ses analogues qui doivent servir à former l'enceinte, est égal au nombre des cellules de deux bandes interrompuës; enfin chaque ancienne lettre doit être accompagnée d'une nouvelle.

Si l'on se sert des lettres nouvelles comme de lettres étrangeres pour former le quarré renfermé *, il faut les remplacer dans l'enceinte par les lettres anciennes dont elles occupent la place.

* art. 67.

La somme des differences des lettres qui remplissent une bande entiere ou une bande interrompuë d'une enceinte, doit être égale à zero; c'est-pourquoy dans une enceinte à bande unique, les cellules opposées d'une bande interrompuë ont leurs lettres analogues.

On regle les lettres de chaque bande entiere & de chaque bande interrompuë comme celles des deux Quarrés par lettres analogues, qui auroient leurs racines égales au nombre des cellules d'une bande entiere & d'une bande interrompuë. La petite racine est toûjours paire, & elle est pairement ou impairement paire, si le nombre des bandes de chaque côté du Chassis est pair ou impair. A l'égard de la grande racine elle est paire ou impaire, si le quarré renfermé est pair ou impair; c'est-pourquoy on reglera la construction d'un Chassis par celle des deux Quarrés qui auront pour racines les nombres des cellules d'une bande entiere & d'une bande interrompuë du Chassis, & on construira plusieurs Chassis autour d'un Quarré, en commençant par les Chassis les plus interieurs, & finissant par les plus exterieurs, & en considerant les Chassis déja construits avec le Quarré renfermé, comme s'ils ne formoient ensemble qu'un seul Quarré.

75. Les Enceintes peuvent être construits en general par analogie, par réciprocation, & par excedans & défail-

lans. Il y en a qui ne peuvent pas être construits par analogie, comme les enceintes à bande unique, & dont la grande racine est impairement paire; d'autres par excedans & défaillans, comme l'enceinte à bande unique dont la grande racine est 5.

A l'égard des bandes interrompuës, les horizontales peuvent s'échanger les unes contre les autres aussi-bien que les verticales, parcequ'elles n'ont rien à ménager du côté des diagonales.

76. Dans une Enceinte à bande unique il ne faut avoir égard qu'à la bande horizontale superieure, & qu'à la premiere verticale qui forment ensemble une équerre, laquelle a la cellule *angulaire* (*cq*) commune aux deux bandes, & dont les lettres sont par consequent homologues pour l'une & pour l'autre bande, & les cellules *extrêmes* [*CR*] [*cr*] dont les lettres sont analogues, les autres cellules des bandes interrompuës, comme *CQ*, *aR*, *AR*, *Br* sont *les moyennes*, de leur bande. A l'égard des deux autres bandes correspondantes de l'Enceinte, elles ont leurs lettres analogues à celles de l'équerre qui leur répondent par diagonale, horizontalement ou verticalement.

ENCEINTE.

cq	CP	cP	Cr	br	CR
cQ	*ap*	*AQ*	*Aq*	*aP*	Cq
aR	*BP*	*bq*	*bQ*	*Bp*	Ar
AR	*bP*	*Bq*	*BQ*	*bp*	ar
Br	*Ap*	*aQ*	*aq*	*AP*	bR
cr	cp	Cp	cR	BR	CQ

Pour former une enceinte à bande unique comme de 6. autour d'un quarré de 4, dont les anciennes lettres sont *ab*, *pq*, & les nouvelles *c*, *r*.

Bande horizontale.

1λ	-1λ	-1λ	1λ	-3λ	1λ
C	(*c*)	*c*	[*C*]	*b*	*C*
P	(*q*)	*P*	[*R*]	*r*	*r*
5	-3	5	1	-1	-1

Bande verticale.

-1λ	-1λ	-5λ	5λ	3λ	-1λ
(*c*)	*c*	*a*	*A*	*B*	[*c*]
(*q*)	*Q*	*R*	*R*	*r*	[*r*]
-3	3	1	1	-1	-1

Formez les deux bandes de l'Equerre de cette maniere. 1°. Mettez les nouvelles lettres avec leurs analogues

cccccc, *rrrrr*, & les anciennes *aa*, *bb*, *pp*, *qq* dans la bande horizontale & dans les cellules moyennes de la bande verticale. 2°. Si vous voulez faire la bande horizontale par excedans & défaillans, entre les 1res lettres choisissez celles dont la somme des differences soit -2λ & par conséquent le défaut est $-2\lambda = -6$: & accompagnez les 1res lettres de 2des lettres dont la somme des differences soit $+6$. 3°. Mettez le reste des 1res & 2des lettres dans les 4 cellules moyennes de la bande verticale, & ajoûtez deux cellules de la bande horizontale sçavoir l'angulaire *cq* par homologie, & l'extrême *cr* par analogie. Toutes ces lettres doivent être tellement disposées, que les sommes des differences des 1res lettres & des 2des lettres soient égales à zero, ou elles doivent être par excedans & défaillans, & alors on aura deux bandes de l'enceinte, sçavoir une horizontale & une verticale; & l'on aura les bandes opposées en prenant les analogues des lettres des bandes précedentes.

Dans l'arrangement précedent des 1res & 2des lettres, il faut avoir égard d'accompagner toûjours deux homologues de deux analogues & deux analogues de deux homologues.

77. Une enceinte étant construite, on fera une Croix,

CROIX.

ap	*AQ*	cQ	Cq	*Aq*	*aP*
BP	*bq*	aR	Ar	*bQ*	*Bp*
CP	cP	cq	CR	Cr	br
cp	Cp	cr	CQ	cR	BR
bP	*Bq*	AR	ar	*BQ*	*bp*
Ap	*aQ*	Br	bR	*aq*	*AP*

CHASSIS.

ap	cQ	*AQ*	*Aq*	Cq	*aP*
CP	cq	cP	Cr	Cr	br
PB	aR	*bq*	*bQ*	Ar	*Bp*
bP	AR	*Bq*	*BQ*	ar	*bp*
cp	cr	Cp	cR	CQ	Br
AP	Br	*aq*	*aQ*	bR	*AP*

ou un Chassis, en mettant toûjours dans les diagonales les cellules des diagonales de l'enceinte, & en disposant tellement les autres cellules, qu'aprés le changement les bandes horizontales & verticales conservent toûjours leurs mêmes cellules.

XI. *Des Cubes magiques, & des Quarrés à plusieurs especes de lettres.*

3. Decembre.

78. Un *Cube magique* est un Cube divisé en cellules cubiques qui renferment chacun un nombre, qui est tel que la somme de tous les nombres qui sont dans chaque couche quarrée parallele aux 3 bases, ou qui sont dans chacune des six plans ou couches qui coupent les diagonales des bases opposées, est toûjours la même.

79. Un *Cube magique geometrique* est à l'égard du précédent Cube qui est arithmetique, ce que le Quarré magique geometrique est à l'égard du Quarré magique ordinaire qui est aussi arithmetique; c'est-pourquoy il faut icy appliquer la remarque de l'article 11.

80. Dans un Cube magique il y a 3 sortes de lettres; sçavoir, les 1res lettres *A B C D E* &c. & leur moyenne *M*, les 2des lettres *p q r s t* &c. & leur moyenne *n* & les 3mes lettres *π ρ σ τ υ* &c. & leur moyenne *μ*, lesquelles peuvent être generales ou par analogie comme dans les Quarrés magiques.

81. Les nombres qui répondent aux 3mes & 2des lettres des Cubes magiques, sont les mêmes que ceux qui répondent aux 2des & 1res lettres des Quarrés magiques. A l'égard des nombres qui répondent aux 1res lettres des Cubes magiques, le plus petit nombre est aussi égal à zero; mais le secoud nombre & la difference des autres nombres est au moins égal à la somme du plus grand des 2des & du plus grand des 3mes lettres.

82. Je me contenteray de donner la construction par diagonale du Cube de 5, parce qu'à l'imitation de cette contruction on poura imaginer les autres.

1res *lettres*	*A*	*B*	*N*	*C*	*D*
1rs *nombres*	0	1x	2x	3x	4x
	0	25	50	75	100.

2des

2des lettres	*p*	*q*	*n*	*r*	*ſ*
2^ds^ nombres	0λ	1λ	2λ	3λ	4λ
	0	5	10	15	20
3mes lettres	π	ρ	μ	σ	τ
3mes nombres	1	2	3	4	5

Les 3mes & 2^ds^ nombres ſont icy les mêmes que les 2^ds^ & 1^rs^ qui ſont trouvez par les articles 7. 8. 18. 19. 20. &c.

Dans les 1^rs^ nombres du Cube magique $A = 0$. B ou $1x = ſ + \tau = 4\lambda + 5 = 25$. A ces 1^rs^ on peut ajoûter des 2des differences comme aux 2^ds^ nombres des Quarrés magiques.

1°. Dans les 3 faces qui forment un angle ſolide du Cube, écrivez d'ordre les 1res, 2des, & 3es lettres, en ſorte que les moyennes M, n, μ, ſoient les plus éloignées de cet angle.

2°. Mettez les moyennes dans les cellules de leurs diagonales, & les autres lettres d'ordre, cõme dans l'art. 13.

3°. Mettez chaque 1re lettre dans les 5 cellules cubiques interieures qui leur répondent perpendiculairement; faites la même choſe aux 2des & aux 3es lettres. Chaque cellule cubique interieure aura trois lettres, ſçavoir chacune aura une 1re, une 2e & une 3e lettre, & le cube ſera magique en lettres.

On le rendra Cube magique en nombres mettant les

nombres appliquez aux lettres en la place des lettres, comme dans l'art. 18.

Pour concevoir mieux les 125 cellules du cube magique de 5, j'ai partagé le cube en 5 couches quarrées paralleles à la face des 1res lettres & qui contiennent chacun 25 cellules, & chaque cellule 3 lettres. La somme des nombres de chaque couche est $\overline{m+n+\mu} \times rr$, & la somme de tous les nombres du cube magique est $\overline{m+n+\mu} \times r^3$.

Pour distinguer les couches paralleles à l'une de ces 3 fáces du Cube, prenez 5 bandes qui ayent toutes les 25 lettres de cette face, & dans chacune desquelles une lettre des autres especes soit repetée.

	1			3	
2	5 Mnρ	Apρ	2 Bqρ	Crρ	6 Dſρ
	Dnσ	5 Mpσ	Aqσ	6 Brσ	Cſσ
	Cnτ	Dpτ	5 6 Mqτ	Arτ	Bſτ
	Bnυ	6 Cpυ	Dqυ	5 Mrυ	Aſυ
4	6 Anμ	4 Bpμ	4 Cqμ	4 Drμ	5 Mſμ
	1			3	

Marges droites : 4 (première ligne), 2 (dernière ligne).

	1			3	
	5 Mſσ	Anσ	Bpσ	Cqσ	6 Drσ
2	Dſτ	5 Mnτ	Apτ	6 Bqτ	Crτ
	Cſυ	Dnυ	5 6 Mpυ	Aqυ	Brυ
4	Bſμ	6 Cnμ	Dpμ	5 Mqμ	Arμ
	6 Aſρ	Bnρ	Cpρ	Dqρ	5 Mrρ
	1			3	

Marges droites : 2 (deuxième ligne), 4 (quatrième ligne).

1. 3.

	5 Mrτ	Aſτ	Bnτ	Cpτ	6 Dqτ
	Drυ	5 Mſυ	Anυ	6 Bpυ	Cqυ
2	Crμ	Dſμ	5 6 Mnμ	Apμ	Bqμ
4	Brρ	6 Cſρ	Dnρ	5 Mpρ	Aqρ
	6 Arσ	Cſσ	Cnσ	Dpσ	5 Mqσ

Marges droites : 2, 4.

1 3

	3		5			
	5 Mqυ	Arυ	Bſυ	Cnυ	6 Dpυ	
4	Dqμ	5 Mrμ	Aſμ	6 Bnμ	Cpμ	4
	Cqρ	Drρ	5 6 Mſρ	Anρ	Bpρ	
2	Bqσ	6 Crσ	Dſσ	5 Mnσ	Apσ	2
	6 Aqτ	Brτ	Cſτ	Dnτ	5 Mpτ	
	3		1			

	3				6	
4	5 Mpμ	Aqμ	Brμ	Cſμ	6 Dnμ	4
	Dpρ	5 Mqρ	Arρ	6 Bſρ	Cnρ	
	Cpσ	Dqσ	5 6 Mrσ	Aſσ	Bnσ	
	Bpτ	6 Cqτ	Drτ	5 Mſτ	Anτ	
2	6 Apυ	Bqυ	Crυ	Dſυ	5 Mnυ	2
	3				1	

4°. Nous avons marqué les ſix couches qui paſſent par les diagonales avec les nombres 1 1 : 2 2 : 3 3 : 4 4 : 5 5 5 5 5. 6 6 6 6 6.

83. L'on peut auſſi appliquer trois ſortes de lettres & même plus, à un quarré magique, & voicy une maniere de les employer.

	0	1	2	3	4	5	6
0.0.0.	Apπ	Bqρ	Crσ	Dſτ	Etυ	Fuψ	Gxχ
2.3.4.	Cſυ	Dtψ	Euχ	Fxπ	Gpρ	Aqσ	Brτ
4.6.1.	Exρ	Fpσ	Gqτ	Arυ	Bſψ	Ctχ	Duπ
6.2.1.	Grψ	Aſχ	Btπ	Cuρ	Dxσ	Epτ	Fqυ
1.5.2.	Buσ	Cxτ	Dpυ	Eqψ	Frχ	Gſπ	Atρ
3.1.6.	Dqχ	Erπ	Fſρ	Gtσ	Auτ	Bxυ	Cpψ
5.4.3.	Ftτ	Guυ	Axψ	Bpχ	Cqπ	Brρ	Eſσ

Propoſons-nous un Quarré magique de 7 par lettres generales à cõſtruire avec 3 ſortes de lettres *ABCDEFG*: *p q r ſ t u x*: π ρ σ τ υ ψ χ. Mettez les Indices au deſſus du Quarré & 3 colomnes d'Indices à côté. Achevez enfin le quarré ſelon l'art. 14.

Remarquez 1°. que ſi on ne peut pas mettre autant de colomnes d'Indices qu'il y a de lettres, il faut employer pour une ou deux ſortes de lettres la méthode des diagonales *art.* 13. *ou* 16. ou quelques-unes des méthodes par les

lettres analogues ; ou enfin employer pour toutes les sortes de lettres les differentes manieres par lettres analogues.

2°. S'il y a des lettres repetées dans les diagonales, il faut que la somme de leur difference soit égale à zero *.

3°. A l'égard des valeurs de lettres, il faut distinguer deux classes de lettres : la 1re classe des lettres ordonnées sont des especes de lettres dont les valeurs sont reglées sur celles des 1res ou 2des lettres ordinaires : la 2e classe des lettres desordonnées est celle des especes de lettres, dans chacune desquelles les lettres ou leurs differences peuvent être égales ou inégales, ou quelques-unes égales à zero.

4°. Mais de quelque maniere que l'on dispose ces classes, la derniere espece de lettre doit être de petits nombres ; la penultiéme espece doit être multiple de λ, supposant λ au moins égal au plus grand nombre de la derniere classe s'il n'y a point de zero, ou plus grand de 1, s'il y a des zero : l'antépenultiéme espece doit être multiple de x, supposant x au moins égal à la somme des plus grands nombres des especes précedentes, & ainsi de suite.

Au reste il faut, que dans l'une de ces especes il n'y ait point de zero, soit par le moyen des multiple λ ou x, soit par les 2es differences.

Ainsi dans le Quarré précedent de 7, l'on aura les valeurs des lettres selon cette Table.

Espece de lettres ordonnées.	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
	0	$1x$	$2x$	$3x$	$4x$	$5x$	$6x$
	0	21	42	63	84	105	126
Espece de lettres desordonnées.	*p*	*q*	*r*	*ſ*	*t*	*u*	*x*
	0	0	0	0	1λ	2λ	2λ
					7	14	14
Espece de lettres ordonnées.	π	$\bar{\rho}$	$\bar{\sigma}$	$\dot{\tau}$	υ	ψ	χ
	1	2	3	4	5	6	7

C'est à cet article qu'on peut rapporter l'art. 10.

* Voy. Sect. III.

XII. *Variations des Quarrés magiques.*

Il y a en general deux sortes de variations, l'une de nombres & l'autre de méthodes.

78. *La variation de nombres.* C'est lorsqu'ayant appliqué aux lettres leurs valeurs en nombres selon la Section III. & les articles 25 & 26, on change ensuite les valeurs des lettres de toutes les manieres possibles suivant les regles des permutations & des combinaisons.

Pour avoir toutes les permutations des nombres de plusieurs lettres differentes, il faut multiplier ensemble les nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. jusqu'à celuy qui marque le nombre des choses à permuter. Ainsi le nombre des permutations de 5 lettres est 120.

Pour marquer les permutations d'un nombre de lettres, nous mettrons P devant ce nombre; ainsi $P5 = 120$. & $Pr = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \ldots \times r$, c'est à dire que Pr est égal au produit de tous les nombres depuis 1 jusqu'à r qui exprime la racine du Quarré.

Pour avoir toutes les variations des premieres & des secondes lettres il faut multiplier le nombre des permutations des 1res lettres par le nombre des permutations des 2des lettres, comme $P5 \times P5$, ou $P5^2 = 14400$.

79. *La variation de Méthodes.* Ce sont les differentes Méthodes selon lesquelles l'on peut faire des Quarrés magiques; dans chacune desquelles variant les nombres qui marquent les valeurs des lettres selon toutes les manieres possibles, l'on ne tombe point dans les mêmes arrangemens de nombres que dans ceux d'une autre Méthode.

Comme ces differentes méthodes ou manieres de construire des Quarrés magiques sont indefinies, il est difficile quoique possible de les determiner dans chaque quarré, & encore plus dans les quarrés en general. Nous nous contenterons de mettre icy les principales méthodes avec leurs variations de nombres.

1°. *Par les Diagonales* *. Les variations de nombres sont

* *Art.* 13.

$\frac{\overline{Pr-1}^2}{4}$. Car 1°, le nombre des 1res lettres variables est $\overline{Pr-1}$ (la lettre repetée dans la diagonale ne variant point) & des 2es lettres est aussi $\overline{Pr-1}$, dont les variations des 1res & 2es lettres est $\overline{Pr-1}\times\overline{Pr-1}=\overline{Pr-1}^2$. 2°. Il y a 4 sortes de variations qui sont les mêmes. Car supposant dans le Quarré de l'art. 13. qu'on ait donné des valeurs aux lettres, si l'on donne à E la valeur de B ou à s la valeur de p, & que l'on change par ordre les autres nombres, l'on aura un 2d Quarré qui sera le même que le 1er dont le haut est renversé sur le côté. On aura la 3e variation en changeant comme cy-dessus en même tems les 1res & 2es lettres, & ces 3 variations avec le 1er Quarré sont 4 Quarrez qui sont les mêmes ; par conséquent il faut diviser $\overline{Pr-1}^2$ par 4.

D'où il suit que le nombre des variations du Quarré de 3 est 1 : de 5 est 144 : de 7 est 129600 : de 9 est 406,425,600 : de 11 est 3,262,047,360,000.

* art. 14. 2°. *Par Indices**. Si les lettres ne sont point repetées dans les Diagonales, la variation des nombres est $\frac{Pr^2}{8}$, & si r est un nombre premier, la variation des deux Indices qui sont devant la 2e bande horizontale sont $\overline{r-3}\times\overline{r-4}=rr-7r+12$: & la variation totale des lettres par Indices est $\frac{Pr^2}{8}\times\overline{r-3}\times\overline{r-4}$. Ainsi la variation de 5 est 3600 : de 7 est 38,102,400 : de 11 est 546,519,366,328,320,000.

Si r n'est pas un nombre premier, il faut examiner d'abord les variations des deux Indices qui sont aprés o.o. * dans lesquelles 1°. il faut exclure les cas où ces deux Indices ou leur difference sont aliquotes ou aliquantes de r. 2°. Dans les autres cas il faut examiner en détail les variations qui arrivent lorsque $n+1$ & $n-1$ d'une espece de lettre, & $n+1$ & $n-1$ de l'autre espece, sont separement ou deux à deux, ou 3 à 3 aliquotes ou aliquantes de r, ensuite il faut prendre la somme des variations de tous ces cas.

* art. 15.

* art. 16. 3°. *Par la Méthode mixte**. Si r est un nombre premier,

le nombre des variations est $\frac{Pr \times \overline{Pr-1}}{4} \times r-3$. Ainsi le nombre des variations du Quarré de 5 est 1440: de 7 est 362,880: de 11 est 289,700,167,680,000.

4°. *Par la Méthode desordonnée* *. Il faut parcourir par détail toutes les manieres dont les lettres ayant leurs valeurs reglées peuvent être rangées pour permettre que les Indices soient rangées d'une maniere desordonnée, l'on trouvera ces cas par l'art. 23, ou plûtôt en se servant des lettres analogues.

* art. 17.

5°. *Par Analogie* *. Il faut appeller q le nombre des lettres minuscules, de sorte que dans les Quarrés pairs $q = \frac{1}{2} r$, & dans les impairs $q = \frac{1}{2} r - \frac{1}{2}$.

* art. 27.

Les variations des nombres de chaque Quarré par analogie est $Pq^2 \times 2.^{2q-3}$. Ainsi dans le Quarré de 3 le nombre des variations des nombres est 1: de 4 & de 5 est 8: de 6 & de 7 est 288: de 8 & de 9 est 18432: de 10 & de 11 est 1843200.

Il faut ensuite examiner les variations de méthodes par bandes correspondantes, par bandes non correspondantes, par bandes mixtes, par bandes interrompuës, par les enceintes, & par les quarrés composez faits par analogie; prendre la somme de toutes les combinaisons de chaque maniere, & multiplier cette somme par $Pq^2 \times 2.^{2q-3}$.

6°. *Par les autres manieres* *. Le nombre des variations par les autres manieres est égal à la somme des combinaisons & des permutations qu'il faut faire en détail.

* Sect. IX.

80. Pour trouver le nombre de toutes les variations possibles d'un Quarré proposé, il faut chercher en détail les variations de chaque méthode ou maniere de faire ce Quarré (en excluant les manieres dont les variations retombent dans les autres) & prendre la somme de toutes ces variations.

XIII. *Raport des Méthodes qui ont été données jusqu'à present avec les nôtres.*

81. Tous les Auteurs conviennent de se servir des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5 &c. pour en former des Quarrés magiques, je crois que M. de la Hire est le premier qui ait employé d'autres nombres ; je détermine tous ceux qui peuvent servir à la construction de ces Quarrés.

82. Pour connoître à laquelle de nos Méthodes se rapporte un Quarré magique en nombres construit selon la méthode de quelque Auteur, comme le Quarré de 4 qui est le 1er de M. Frenicle. 1°. Sous les 2es lettres *p q Q P* mettez les nombres 1 2 3 4*. Sous les 1res lettres mettez les nombres 0. 4. 8. 12. 2°. En la place des nombres du 1er quarré, mettez les lettres qui leur sont égales par la converse de l'art. 18. Vous aurez un Quarré en lettres, & par leur disposition vous connoîtrez qu'il se rapporte à nôtre méthode par analogie & par bandes qui sont en partie continuës & en partie interrompuës.

1	13	8	12
16	4	9	5
11	7	14	2
6	10	3	15

a	*b*	*B*	*A*
0	4	8	12
ap	*Ap*	*bP*	*BP*
aP	*aP*	*Bp*	*bp*
BQ	*bQ*	*Aq*	*ap*
bq	*Bq*	*aQ*	*AQ*
p	*q*	*Q*	*P*
1	2	3	4

* *art.* 25.

83. C'est ainsi que l'on connoîtra que la 1re maniere de Manuel Moscopule rapporté par M. de la Hire* est par les Indices, & la 2e par les Diagonales, aussi-bien que les Quarrés de M. Bachet, dans ses Problêmes plaisans imprimez en 1624.

* *Mem. de l'Acad.* 1705. *pp.* 162. 163.

84. Les Quarrés de M. Frenicle imprimez dans les Ouvrages de Mathematique & de Physique de Mrs de l'Academie des Sciences page 484, se raportent à nos differentes Méthodes.

87. L'Auteur des nouveaux Elemens de Geometrie, & le P. Prestet Prêtre de l'Oratoire dans ses nouveaux Elemens de Mathematique, font un Quarré de 3 & un autre

autre de 4 autour desquels ils mettent des enceintes repetées à bande unique qui se raportent à nos Méthodes art. 74, 75 & 76.

86. Le Quarré magique que M. de la Loubere Envoïé Extraordinaire auprés du Roy de Siam, a mis dans la Relation de son Voyage fait en 1687, est par la méthode mixte art. 16.

87. M. Poignard grand Chanoine de Bruxelles, a fait imprimer en 1704 un Traité des Quarrés sublimes, dans lesquels, 1°. Ses Quarrés par progression repetées se rapportent aux nôtres, dont on a ôté les 1res lettres. 2°. Ses Quarrés impairs sont formez par la methode mixte selon l'art. 16. 3°. Ses premiers Quarrés pairement pairs sont par bandes correspondantes, dans lesquelles les directes sont par homologie selon l'art. 58. & alternativement majuscules & minuscules. 4°. Ses Quarrés impairement pairs (qu'il appelle pairement impairs) sont un cas de l'art. 61. 5°. Ses variations sont des cas de nos variations de nombres art. 78.

88. M. de la Hire a donné ses nouvelles constructions & considerations sur les Quarrés magiques, avec les démonstrations dans les Memoires de l'Academie des Sciences de l'année 1705. ce qu'il a fait d'une maniere plus generale que ceux qui l'ont précedé. Il prend pour principe deux Quarrés primitifs, dont chaque nombre de l'un étant ajoûté à chaque nombre de l'autre qui lui répond, forment un Quarré magique parfait. Ces Quarrés primitifs sont formez plus generalement par nos 1res lettres & par nos 2des lettres, qui satisfont plus simplement & plus generalement à toutes les difficultez qu'il est obligé de lever par des propositions particulieres.

Dans sa 1re partie qui commence à la page 127. il traite des Quarrés impairs dont les constructions sont renfermées sous celle des indices *, qui comprend les constructions par diagonales, & par la methode mixte, dans lesquelles il a senti la difficulté des nombres repetez dans les diagonales, dont j'ay donné la Solution dans la Section III.

* art. 13. 14 & 16.

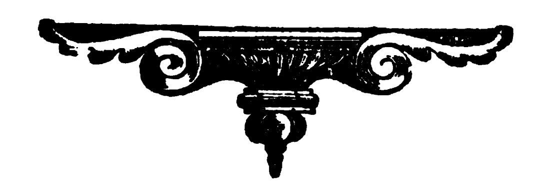
Les Quarrés pairs dont il traite dans la 2de partie page 364. sont des cas particuliers de nos Sections VI. & VII. qui s'étendent aussi aux constructions des Quarrés impairs d'une maniere nouvelle. Enfin ses Enceintes sont comprises dans nôtre Section X. dans laquelle nos Croix & nos Chassis donnent lieu à de nouvelles manieres de varier les Quarrés magiques.

89. Pour ne rien obmettre j'ajoûteray que les principes que j'établis suffisent pour la construction de tous les Quarrés & de tous les Cubes magiques, & les methodes que j'ay données sont entierement détaillées pour les Quarrés impairs par lettres generales, pour les Quarrés pairs & impairs par bandes continuës & pour une partie des variations, le temps ne m'a pas permis d'entrer dans le détail du reste ; il est bon de laisser à d'autres le plaisir d'achever cette matiere.

ERRATA.

Art. 15. 2°. ou si l'indice *n* d'une lettre l'est de l'indice *n* de l'autre lettre, *écrivez :* si la difference des deux indices qui sont aprés o. o. l'est de *r*.

Au 2[d] Quarré de l'article 47. à la 4[me] bande, $\ddot{D}q$ *écrivez* $\ddot{D}Q$: $\ddot{D}Q$ *écrivez* $\ddot{D}q$. A la 5[me] bande *E'Q écrivez E'q*.



OBSERVATIONS

De la quantité d'eau qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année 1709, avec l'état du Thermometre & du Barometre.

PAR M. DE LA HIRE.

1710. 8. Janvier.

VOicy la continuation des observations sur la pluïe, sur le Thermometre & sur le Barometre, que j'ay faites comme les années précedentes dans le même lieu & avec les mêmes Instrumens. Je commenceray donc par la quantité d'eau qui est tombée, soit en pluïe, soit en nége fonduë.

En Janvier	22lig. $\frac{3}{8}$	May	32lig.	Septembre	29lig. $\frac{2}{8}$
Fevrier	13 $\frac{7}{8}$	Juin	45 $\frac{4}{8}$	Octobre	17 $\frac{5}{8}$
Mars	20 $\frac{2}{8}$	Juillet	18 $\frac{2}{8}$	Novembre	1 $\frac{5}{8}$
Avril	37 $\frac{6}{8}$	Aoust	10 $\frac{7}{8}$	Decembre	11 $\frac{6}{8}$

Somme de l'eau de toute l'année 1709 est 261 lignes $\frac{1}{8}$ ou 21 pouces 9 lignes $\frac{1}{8}$, ce qui est un peu plus que les années moyennes qu'on a déterminées à 19 pouces.

On voit par ces observations que les trois mois d'Avril, May & Juin ont donné presqu'autant d'eau que les neuf autres mois de l'année, & c'est ce qui arrive ordinairement dans les mois de Juin, Juillet & Aoust; & c'est ce qui a fait que les Mars qu'on a semés fort tard ont raporté beaucoup. La grande quantité de nége qui est tombée pendant l'hiver, a peut-être contribué à la fertilité de la terre, & si le froment & le segle n'eussent pas été gelés jusque dans la racine, cette année auroit été fort abondante.

Le Thermometre dont je me sers pour mesurer la chaleur & le froid, est le même que j'ay conservé depuis 40 ans environ; mais comme il a été placé à differentes ex-

positions du ciel, hormis depuis 15 années, on ne peut pas faire une comparaison tres-exacte des premieres observations avec les dernieres. Cependant toutes ces observations étant toûjours faites à la pointe du jour où l'air est le plus froid, on en peut conclure assez exactement tout ce qu'on peut connoître par le moyen de cet Instrument. Je remarqueray seulement que le jugement que nous faisons ordinairement du froid dépend de plusieurs circonstances particulieres, comme du vent, de l'humidité de l'air, de la chaleur ou du froid des jours précedents, de l'exposition des lieux où l'on est, & de la constitution des corps, ce qui peut l'alterer considerablement; c'est-pourquoy il sera toûjours plus sûr de s'en raporter au Thermometre.

Le froid du commencement de cette année a été excessif avec beaucoup de nége, car mon Thermometre est descendu jusqu'à 5 parties le 13 & le 14 de Janvier, & les jours suivans étant un peu remonté, il revint à 6 parties le 20 & le 21 à $5\frac{1}{2}$, mais ensuite le froid diminua peu à peu. Ce grand froid a été fort sensible, car le 4 de ce mois de Janvier ce Thermometre étoit à 42 parties qui est un état fort proche du moyen que j'ay determiné à 48, le 6 il vint à 30, le 7 à 22, le 10 à 9, & enfin le 13 à 5; c'est sans doute ce changement subit qui a paru si extraordinaire, & ce qui est encore plus surprenant c'est que ce grand froid est survenu sans aucun vent considerable, ou il n'y en avoit qu'un tres-foible vers le Sud, & lorsque le vent augmentoit & tournoit vers le Nord, le froid diminuoit. Ce vent de Sud si froid nous devoit marquer ce qui est effectivement arrivé dans les païs meridionaux à nôtre égard, où la mer s'est gelée en quelques lieux de la côte de Provence, & où la plûpart des arbres fruitiers sont morts aussi-bien que dans ce païs-cy.

Je n'avois point encore observé que ce Thermometre fût descendu aussi bas que cette année. Je trouve seulement dans mes Registres que le 6 Fevrier 1695 le Thermometre étoit descendu à 7 parties dans le même lieu

où il est à present ; & le froid de cet hiver-là qui avoit commencé en 1694, a été regardé comme un des plus grands qu'il ait fait il-y a long-tems, mais on voit qu'il n'est pas encore à comparer à celui de cette année. J'ay encore observé quelquefois ce Thermometre à 13 parties, mais assez rarement.

L'hiver de cette année a duré fort long-tems, car le 13 Mars il geloit encore tres-fort, le Thermometre étant à 24 parties, & la gelée commençant quand il est à 32.

On trouve dans l'Histoire de France de Mezeray que l'hiver de l'année 1608 fut tres-long & tres-rude, & que la plûpart des jeunes arbres furent gelés ; cependant cette année-là fut fort abondante, quoyqu'on l'appelle l'année du grand hiver : mais par la comparaison de l'abondance & de la perte des arbres, l'hiver dernier doit l'avoir surpassé.

Le Thermometre a été au plus haut à 63 parties le 11 Aoust à 4 heures $\frac{1}{2}$ du matin, & aprés midy vers les 3 heures à 75 parties. Dans l'état moyen il est à 48 dans le fond des caves de l'Observatoire. La chaleur de cette année a été bien moindre que celle de 1707, où le Thermometre étoit monté à prés de 70 parties le 21 Juillet au matin, & aprés midy à 82, qui est le plus haut où il ait été dans ce païs-cy, sans être exposé au Soleil.

Pour comparer les observations de mon Thermometre avec celles qu'on auroit faites sur celui de M. Amontons dont il y en a eu beaucoup de distribués dans plusieurs endroits, j'en ay placé un qu'il avoit fait avec grand soin à côté de celui dont je me sers ordinairement ; mais comme il me servoit à quelques observations particulieres, je ne l'ay mis proche du mien qu'au mois de May dernier. On sçait que tous ces Thermometres de M. Amontons ont leur 54e degré ou 54 pouces qui marque la temperature de l'air des caves de l'Observatoire, comme dans le mien le 48e degré. J'ay donc observé que lorsque le Thermometre de M. Amontons étoit à 55 pouces 8 lignes, le mien étoit à 63 parties, ensorte que 15 parties du mien

répondoient à 20 lignes de celui de M. Amontons. Mais lorſque le mien a marqué dans le mois de Decembre dernier 28 parties, celui de M. Amontons marquoit 51 pouces 6 lignes, ce qui donne dans le mien 20 parties au-deſſous de l'état moyen & dans celui de M. Amontons 30 parties, ce qui eſt un raport bien different du premier, & qui peut être cauſé par l'inégalité de l'interieur des tuyaux; & comme celui de M. Amontons eſt fort petit & le mien mediocre, je croirois que l'inégalité pourroit être plus grande dans celui de M. Amontons que dans le mien. Cependant on peut connoître par-là qu'on ne ſçauroit avoir rien de fort exact dans la comparaiſon des Thermometres en differens païs & pour un même tems, à moins que les Thermometres n'ayent été rectifiés l'un ſur l'autre dans toutes ſortes de degrés de chaleur & de froid, & je crois qu'il ne ſera pas poſſible d'en trouver deux égaux, c'eſt à dire dont des degrés égaux dans la diviſion répondent à des degrés égaux de chaleur ou de froid.

Pour ce qui eſt de mon Barometre, il eſt toûjours placé à la hauteur de la grande Sale de l'Obſervatoire; je l'ai trouvé au plus haut à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$ le 19 Janvier avec calme & ciel ſerein, ce qui étoit vers le tems du plus grand froid; & le 31 Decembre il étoit à 28 pouces 3 lignes $\frac{5}{6}$ avec un trés gros broüillard & calme. Il a été auſſi pluſieurs fois au-delà des 28 pouces avec des vents differens, mais qui participoient plûtôt du Nord que du Sud, & toûjours ſans pluïe. J'ai obſervé ce Barometre au plus bas à 26 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ avec vent fort Sud & pluïe mediocre le 16 Decembre. La difference entre la plus grande & la moindre hauteur du Barometre, a donc été de 1 pouce 8 lignes, qui eſt un peu plus que la difference mediocre qu'on obſerve ici & qui eſt de 1 pouce 6 lignes. Cet inſtrument a été aſſez exact à prédire la pluïe & le beau tems ſuivant le ſentiment commun.

J'ai obſervé la Déclinaiſon de l'Aiman avec la même aiguille de 8 pouces de longueur & dans le même lieu

où j'ai accoûtumé, & comme je l'ai marqué dans les Memoires des années précedentes. Le 24 Decembre dernier j'ai trouvé cette déclinaiſon de 10 degrés 30 minutes vers le Couchant. D'où l'on connoît que cette déclinaiſon augmente toûjours chaque année à peu prés de la même quantité.

COMPARAISON

Des Obſervations que nous avons faites icy à l'Obſervatoire ſur la Pluïe & les Vents, avec celles que Monſieur le Marquis de Pontbriand a faites dans dans ſon Château prés S. Malo pendant l'année 1709.

PAR M. DE LA HIRE.

1710. 1. Mars.

IL y a déja quelques années que M. du Torar nous communique les Obſervations que Monſieur le Marquis de Pont-Briand fait chez lui de la même maniere que je les fais icy ſur la Pluïe. Il a trouvé qu'il eſt tombé en nége fonduë & en eau aux Mois de

Janvier	33 l. $\frac{1}{4}$	Avril	30 l. $\frac{1}{2}$	Juillet	18 l. $\frac{1}{4}$	Oct.	14 l.
Fevrier	17 $\frac{1}{2}$	May	26 $\frac{1}{4}$	Aouſt	5 $\frac{1}{4}$	Nov.	3 $\frac{3}{4}$
Mars	30 $\frac{1}{4}$	Juin	23 $\frac{3}{4}$	Sept.	5	Dec.	17 $\frac{1}{4}$

& pendant toute l'année 225 lignes ou 18 pouces 9 lignes.

Cette quantité d'eau eſt moindre que celle que nous avons trouvée icy, & qui a été de 21 pouces 9 lignes, ce qui eſt extraordinaire; car nous avions remarqué les années précedentes qu'il pleut beaucoup moins icy que dans ce païs-là qui eſt ſur le bord de la mer.

On voit par le Memoire de M. de Pont-Briand que la forte gelée a commencé quelques jours plûtôt dans ce lieu-là qu'à Paris; mais il y a negé dans le même tems avec un vent N. O. A Paris il ne faiſoit pas preſque de vent & il étoit vers le S.

Le mois de Janvier luy a donné 33 lignes $\frac{1}{4}$ d'eau & à Paris ſeulement 22 lig. $\frac{1}{2}$. Le Memoire porte que la forte gelée avoit diminué à la fin de Janvier & recommencé en Fevrier, & que la nuit du 23 au 24 elle fut auſſi forte que depuis le 6 juſqu'au 18 de Janvier. A Paris elle recommença auſſi en Fevrier à peu prés dans le même tems, mais elle fut bien moindre qu'en Janvier.

Il ajoûte auſſi que les vents étoient trés-violens de N.O; mais à Paris il n'en faiſoit qu'un trés foible vers le S.

Il dit enfin que le froid n'a pas été ſi grand chez luy que dans le milieu de la Bretagne; ce qui paroît devoir être ainſi à cauſe de la proximité de la mer dont les vapeurs humides abſorbent une partie du grand froid, comme toutes les experiences nous le font connoître; car pendant la forte gelée l'air eſt extrêmement ſec, & auſſitôt qu'il devient humide il dégêle.

Je remarquerai encore icy que j'ay vû en 1679 dans le Jardin du Roy à Breſt, des Ananas trés beaux en pleine terre, & je croy qu'ils y avoient paſſé l'hyver; peut-être auſſi que le terrein maritime contribuoit à cela, car je ne croy pas qu'on puiſſe les élever dans ce païs-cy.

En Juin il n'y eut au Pont-Briand que 23 lignes $\frac{3}{4}$ d'eau & à Paris 45 lignes $\frac{1}{2}$: auſſi à Paris le 25 & 26 il plut 9 lignes, & au Pont-Briand 2 $\frac{1}{2}$ ſeulement.

En Aouſt nous avons eu un orage la nuit du 11 au 12 avec 7 lignes $\frac{1}{2}$ d'eau, & il n'y a rien eu au Pont-Briand.

En Septembre nous avons eu encore icy un orage la nuit du 13 au 14 qui a donné 9 lignes d'eau & rien au Pont-Briand. De plus il n'eſt tombé pendant tout ce mois au Pont-Briand que 5 lignes d'eau, & à Paris plus de 29 lignes.

En Novembre, au Pont-Briand la quantité d'eau a été de 3 lig. $\frac{1}{4}$, & à Paris un peu moins de 1 lig. $\frac{1}{2}$.

En Decembre nous avons eu icy pendant la nuit du 15 au 16 une eſpece de houragan.

En general tous les vents de l'année ſont un peu differens au Pont-Briand & à Paris, & aſſez ſouvent ils tiennent

nent plus du Nord au Pont-Briand qu'à Paris ; ce qui pourroit être causé par la direction de la Manche, & par toutes les Côtes de l'Allemagne, du Danemarq & de la Norvege, & principalement quand les vents viennent entre le N. & le O.

COMPARAISON

De mes Observations avec celles de M. Scheuchzer sur la Pluïe & sur la Constitution de l'air pendant l'année 1709. à Zurich en Suisse.

PAR M. DE LA HIRE.

1710. 24. May.

M. Scheuchzer m'a envoyé les Observations qu'il a faites sur la quantité d'eau de pluïe qui est tombée à Zuric en Suisse où il a demeuré pendant l'année 1709 ; d'où l'on voit que les premiers six mois lui ont donné 172 ½ lignes d'eau mesure de Paris, & les derniers 208 lignes, ce qui fait en tout 390 ½, lignes, ou 32 pouces 6 lignes ½ ; mais à Paris il n'en est tombé que 21 pouces 9 lignes & ½ : il ajoûte que cette année lui a fourni 1 pouce 10 ½ lignes plus que la precedente.

On connoît par la comparaison de ces observations qu'il pleut beaucoup plus en Suisse qu'à Paris.

J'avois déja remarqué par les observations de la pluïe faites à Lyon, qu'il y pleuvoit bien plus qu'à Paris, & j'en avois attribué la cause aux montagnes de Suisse qui n'en sont pas fort éloignées ; & c'est ce qui se trouve confirmé par ces dernieres observations. Car on ne peut pas douter que les vapeurs qui sont soutenuës en l'air dans un pays plat & qui se trouvent beaucoup au dessous des hautes montagnes, lorsqu'elles viennent à les rencontrer, s'y arrêtent & s'y condensent en forme de nége dans un tems froid, ce qui doit produire beaucoup plus

d'eau, étant pouſſées par les vents contre ces rochers, que dans les lieux où elles ne s'arrêtent point; & ſi l'air eſt aſſez chaud pour empêcher ces vapeurs de ſe geler, elles s'y amaſſent enſemble & y tombent én pluïe, outre que les néges qui ſe fondent alors & dont une partie s'éleve auſſi en vapeurs, y cauſe des pluïes trés abondantes.

Pour ce qui eſt des obſervations de M. Scheuchzer ſur les augmentations ou diminutions de la riviere de la Limage, elles ſuivent naturellement celles de la pluïe & de la fonte des néges dans les ſaiſons où cela arrive.

Il ajoûte encore ſes obſervations ſur le Barometre & ſur le Thermotre, où il marque que la plus grande hauteur du mercure du Barometre a été de 26 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$ le 19 de Janvier, & la plus baſſe de 26 pouces le 20 & le 28 Fevrier; & par conſequent la difference n'a été que de 10 lignes $\frac{1}{2}$ comme dans l'année 1708.

Ce qu'il y a de conſiderable ici, c'eſt que mon Barometre a été auſſi au plus haut le 19 Janvier à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$ avec calme, qui eſt le même jour où il a été au plus haut à Zuric, & que la difference eſt de 17 lignes; & ſi l'on vouloit conclure delà la difference des hauteurs des lieux où ces obſervations ont été faites, en poſant pour une ligne de cette difference 12 toiſes 3 piés, comme je l'ai determiné dans ces quartiers-cy, on diroit que le lieu où M. Scheuchzer a obſervé, eſt plus haut que le milieu de l'Obſervatoire où eſt mon Barometre, de 212 toiſes $\frac{1}{2}$. Mais les differentes hauteurs auſquelles nous voyons qu'un même mercure ſe ſoûtient dans differens tuyaux, quoique dans un même lieu, nous pourroient laiſſer quelque ſoupçon de la veritable difference de hauteur de ces lieux.

Pour ce qui eſt de la moindre hauteur du Barometre de M. Scheuchzer qui étoit à 26 pouces le 20 & 28 Fevrier, elle ne s'accorde pas tout à fait avec les miennes dans les mêmes jours; car le 28 Fevrier j'avois 27 pouc. 2 lign. avec un vent mediocre, & par conſequent la dif-

ference de nos Barometres sera ce jour là de 14 lignes au lieu de 15 que j'ai trouvé dans la plus grande hauteur : peut-être que l'heure de nos observations n'est pas la même & que le vent peut aussi y apporter du changement ; M. Scheuchzer ne marque pas ces circonstances. Mais le 20 Fevrier le mien étoit à 26 pouces. 10 lignes avec un vent fort au lever du soleil : ainsi la difference ne seroit que de 10 lignes, au lieu de 14 ou 15 par les autres observations, & le mien seroit plus bas qu'il ne devroit de 4 à 5 lignes. Ce n'est pas aussi dans ces jours là que mon Barometre a été au plus bas, car je l'ai observé le 16 Decembre à 26 pouces 7 $\frac{1}{2}$ avec un vent fort de Sud ; ainsi le mercure du Barometre auroit des changemens bien plus grands à Paris qu'à Zuric en Suisse.

Il me semble qu'on pourroit attribuer ces sortes d'inegalités à des causes particulieres ; car il n'est pas vraisemblable qu'elles puissent venir des hauteurs differentes de l'atmosphere, ce qui en fait la pesanteur, dans des lieux qui sont peu éloignés les uns des autres. Ne pourroit-on pas croire que lorsqu'il fait un grand vent & qu'il y a beaucoup de nuages, & principalement dans les montagnes comme en Suisse, le vent comprimeroit & condenseroit l'air renfermé entre la surface de la terre, les rochers & ces nuages, ensorte qu'il feroit alors une bien plus forte impression sur le mercure du Barometre, que s'il n'y avoit point de vent ? Mais comme il est rare que dans ces sortes de lieux où il y a beaucoup d'eau, il n'y ait ni vent ni nuages, aussi le mercure du Barometre s'y soûtiendra-t-il par ces causes, presque toûjours plus haut que dans les plaines.

Je ne puis rien dire des observations du Thermometre de M. Scheuchzer, quoique j'en aye un de M. Amontons semblable au sien, qui est une grosse phiole de verre avec un peu de mercure, lequel remonte dans un petit tuyau qui est ouvert par le haut, comme il les avoit construits pour faire l'experience de l'eau boüillante ;

mais je ne m'en sers pas à cause qu'il est sujet aux differents changemens de la pesanteur de l'air.

USAGE

D'une Intégrale donnée par M. le Marquis de l'Hôpital dans les Mem. de 1700. pag. 13.

Avec la Solution de quelques autres questions approchantes de la sienne.

PAR M. VARIGNON.

1710. 21. Janvier.

JE ne prétends presque rien donner ici de moy, mais principalement faire observer que la premiere des deux Intégrales par lesquelles M. le Marquis de l'Hôpital est arrivé à la solution du Problême proposé dans le second Tome des Supplémens des Actes de Leipsik, pag. 291. par M. (Jean) Bernoulli alors Professeur à Groningue, & presentement Professeur à Basle, peut encore servir à la solution de plusieurs Problêmes touchant les pressions des Courbes le long desquelles tombent des poids qui les compriment tant de la part de leurs forces centrifuges que de celle de leurs pesanteurs.

Ce Problême de M. Bernoulli consistoit à *déterminer dans un plan vertical la Courbe* FM, *le long de laquelle un corps tombant librement du point* A *en vertu de sa seule pesanteur supposée constante, la comprimeroit perpendiculairement par tout d'une force égale à cette pesanteur.*

A P O F M

M. le Marquis de l'Hôpital aprés avoir appellé y, les ordonnées verticales PM de cette Courbe ; x, les abscisses AP correspondantes depuis l'origine A vers O sur l'horizontale AO ; dv, les élemens de

cette Courbe, qu'il ſuppoſe conſtans; & a, la peſanteur du poids qui la doit comprimer; a trouvé $\frac{2ayddx}{dvdy}$ pour l'expreſſion générale de la preſſion perpendiculaire cauſée par la force centrifuge de ce poids, & $\frac{adx}{dv}$ pour celle d'une pareille preſſion cauſée par la ſeule peſanteur de ce même poids; ce qui lui a donné $\frac{2ayddx}{dvdy} + \frac{adx}{dv}$ pour l'expreſſion générale de la force totale avec laquelle ce poids doit comprimer perpendiculairement cette Courbe en chaque point M, tant de la part de ſa force centrifuge que de celle de ſa peſanteur, ſa force centrifuge preſſant ainſi cette Courbe de la force $\frac{2ayddx}{dvdy}$, & ſa peſanteur la preſſant de la force $\frac{adx}{dv}$. Delà il lui eſt venu, ſuivant la condition du Problême, $a = \frac{2ayddx}{dvdy} + \frac{adx}{dv} = \frac{2ayddx + adxdy}{dvdy}$; d'où il a tiré $2yddx + dxdy = dydv$; & enſuite (en diviſant le tout par $2\sqrt{y}$) $\frac{2yddx + dxdy}{2\sqrt{y}} = \frac{dydv}{2\sqrt{y}}$, que dv (*hyp.*) conſtante lui a permis d'intégrer en $dx\sqrt{y} = dv\sqrt{y} - dv\sqrt{a}$. C'eſt ce tour d'intégration, & même le premier membre $dx\sqrt{y}$ de cette intégrale, que je dis ne ſervir pas ſeulement à la ſolution du Problême précédent, mais encore à celle de pluſieurs autres de cette nature : par exemple, à celle de celui-ci, &c.

PROBLÊME I.

Trouver la nature de la Courbe FM *qu'un poids tombant comme ci-deſſus, preſſeroit perpendiculairement en chaque point* M *en raiſon des puiſſances* n *des hauteurs* PM *de ſa chutte faite librement du point* A *le long de cette Courbe.*

SOLUTION.

Les noms demeurant les mêmes que ci-deſſus, ayant encore ici $\frac{2ayddx + adxdy}{dvdy}$ pour l'expreſſion générale de la force totale avec laquelle le poids qu'on ſuppoſe tomber

de A le long de la Courbe FM, la doit presser perpendiculairement en chaque point M; il est visible que l'on aura ici $\frac{2ayddx + adxdy}{dvdy} = \frac{by^n}{c^n}$ dont b, c, sont des indéterminées constantes quelconques; & delà $2ac^n yddx + ac^n dydx = by^n dydv$; & ensuite (en divisant le tout par $2\sqrt{y}$, comme M. le Marquis de l'Hôpital a fait dans sa solution du Problême de M. Bernoulli) $ac^n \times \frac{2yddx + dydx}{2\sqrt{y}} = bdv \times \frac{y^n dy}{2\sqrt{y}} = \frac{bdv}{2} \times y^{n-\frac{1}{2}} dy$, dont l'intégrale est $ac^n \times dx\sqrt{y} = bdv \times \frac{y^{n+\frac{1}{2}}}{2n+1}$ en prenant dv constante, ou $dx\sqrt{y} = \frac{bdv}{ac^n} \times \frac{y^n \sqrt{y}}{2n+1}$, laquelle intégrale on voit avoir le même premier membre $dx\sqrt{y}$ que la précédente de M. le Marquis de l'Hôpital, & trouvé de la même maniere que par lui. Donc $\overline{2n+1} \times ac^n dx = by^n dv$, ou $\overline{2n+1}^2 \times aac^{2n} dx^2 = bby^{2n} dv^2 = bby^{2n} dx^2 + bby^{2n} dy^2$, ou bien aussi $\overline{2n+1}^2 \times aac^{2n} dx^2 - bby^{2n} dx^2 = bby^{2n} dy^2$; d'où résulte $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times aac^{2n} - bby^{2n}}}$ pour l'équation de la Courbe requise, laquelle équation se change en $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$ en y faisant $b = a = c$: on n'y a introduit les indéterminées constantes b, c, que pour la rendre susceptible de plus de varieté sans sortir des conditions du Problême.

Voici quelques Corollaires de cette derniere équation $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$ lesquels suffiront pour faire voir l'usage promis de l'intégrale $dx\sqrt{y}$ que nous venons d'emprunter de M. le Marquis de l'Hôpital.

COROLLAIRE I.

Soit, si l'on veut, $n=2$, c'est à dire les pressions précédentes de la Courbe FM en raison des quarrés des hauteurs PM (y) des chuttes du poids, faites du point A le long de cette Courbe, ou (suivant l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur) en raison des quatriémes puissances des vitesses de ce poids en chaque point M; l'équation précédente $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$ se changera ici en $dx = \frac{yydy}{\sqrt{25a^4 - y^4}}$, qui est celle que M. (Jacques) Bernoulli a assignée à la Courbe élastique dans les Actes de Leipsik de 1694. pag. 272. & de 1695. pag. 538. dans lesquels a signifie la même chose qu'ici $a\sqrt{5}$. Ce qui fait voir que cette Courbe élastique seroit celle de ce cas-ci.

COROLLAIRE II.

Si l'on suppose $n=1$, c'est à dire les pressions précédentes de la Courbe cherchée, en raison des hauteurs des chuttes du poids qui la doit comprimer, ou (suivant l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur) en raison des quarrés des vitesses de ce poids le long de cette Courbe; la seconde équation générale $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$, se changera ici en $dx = \frac{ydy}{\sqrt{9aa - yy}}$, dont l'intégrale est $x = -\sqrt{9aa - yy} + q$: de sorte que le cas de $x=0$ en A, rendant pareillement en ce point $y=0$, & réduisant ainsi cette intégrale à $0=-3a+q$, d'où résulte $q=3a$; cette intégrale complette doit être $x=3a-\sqrt{9aa-yy}$, ou $\sqrt{9aa-yy}=3a-x$, dont le quarré $9aa-yy=9aa-6ax+xx$, donne $yy=6ax-xx$, qui est une équation au cercle dont le rayon est $=3a$, & qui fait voir que ce cercle seroit la Courbe requise en ce cas-ci. M. Saurin l'a aussi

trouvé, & en a rendu pareillement gloire à M. le Marquis de l'Hôpital.

COROLLAIRE III.

Si presentement on suppose $n = \frac{1}{2}$, c'est à dire, les pressions précédentes de la Courbe *FM*, en raison des racines quarrées des hauteurs des chuttes du poids comprimant, ou (suivant l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur) en raison des vitesses de ce poids le long de cette Courbe; la précédente équation générale $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$, se changera tout d'un coup en $dx = \frac{dy\sqrt{y}}{\sqrt{4a-y}}$ qui est une équation à la Cycloïde pour ce cas-ci, dont M. Parent a donné la Synthese dans les Mem. de 1708. pag. 224.

M. Parent a eu raison de dire (*page* 227.) que *la Methode* ou l'Analyse de ce cas particulier des pressions en raison des vitesses, ou en raison réciproque des instans employés à parcourir des élemens constans de la Courbe cherchée, *est maintenant dans les mains de tout le monde.* Car M. le Marquis de l'Hôpital ayant donné $\frac{2ayddx}{dvdy} + \frac{adx}{dv}$ pour l'expression générale de ces pressions totales perpendiculaires à la Courbe cherchée, ce cas de telles pressions en raison des vitesses $\sqrt{ay}$ du corps comprimant en tombant le long de cette Courbe, donne tout d'un coup $\sqrt{ay} = \frac{2ayddx}{dvdy} + \frac{adx}{dv} = \frac{2ayddx + adxdy}{dvdy}$, ou $dvdy\sqrt{y} = 2yddx\sqrt{a} + dxdy\sqrt{a}$, ou bien aussi $\frac{dvdy}{2} = \frac{2yddx + dxdy}{2\sqrt{y}} \times \sqrt{a}$, dont l'intégrale (à cause de dv constante) est $\frac{ydv}{2} = dx\sqrt{y} \times \sqrt{a} = dx\sqrt{ay}$, ou $2dx\sqrt{ay} = ydv$; & son quarré $4aydx^2 = yydv^2 = yydx^2 + yydy^2$, lequel donnant $4adx^2 - ydx^2 = ydy^2$, donne aussi $dx = \frac{dy\sqrt{y}}{\sqrt{4a-y}}$ pour l'équation de la Courbe cherchée *FM*, laquelle on voit être encore une Cycloïde ordinaire, & la même que la précedente.

COROL.

COROLLAIRE IV.

Si l'on ſuppoſe $n = -1$, c'eſt à dire, les preſſions de la Courbe FM en raiſon réciproque des hauteurs PM, ou des quarrés des viteſſes du poids en chaque point M; l'équation $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$ ſe changera en $dx = \frac{dy}{y\sqrt{\frac{1}{aa} - \frac{1}{yy}}} = \frac{ady}{\sqrt{yy-aa}} = \frac{2}{a} \times \frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}}$, dont l'intégrale eſt $x = \frac{2}{a} \times \int \frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}}$ dépendante de la quadrature de l'hyperbole.

Quelques autres valeurs qu'on donne à n, *on trouvera de même les Courbes ſuſceptibles des preſſions qui y conviennent, ou bien leur impoſſibilité, ſuppoſé les intégrations neceſſaires.*

REMARQUE.

I. Si entre les valeurs de n on ſuppoſe $n = 0$, & conſéquemment $y^n = y^0 = 1$, c'eſt à dire, les preſſions de la Courbe par tout les mêmes, la ſeconde équation générale $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$ de la Solution, ſe réduira à $dx = \frac{dy}{\sqrt{1-1}} = \frac{dy}{0}$; ce qui fait voir qu'en ce cas la Courbe FM dégénereroit en une ligne droite horizontale dont la charge ou la preſſion, toûjours la même, ſeroit ſeulement égale à la peſanteur entiere du poids alors toute employée à cette compreſſion ſans le ſecours d'aucune force centrifuge, ce poids y demeurant librement en repos contre la condition du Problême qui l'exige tombant en vertu de ſa peſanteur.

II. Cette excluſion de la force centrifuge venant du concours des hypothêſes $b = a$, $n = 0$, il faut ſe ſervir ici de la premiere équation générale $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times aac^{2n} - bby^{2n}}}$

de la Solut. au lieu de la seconde $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$; & en employant l'hypothêse de $n=0$ dans cette premiere équation dont a, b, c, sont de differentes valeurs constantes quelconques, elle se réduira pour lors à $dx = \frac{bdy}{\sqrt{aa-bb}}$; ce qui, en faisant $a > b$, fait voir que la ligne cherchée FM seroit à la verité encore une ligne droite, mais presentement inclinée à l'horizon d'un angle dont le sinus seroit à celui de son complément :: $dy.\ dx$ :: $\sqrt{aa-bb}.\ b$. On voit aussi que cette ligne ne seroit encore comprimée dans ce cas-ci de $n=0$, que par la seule pesanteur du poids sans le secours d'aucune force centrifuge, un corps mû le long d'une ligne droite n'en ayant jamais par raport à elle.

Pour ce qui est de l'impression que le poids fait ainsi par sa seule pesanteur (a) sur cette ligne droite inclinée à l'horizon suivant l'angle qu'on lui vient de déterminer; on la trouvera $=b$ si l'on considere que l'équation $dx = \frac{bdy}{\sqrt{aa-bb}}$ de cette ligne, donnant $dy = \frac{dx\sqrt{aa-bb}}{b}$, & conséquemment $dv^2 (dx^2 + dy^2) = dx^2 + \frac{aadx^2 - bbdx^2}{bb} = dx^2 + \frac{aadx^2}{bb} - dx^2 = \frac{aadx^2}{bb}$, ou $dv = \frac{adx}{b}$, la substitution de cette valeur de dv dans l'expression générale $\frac{adx}{dv}$ de l'effort de la pesanteur du poids sur ce qu'elle presse, doit rendre pour ici cette expression $\frac{adx}{dv} = \frac{abdx}{adx} = b$; ce qui fera voir que la force de la pression du plan ici incliné doit être à celle de l'horizontal de l'art. 1. c'est à dire, à la pesanteur entiere du poids comprimant l'un & l'autre :: $b.\ a$.

III. Le cas de $n=0$, qui en rendant ainsi droite (*art.* 1. 2.) la ligne cherchée FM, sçavoir (*art.* 1.) horizontale en faisant $b=a$, & (*art.* 2.) inclinée à l'horizon en faisant $b<a$, pressée toûjours d'une même force $=a$ par le poids en repos lorsqu'elle est horizontale, & d'une force $=b$ par le même poids en mouve-

ment lorſqu'elle eſt inclinée à l'horizon ſuivant l'angle marqué dans l'art. 2. n'étant preſſée en chaque point que de la part de la peſanteur conſtante, faute de force centrifuge en ce cas-ci ; il eſt viſible que la ligne droite poſée de la ſeconde de ces deux manieres ſatisferoit au Problême de M. Bernoulli, s'il ne s'y agiſſoit que de preſſions égales moindres que la peſanteur, & ſans y requerir aucunes forces centrifuges qui y ſont toûjours aneanties par $n=0$. Mais ce Problême, outre des preſſions égales à la peſanteur du poids, exigeant des forces centrifuges qui avec cette peſanteur ayent auſſi part à ces preſſions conſtantes de la ligne cherchée ; M. le Marquis de l'Hôpital pour conſerver ces forces centrifuges, a ajoûté la grandeur conſtante $-dv\sqrt{a}$ au ſecond membre de l'intégrale immediate $dx\sqrt{y}=dv\sqrt{y}$ qui lui eſt venuë de la differentielle $\frac{2yddx+dydx}{2\sqrt{y}}=\frac{dydv}{2\sqrt{y}}$ réſultante des conditions de ce Problême : c'eſt pour cela, dis-je, qu'il en a conclu $dx\sqrt{y}=dv\sqrt{y}-dv\sqrt{a}$. Sans cela l'intégrale immediate $dx\sqrt{y}=dv\sqrt{y}$ ne lui donnant que $dx=dv=\sqrt{dx^2+dy^2}$, & conſéquemment $dy=0$, il n'auroit auſſi trouvé qu'une droite horizontale pour la ligne cherchée dans ſon Problême.

IV. On pourroit auſſi ajoûter la grandeur conſtante $\pm\frac{bdv}{ac^n}\times\frac{g^n\sqrt{g}}{2n+1}$ à l'intégrale $dx\sqrt{y}=\frac{bdv}{ac^n}\times\frac{y^n\sqrt{y}}{2n+1}$ trouvée dans la Solution précédente, & prendre $dx\sqrt{y}=\frac{bdv}{ac^n}\times\frac{y^n\sqrt{y}}{2n+1}\pm\frac{bdv}{ac^n}\times\frac{g^n\sqrt{g}}{2n+1}$ pour cette intégrale, celle-ci ayant la même differentielle que l'autre ; ce qui donnant $\overline{2n+1}\times ac^n dx\sqrt{y}=\overline{y^n\sqrt{y}\pm g^n\sqrt{g}}\times bdv$, ou (en quarrant le tout) $\overline{2n+1}^2\times aac^{2n}ydx^2=\overline{y^n\sqrt{y}\pm g^n\sqrt{g}}^2\times bbdv^2=\overline{y^n\sqrt{y}\pm g^n\sqrt{g}}^2\times\overline{bbdx^2+bbdy^2}$, donneroit auſſi $dx=\frac{by^n\sqrt{y}\pm bg^n\sqrt{g}}{\sqrt{\overline{2n+1}^2\times aac^{2n}y-\overline{by^n\sqrt{y}\pm bg^n\sqrt{g}}^2}}\times dy$ pour l'équation générale de la Courbe cherchée dans le Problême précé-

dent : & si l'on y fait non-seulement $b = a = c$, comme dans la Solution de ce Problême, mais encore $g = a$; l'on y aura de même $dx = \frac{y^n\sqrt{y} \pm a^n\sqrt{a}}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times a^{2n}y - \overline{y^n\sqrt{y} \pm a^n\sqrt{a}}^2}} \times dy$ pour l'équation requise.

Il n'y a plus qu'à faire $n = 0$ dans cette derniere équation pour la changer tout d'un coup en $dx = \frac{\sqrt{y} \pm \sqrt{a}}{\sqrt{y - \overline{\sqrt{y} \pm \sqrt{a}}^2}} \times dy$ $= \frac{\sqrt{y} \pm \sqrt{a}}{\sqrt{y - y \mp 2\sqrt{ay} - a}} \times dy = \frac{\sqrt{y} \pm \sqrt{a}}{\sqrt{\mp 2\sqrt{ay} - a}} \times dy$; c'est à dire, en $dx = \frac{\sqrt{y} + \sqrt{a}}{\sqrt{-2\sqrt{ay} - a}} \times dy$, & en $dx = \frac{\sqrt{y} - \sqrt{a}}{\sqrt{2\sqrt{ay} - a}} \times dy$, dont la premiere est imaginaire, & la seconde est celle de M. le Marquis de l'Hôpital. Et ainsi de toutes les autres valeurs de n.

Aprés avoir ainsi trouvé les Courbes de pressions perpendiculaires causées tout à la fois par la force centrifuge & par la pesanteur d'un poids comprimant en raison des puissances quelconques des hauteurs de sa chutte en tombant le long de ces Courbes ; voici à cette occasion les Courbes de pareilles pressions causées de même en raison de ces puissances quelconques par chacune de ces forces considerées séparement ; & les courbes sur lesquelles les pressions perpendiculaires d'une de ces forces seroient à celles de l'autre en raison donnée quelconque.

PROBLÊME II.

Trouver une Courbe FM *dont les pressions perpendiculaires causées par la seule force centrifuge d'un poids tombant de* A *le long de cette Courbe, soient en raison des puissances* n *des hauteurs* PM *de sa chutte.*

SOLUTION.

Les noms & la Figure demeurant ici les mêmes que dans le Probême I. l'on aura $\frac{2ayddx}{dvdy}$ pour l'expression generale de ces pressions en faisant dv constante. Donc la condition de ce Problême-ci donnera $\frac{2ayddx}{dvdy} =$

$= \frac{by^n}{c^n}$, ou $2ac^n ddx = bdv \times y^{n-1} dy$, que dv (*hyp.*) constante permet d'intégrer en $2ac^n dx = bdv \times \frac{y^n}{n}$, d'où résulte $2nac^n dx = by^n dv$, de qui le quarré $4nnaac^{2n} dx^2 = bby^{2n} dv^2 = bby^{2n} dx^2 + bby^{2n} dy^2$ donnant $4nnaac^{2n} dx^2 - bby^{2n} dx^2 = bby^{2n} dy^2$, donnera $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{4nnaac^{2n} - bby^{2n}}}$, ou (en faisant $b = a = c$) $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$ pour l'équation de la Courbe cherchée.

On voit que cette Courbe doit être semblable à celle du Prob. 1. n'y ayant de difference, qu'en ce qu'au lieu de $4nn$ qui sont ici, il y a là $\overline{2n+1}^2$: aussi les Corollaires de ce Problême-ci donnent-ils des Courbes de même espece que ceux de celui-là en pareils cas, c'est à dire, à chaque valeur de n la même pour l'un & pour l'autre : par exemple,

COROLLAIRE I.

Si l'on veut $n = 2$, la seconde $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$ des deux équations précedentes se changera en $dx = \frac{yydy}{\sqrt{16a^4 - y^4}}$. Ce qui fait voir que la Courbe ici cherchée sera comme dans le même cas du Corol. 1. du Prob. 1. L'Elastique assignée par M. (Jaques) Bernoulli dans les Actes de Leipsik de 1694. pag. 272. & de 1695. pag. 538. dans lesquels a signifie la même chose qu'ici $2a$, & que $a\sqrt{5}$ dans le *Corol.* 1. du Prob. 1.

COROLLAIRE II.

Si l'on suppose $n = 1$, la même équation generale $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$ se changera en $dx = \frac{ydy}{\sqrt{4aa - yy}}$, qui est une équation au cercle comme en pareil cas du Cor. 2. du Prob. 1.

COROLLAIRE III.

Si l'on ſuppoſe $n = \frac{1}{2}$, cette même équation generale $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$ ſe changera en $dx = \frac{dy\sqrt{y}}{\sqrt{a-y}}$, qui eſt une équation à la Cycloïde ordinaire comme en pareil cas du Corol. 3. du Prob. 1.

COROLLAIRE IV.

Si l'on ſuppoſe $n = -1$, la même équation generale $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$ ſe changera en $dx = \frac{dy}{y\sqrt{\frac{4}{aa} - \frac{1}{yy}}} = = \frac{ady}{\sqrt{4yy - aa}}$, qui eſt une équation à une Courbe ſemblable à celle du Corol. 4. du Prob. 1. en pareil cas, & ſemblablement dépendante de la quadrature de l'hyperbole. Ce ſera la même choſe de toutes les autres valeurs de n, ſuppoſé les intégrations neceſſaires.

REMARQUE.

I. Il eſt pourtant à remarquer que ſi l'on ſuppoſe $n = 0$, c'eſt à dire ici, la force centrifuge perpendiculaire conſtante & par tout la même, l'une & l'autre des deux équations generales de ce Problême-ci ſe changera en l'imaginaire $dx = \frac{dy}{\sqrt{-1}}$; ce qui n'arrive point dans la generale du Probl. 1. Mais cela ne venant que de ce que cette ſuppoſition de $n = 0$, rend ici $4nn = 0$, & là $\overline{2n+1}^2 = 1$, toutes les autres valeurs de n ne laiſſent pas de donner des Courbes ſemblables de part & d'autre, où également impoſſibles.

II. Il eſt vray que la differentielle $2ac^n ddx = bdv \times y^{n-1} dy$ de la premiere des deux équations generales du preſent Prob. 2. & conſéquemment de la ſeconde, eſt auſſi celle de $2ac^n dx = bdv \times \frac{y^n}{n} \pm bdv \times \frac{g^n}{n}$, d'où réſulte pareillement

$dx = \frac{by^n \pm bg^n}{\sqrt{4nnaac^{2n} - bb \times \overline{y^n \pm g^n}^2}} \times dy$ pour l'équation de la Courbe ici requiſe; mais le cas préſent de $n=0$, la réduiſant à $dx = \frac{b+b}{\sqrt{-bb \times \overline{1 \pm 1}^2}} \times dy = \frac{1 \pm 1}{\sqrt{-\overline{1 \pm 1}^2}} \times dy$, c'eſt à dire, à $dx = \frac{dy}{\sqrt{-4}}$, ou à $dx = \frac{dy}{\sqrt{-0}}$, y devient auſſi imaginaire ou impoſſible.

III. Ce n'eſt pourtant pas que ce cas ſoit abſolument impoſſible, mais ſeulement qu'il eſt exclus de la Solut. préced. par le changement qu'on y a fait de $\frac{2ayddx}{dvdy} = \frac{by^n}{c^n}$ en $\frac{2addx}{dvdy} = \frac{by^{n-1}}{c^n}$, lequel faiſant ainſi évanoüir y de $\frac{2ayddx}{dvdy}$, comme compris dans y^n, il n'en reſte plus dans la ſuite pour ce cas de $n=0$; au lieu que cet y auroit reſté dans la differentielle $\frac{2ayddx}{dvdy} = b$ propre de ce cas, telle qu'elle auroit réſulté de $\frac{2ayddx}{dvdy} = \frac{by^n}{c^n}$ en y faiſant d'abord $n=0$: c'eſt, dis-je, tellement cet évanoüiſſement de y dans $\frac{2ayddx}{dvdy} = b$ qui cauſe cette excluſion ou impoſſibilité apparente, qu'en l'y laiſſant la Courbe de ce cas ſe trouvera trés réelle. En effet $\frac{2ayddx}{dvdy} = b$ donnant $2addx = bdv \times \frac{dy}{y}$, donnera auſſi (en integrant, & dv demeurant conſtante) $2adx = bdv \times ly$, dont le quarré $4aadx^2 = bb \times ly^2 dv^2 = bb \times ly^2 dx^2 + bb \times ly^2 dy^2$ donnant $4aadx^2 - bb \times ly^2 dx^2 = bb \times ly^2 dy^2$, donne auſſi $dx = \frac{blydy}{\sqrt{4aa - bbly^2}}$ pour l'équation de ce cas-ci, laquelle doit être réelle tant que bly ſera moindre que $2a$.

IV. La differentielle $2addx = bdv \times \frac{dy}{y}$, ayant auſſi $2adx = bdv \times ly \pm bdvlg$ pour intégrale, on trouvera encore de même $\frac{ly \pm lg}{\sqrt{4aa - bb \times \overline{ly \pm lg}^2}} \times bdy$ pour l'équation de la Courbe de ce cas-ci, laquelle ſera encore réelle tant que $b \times ly \pm b \times lg$ ſera moindre que $2a$.

PROBLÊME III.

Trouver la Courbe FM *dont les pressions perpendiculaires causées par la seule pesanteur d'un poids tombant de* A *le long de cette Courbe, soient en raison des puissances* n *des hauteurs* PM *de sa chutte.*

SOLUTION.

Les noms & la Figure demeurant encore ici les mêmes que dans le Problême 1. l'on aura $\frac{adx}{dv}$ pour l'expression génerale de ces pressions. Donc la condition de ce Problême-ci donnera $\frac{adx}{dv} = \frac{by^n}{c^n}$, ou $ac^n dx = by^n dv$; & (en quarrant le tout) $aac^{2n}dx^2 = bby^{2n}dv^2 = bby^{2n}dx^2 + bby^{2n}dy^2$, ou $aac^{2n}dx^2 - bby^{2n}dx^2 = bby^{2n}dy^2$; d'où résulte $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{aac^{2n} - bby^{2n}}}$, ou (en faisant $b = a = c$) $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{a^{2n} - y^{2n}}}$ pour l'équation de la Courbe cherchée, qu'on voit être encore semblable à celles des Probl. 1. 2. n'y ayant de difference ici & là que dans les coëfficiens de aac^{2n}, a^{2n}.

REMARQUE.

I. On ne s'árrêtera point ici à faire voir que dans toutes les suppositions de $n = 2$, $n = 1$, $n = \frac{1}{2}$, $n = -1$, &c. on aura pareillement ici des Courbes semblables à celles qu'on a déduites des Solutions des Prob, 1. 2. pour tous ces cas, excepté dans celui de $n = 0$, qu'on vient de voir dans les art. 1. 2. de la Remarque sur le Prob. 2. ne pouvoir convenir à ce Problême-là.

II. Si au lieu de faire ici $\frac{adx}{dv} = \frac{by^n}{c^n}$, l'on y eût fait $\frac{adx}{dv} = \frac{by^n}{2nc^n}$, l'on y auroit eu la même équation $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{4nnaac^{2n} - bby^{2n}}}$ qu'on a trouvée dans la Solution du Probl. 2. Ce qui prouve encore la ressemblance, & même

même l'identité des Courbes de ces deux Prob. 2 3.

PROBLÊME IV.

Trouver la Courbe FM *dont les pressions perpendiculaires causées par la force centrifuge d'un poids tombant de* A *le long de cette Courbe, soient aux pressions perpendiculaires causées par la pesanteur de ce poids, en raison constante quelconque de* m *à* n.

SOLUTION.

Les noms & la Figure demeurant encore ici les mêmes que dans le Problême 1. l'on aura ici $\frac{2aydd x}{dvdy} . \frac{adx}{dv} :: m . n$. D'où résulte $2nyddx = mdxdy$, ou $2nyddx - mdxdy = 0$: de sorte qu'en multipliant le tout par $\frac{y^{m-1}dx^{2n-1}}{y^{2m}}$, l'on aura pareillement ici $\frac{2ny^{m}dx^{2n-1}ddx - mdx^{2n}y^{m-1}dy}{y^{2m}} = 0$, dont l'intégrale est $\frac{dx^{2n}}{y^{m}} = \frac{dv^{2n}}{a^{m}}$ en prenant dv constante comme l'est a. Et cette intégrale se changeant en $\frac{dx^{2}}{y^{\frac{m}{n}}} = \frac{dv^{2}}{a^{\frac{m}{n}}}$, ou en $a^{\frac{m}{n}}dx^{2} = y^{\frac{m}{n}}dv^{2} = y^{\frac{m}{n}}dx^{2} + y^{\frac{m}{n}}dy^{2}$, & delà en $a^{\frac{m}{n}}dx^{2} - y^{\frac{m}{n}}dx^{2} = y^{\frac{m}{n}}dy^{2}$; il en résulte $dx = \frac{y^{\frac{m}{2n}}dy}{\sqrt{a^{\frac{m}{n}} - y^{\frac{m}{n}}}}$ pour l'équation de la Courbe cherchée.

COROLLAIRE.

Il est manifeste que les hypotheses de $m = 4n$, $m = 2n$, $m = n$, $m = -2n$, &c. donneront ici des Courbes semblables à celles qui ont résulté de $n = 2$, $n = 1$, $n = \frac{1}{2}$, $n = -1$, &c. dans les Corol. 1. 2. 3. 4. des Probl. 1. 2. & qui en résulteroient aussi dans la Solution du Probl. 3.

REMARQUE.

I. Au lieu de l'intégrale $\frac{dx^{2n}}{y^m} = \frac{dv^{2n}}{a^m}$, on pouvoit prendre pareillement ici $\frac{dx^{2n}}{y^m} = \frac{b^{2n}dv^{2n}}{\overline{2aa}^{2n} \times c^m}$, la differentielle de ces deux intégrales étant la même dans la presente hypothese de dv constante ; & l'on auroit eu $\frac{dx^2}{y^{\frac{m}{n}}} = \frac{b^2dv^2}{\overline{2na}^2 \times c^{\frac{m}{n}}} = \frac{bbdv^2}{4nnaac^{\frac{m}{n}}}$, ou $4nnaac^{\frac{m}{n}}dx^2 = bby^{\frac{m}{n}}dv^2 = bby^{\frac{m}{n}}dx^2 + bby^{\frac{m}{n}}dy^2$; ce qui donnant $4nnaac^{\frac{m}{n}}dx^2 - bby^{\frac{m}{n}}dx^2 = bby^{\frac{m}{n}}dy^2$, l'on auroit aussi trouvé $dx = \frac{by^{\frac{m}{2n}}dy}{\sqrt{4nnaac^{\frac{m}{n}} - bby^{\frac{m}{n}}}}$ pour l'équation de la Courbe cherchée.

II. Si l'on suppose presentement $m = 2nn$, cette équation se changera en $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{4nnaac^{2n} - bby^{2n}}}$ la même que dans les Probl. 2. 3. Ce qui prouve non seulement la ressemblance des Courbes de ces trois Problêmes, mais encore l'identité de ces Courbes en faisant ici $m = 2nn$; & si l'on joint à ceci ce qu'on a vû dans les Corol. du Probl. 2. de la ressemblance des Courbes de ce Problême & du Probl. 1. on verra sans peine que dans les mêmes cas les quatre Problêmes précédens donnent des Courbes semblables.

Cela se voit encore tout d'un coup en jettant les yeux sur les deux équations générales $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{\overline{2n+1}^2 \times aac^{2n} - bby^{2n}}}$, $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{4nnaac^{2n} - bby^{2n}}}$, dont la premiere est celle de la Courbe du Probl. 1. & la seconde, celle de la Courbe de chacun des trois autres : ces deux équations étant de même nature, n'y ayant de difference que dans les coëf-

ficiens $\overline{2n+1}^2$, $4nn$, de la grandeur constante aac^{n}.

III. Puisque (*hyp.*) dans ce dernier Prob. 4. la pression causée par la force centrifuge du poids comprimant, est à ce qu'en cause sa pesanteur :: $m. n.$ la supposition qu'on vient de faire (*art.* 2.) de $m = 2nn$, rendroit ce raport :: $2nn. n :: 2n. 1 :: n. \frac{1}{2}$.

Cela suit encore des Solutions des Probl. 2. 3. Car puisque (*Prob.* 2.) $\frac{2ayddx}{dvdy} = \frac{by^n}{c^n}$, & (*Remarque art.* 2. *Prob.* 3.) $\frac{adx}{dv} = \frac{by^n}{2nc^n}$, la pression de la force centrifuge $\left(\frac{2ayddx}{dvdy}\right)$ doit aussi être suivant ces deux Problêmes à celle $\left(\frac{adx}{dv}\right)$ de la pesanteur :: $\frac{by^n}{c^n} . \frac{by^n}{2nc^n} :: 2n. 1 :: n. \frac{1}{2}$. Ce qui est encore une confirmation des ressemblances précédentes.

OBSERVATIONS SUR LA RHUBARBE.

PAR M. BOULDUC.

1710. 15. & 29. Janvier.

NOus avons dans divers Auteurs une histoire assez exacte de la Rhubarbe, pour me dispenser d'en donner icy la description, ayant seulement dessein de rapporter ce que j'ay connu de ses effets par la pratique, & de ses principes par l'analyse.

Les experiences apprennent que cette racine est un purgatif des plus doux & des plus efficaces, mais l'on soûtient communément qu'elle est en même temps astringente ; d'où l'on infere qu'elle évacuë en fortifiant & en resserrant, & qu'elle peut, par de certaines préparations, être dépoüillée de sa vertu cathartique & rester toute astringente, comme si dans son état naturel elle étoit

composée de deux parties qui pussent aisément se diviser & être séparées l'une de l'autre.

Personne n'osera jamais contester la vertu purgative de la Rhubarbe; mais qu'elle resserre & fortifie encore par elle-même, c'est ce qui me semble difficile à prouver par des faits sensibles & convaincans. Je sçay qu'outre la saveur amere & nullement desagreable qu'on y remarque quand on la mâche, & qui semble indiquer sa qualité purgative, la langue se trouve aussi frappée d'une certaine âpreté semblable à celle qui s'observe dans tout ce que nous appellons astringent, & qui a fait dire que la Rhubarbe étoit aussi astringente; mais jusqu'à present on n'a pû encore démontrer que les particules qui causent cette âpreté sur la langue, fassent sur le ventricule & sur le conduit intestinal une impression suffisante pour les resserrer & les faire entrer en des contractions opposées à celles par lesquelles les matieres étoient déterminées à y couler de haut en bas, comme on l'éprouve de l'Ypecacuanha, qui manifestement purge & resserre tout à la fois; & il n'est pas aisé non-plus de se persuader qu'aprés avoir essayé d'ôter à la Rhubarbe la proprieté qu'elle a d'agir par les déjections, il ne lui reste plus que celle de restraindre.

J'avouë que la Rhubarbe terrefiée ne purge presque pas, & qu'aprés avoir tiré la teinture de cette racine, le marc n'est aucunement purgatif; mais par toutes les épreuves que j'ay faites dans les occasions les plus propres à m'en éclaircir, je n'ay pû encore m'assurer que la Rhubarbe, aprés ces deux préparations & d'autres pareilles, soit veritablement astringente.

Il est constant que dans tous les purgatifs dont on a tiré la teinture par des menstruës convenables, il se rencontre outre cette substance mielleuse qu'on nomme extrait, qui contient toute la vertu purgative, une seconde substance terrestre qui est le marc qui sert comme de frein pour moderer l'activité de l'autre lorsqu'elles ne sont point séparées, & qui ne purge en nulle façon. Il

faudroit donc dire sur ce pied-là que le marc ou le résidu de tous les purgatifs seroit astringent, ce qu'on n'a point encore avancé; parce qu'afin qu'un médicament passe pour astringent, il doit sensiblement resserrer & être employé avec succés dans les dévoyemens.

Je vais donc maintenant rapporter ce que j'ay nouvellement observé de la Rhubarbe par les differentes teintures ou extractions & par la distillation, ainsi que j'en ay usé à l'égard des autres purgatifs dont j'ay parlé dans d'autres Assemblées.

J'ay mis en infusion au bain de cendres à chaleur toûjours égale pendant 24 heures deux onces de Rhubarbe choisie coupée par tranches dans 24 onces d'eau de riviere pure; j'en ay ensuite coulé l'infusion que j'ay legerement exprimée; la teinture ayant été bien reposée étoit d'un beau jaune foncé tirant sur le rouge & d'une amertume supportable, avec une âpreté ou astriction médiocre: je n'ay point fait boüillir cette infusion, persuadé par quantité d'experiences que les purgatifs, principalement d'entre les vegetaux, perdent beaucoup de leur vertu par la grande chaleur ou par l'ébulition, ayant fait évaporer cette teinture jusqu'à consistance d'extrait solide, il m'en est resté quatre dragmes & douze grains.

La teinture d'une dragme de Rhubarbe préparée, comme je viens de le specifier, purge davantage que l'extrait de deux dragmes de Rhubarbe fait de la même teinture, & même 24 grains de Rhubarbe en substance purge plus que l'infusion d'une dragme & demie, & encore plus qu'une dragme d'extrait; il en est de même du Senné & de plusieurs autres purgatifs de cette nature, d'où l'on peut conclure qu'il est souvent plus à propos d'employer les médicamens, sur-tout les purgatifs, sans les décomposer & tels que la nature les produit, à moins que le Medecin n'ait des raisons particulieres pour en user autrement.

Je remarqueray aussi en passant que les infusions des purgatifs vegetaux agissent mieux & ont de meilleurs ef-

fets que les décoctions, d'où il paroît que les principes les plus actifs de ces mixtes se dissipent par la chaleur: l'on s'apperçoit même que la plûpart de ces vegetaux gardez trop long-temps, sur-tout en poudre, diminuënt beaucoup de leur énergie.

Pour reprendre le fil de nôtre operation, je diray qu'ayant fait dessécher le marc de la Rhubarbe dont j'avois tiré cette premiere teinture & le premier extrait; j'ay trouvé le marc du poids d'une once trois dragmes & quelques grains, & j'ay tiré de la teinture de ce marc par simple infusion : cette seconde teinture étoit plus foible en couleur, moins amere & moins âpre sur la langue, & enfin moins odorante que la précedente, de laquelle elle approchoit fort; mais j'ay remarqué en diverses rencontres que telles secondes teintures purgeoient moins que les premieres, quoyque celles-là fussent données en plus grande dose, je n'y ay point non plus remarqué d'astriction.

Aprés avoir fait évaporer cette seconde teinture bien séparée de ses fêces, j'en ay encore eu trois dragmes d'extrait assez solide; ce dernier extrait purge veritablement, mais notablement moins que celuy de la premiere teinture.

Le résidu de cette seconde infusion desséché ne pesoit que sept dragmes, il étoit presqu'insipide & avoit peu d'âpreté.

Je n'ay pas laissé d'en faire une troisiéme infusion par ébulition; la décoction avoit une couleur noire, obscure, sans odeur, avec peu de saveur & presque nulle âpreté.

Je ne me suis pas aperçu que cette troisiéme teinture & son extrait purgeassent, ni qu'ils resserrassent, quoiqu'on les prît en une quantité considerable. J'ai encore retiré de cette troisiéme infusion ou décoction une dragme d'extrait dur, mais d'une consistance peu liée & trés terrestre; ce dernier marc aprés avoir été bien desséché ne pesoit plus que six dragmes moins quelques grains, sans odeur ni saveur, n'ayant pas même donné de teinture à l'esprit de vin.

J'ay souvent fait prendre de ces differens résidus de Rhubarbe à des malades, sans aucun effet sensible d'astriction.

Les deux onces de Rhubarbe par ces trois infusions ont ainsi rendu une once douze grains d'extrait.

Voilà tout ce que j'ay remarqué de la Rhubarbe examinée par le dissolvant aqueux, vous allez voir ce que m'en a produit le dissolvant sulphureux.

J'ay tiré avec suffisante quantité d'esprit de vin rectifié la teinture d'une once de Rhubarbe dans des vaisseaux convenables par un feu de digestion, lent au commencement, & un peu plus fort sur la fin durant 24 heures. Cette teinture étoit fort legere, d'un beau jaune de citron, & trés-differente de celle qui avoit été preparée avec l'eau, non-seulement quant à la couleur, mais encore à raison de la saveur; car cette teinture faite avec l'esprit de vin, est peu amere & presque sans âpreté; ce qui peut faire croire que la qualité purgative de la Rhubarbe réside plus dans ses parties salines que dans ses souphres, qui n'y doivent être que peu considerables, vû que la teinture en étoit trés-legere: Je soupçonne même (comme je l'ay dit plusieurs fois) que ce peu de teinture que l'esprit de vin en a tiré, provient de ce qui reste toûjours de phlegme, dont l'esprit de vin, quelque rectifié qu'il semble être.

Ayant retiré par la distillation l'esprit de vin de cette teinture, l'extrait restant pesoit une dragme & demie; il étoit trés-beau, sentant bon, & laissant sur la langue le vray goût de la Rhubarbe, demie-dragme de cet extrait purge légerement & fort doucement.

Cette teinture dont l'esprit de vin se charge, ne devient point laiteuse en y mêlant de l'eau, ce qui montre qu'elle ne contient que peu ou point de parties resineuses.

Le residu de la Rhubarbe où l'esprit de vin avoit passé pesoit six dragmes aprés son parfait dessechement, & il étoit presqu'aussi beau, presqu'aussi amer & aussi âpre

qu'étoit la Rhubarbe avant qu'on l'eût employée.

J'ay donné plusieurs fois de ce marc au poids de demie dragme, qui a purgé comme auroit pû faire une pareille dose de Rhubarbe; mais il n'a pas toûjours eu autant d'effet, quoiqu'il n'ait jamais manqué de purger.

J'ay encore retiré la teinture de ce résidu avec de l'eau, & j'en ay fait l'extrait; cette teinture & cet extrait purgent comme les premiers dont j'ay parlé.

J'ay remarqué si peu de qualitez dans les dernieres teintures de ce marc, que je n'en ay presque pas fait d'usage.

J'ajoûteray que par l'examen que j'ay fait de toutes ces teintures & de tous ces extraits; ce qu'il y a de plus purgatif & d'astringent dans la Rhubarbe passe dans la premiere infusion & dans le premier extrait, puisque l'un & l'autre sont & plus ameres & plus âpres que les autres.

La distillation de la Rhubarbe par la cornuë à la maniere ordinaire, non plus que les autres purgatifs distilez de même ne m'ont pas beaucoup instruit. De la Rhubarbe ainsi distilée, j'ay tiré par le premier degré du feu un phlegme qui avoit quelqu'odeur de la Rhubarbe, peu d'âpreté & de saveur : les autres portions qui viennent ensuite sont acides par degrez. Les dernieres ne fournissent gueres d'huile; car les mixtes pourvûs de peu de resine, rendent peu d'huile par la distillation : le sel extrait du *Caput mortuum* est en petite quantité & fermente avec les acides.

Par tous les faits que je viens de rapporter, il me semble qu'on doit être aussi incertain de la faculté astringente de la Rhubarbe, qu'assuré de sa faculté purgative; celle-là n'étant établie que sur un leger goût d'âpreté ou d'astriction qu'on y observe; la terrefaction qu'on en fait sur le feu, ne luy laissant qu'une substance terrestre, des proprietez de laquelle on ne sçait encore rien de constant; de sorte que si dans les dévoyemens on se sent plus soulagé & moins abatu aprés l'usage de la Rhubarbe que si l'on avoit pris la plûpart des autres purgatifs, c'est parce qu'ordinairement elle ne cause ni tranchées ni dégoûts,

&

& qu'en dégageant les vaiſſeaux, des humeurs qui les incommodoient, elle permet aux reſſorts de reprendre leur tenſion & leur direction naturelles.

OBSERVATION

De l'Eclipſe de Lune du 13 Fevrier au ſoir de l'an 1710.

PAR Mrs CASSINI & MARALDI.

1710. 19. Fevrier.

POur obſerver l'Eclipſe de Lune qui eſt arrivée le 13 de Fevrier au ſoir, nous avions préparé une Lunete de 8 pieds qui avoit à ſon foyer un Chaſſis diviſé en pluſieurs intervalles égaux par des fils de ſoye poſez à égale diſtance l'un de l'autre & paralleles entr'eux, qui devoient ſervir à déterminer les phaſes de la Lune éclipſée.

Le ſoir deux heures avant l'Eclipſe, nous obſervâmes que le diametre apparent de la Lune comprenoit préciſément 22 de ces intervalles, & que chacun étoit égal à 33 minutes de doit.

Ces intervalles entre leſquels la Lune étoit compriſe, comparez avec la longueur de la Lunete, donnerent le diametre apparent de la Lune de 33′ 30″, préciſément comme nous l'avons trouvée auſſi par l'obſervation de ſon paſſage par un cercle horaire, toutes les réductions étant faites.

Le Ciel n'a pas toûjours été favorable pour l'obſervation de cette Eclipſe, la Lune ayant preſque toûjours paru au travers des nuages qui ſe confondoient avec le terme de l'ombre, & rendoient ſouvent douteuſe la détermination des phaſes. Il n'y eut qu'environ une demie-heure avant la fin que la Lune parut claire, & qu'on put obſerver l'Eclipſe aſſez exactement.

9^h 10′ La Lune ayant paru aſſez claire & bien terminée, on ne voïoit encore aucune marque d'Eclipſe.

9^h 18′ 30″ La Lune aïant paru au travers des nuages rares, l'Eclipse paroît avoir commencé.

9 22 La partie éclipsée paroît égale à un intervalle entre deux fils, ce qui donne un peu plus de demi-doit d'Eclipse; mais l'ombre est mal terminée.

9 28 L'ombre a toûjours été mal terminée, & la Lune se couvre.

9 42 On voïoit la Lune au travers des nuages sans rien distinguer.

10 14 La partie de la Lune comprise entre le bord clair & les cornes de la Lune, étoit de dix intervalles; ce qui donne la grandeur de l'Eclipse de 7 doigts & demi.

10 17 La Lune aïant paru assez claire on a trouvé la grandeur de l'Eclipse de 8 doigts 40 minutes; mais le terme de l'ombre qui tomboit sur des taches obscures rend cette détermination un peu douteuse.

10 22 La distance entre les deux cornes de la Lune étoit de 20 intervalles & demi; ce qui donne la portion de la circonference de la Lune éclipsée de 222 degrez.

10 25 La partie claire de la Lune occupoit 4 intervalles & demi, d'où la grandeur de l'Eclipse résulte de 9 doigts 32 minutes.

10 28 La Lune se couvre entierement, & ne se découvre qu'à 10^h 59′, & pour lors la partie claire m'a paru moindre qu'elle n'avoit été à 10^h 28′. Ainsi le milieu de l'Eclipse a été plus proche de 11^h que de 10^h & demi.

11 5 28 Les nuages étant plus rares on a commencé de voir le Cœur du Lion, qui étoit éloigné vers l'Orient à l'égard du bord oriental de la Lune qui étoit éclairé de 8 intervalles des fils qui font 12 minutes & demi d'un grand cercle.

11^h	12′	50″	Le Cœur du Lion étoit dans le parallele du bord ſuperieur de la Lune.
11	19		La grandeur de l'Eclipſe eſt environ de 8 doigts.
11	22		La grandeur de l'Eclipſe eſt de 7 doigts 36′.
11	28		L'Eclipſe eſt de 7 doigts.
11	35½		La partie claire de la Lune comprenoit dix intervalles, ce qui donne la grandeur de l'Eclipſe de 6 doigts 30′.
11	36	15	L'ombre eſt à Menelaüs.
	39	50	L'ombre au bord de *Mare ſerenitatis*.
11	41	20	L'ombre à Plinius.
11	44		La grandeur de l'Eclipſe eſt de 4 doigts 50′.
11	45	40	L'ombre à Dioniſius.
11	45	50	L'ombre paſſe par le milieu de Tycho.
11	47	10	L'ombre arrive au ſecond bord de Tycho.
11	50		Grandeur de l'Eclipſe, 4 doigts 18′.
11	51	20	L'ombre à Proclus.
11	54	45	L'ombre à *Promontorium acutum*.
11	57	50	L'ombre au bord de Caſpie.
12	59		L'Eclipſe eſt de 2 doigts 6 minutes.
12	4½		L'Eclipſe eſt de 1 doigt 31′.
12	8		L'Eclipſe eſt de 1 doigt.
12	11		Elle eſt de 25 minutes.
12	12½		J'ay jugé que c'étoit la fin de l'Eclipſe, quoyque par le progrez des phaſes précedentes elle ait pû arriver deux ou trois minutes plus tard.

Outre les Obſervations que nous avons rapportées de la Lune avec le Cœur du Lion, nous en avons fait diverſes autres pendant le temps de l'Eclipſe & aprés pour la recherche de la parallaxe de la Lune; mais à cauſe des nuages qui empécherent de faire des obſervations neceſſaires à une grande diſtance du Meridien, on ne put pas profiter entierement comme on auroit ſouhaité, de cette rencontre qui étoit la plus favorable qui ſe ſoit preſentée depuis long-temps pour cette recherche.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune arrivée la nuit entre le 13 & le 14 Fevrier 1710, à l'Observatoire.

PAR MM. DE LA HIRE.

1710. 19. Fev.

LE Ciel fut toûjours couvert dans le commencement de cette Eclipse; cependant on ne laissoit pas de voir la Lune de tems en tems au travers de quelques nuages; mais comme elle disparoissoit presque à l'instant, nous ne pûmes rien déterminer de bien juste. Nous estimâmes seulement que le commencement avoit pû être vers 9h 16'. L'ombre de la Terre ne nous paroissoit pas bien terminée comme on la voit quelques fois; nous observâmes seulement que

à 10h 15' l'Eclipse étoit de 9 doigts 24 minutes &

à 10 18 elle étoit de 9 doigts 30 minutes.

Le Ciel se couvrit ensuite de telle maniere que nous ne pûmes rien observer, jusqu'un peu aprés 11 heures où il devint fort serein & l'ombre paroissoit bien nette.

				Doigts éclipsés.	M.
à	11h	7'	5"	9	31
	11	9	11	9	18
	11	11	17	9	4
	11	13	22	8	50
	11	15	25	8	36
	11	17	29	8	23
	11	19	32	8	10
	11	21	34	7	56
	11	23	36	7	42
	11	25	34	7	28
	11	27	31	7	16
	11	29	27	7	2

			Doigts éclipsés.	M.
à 11h	31′	22″	6	48
11	33	16	6	34
11	35	6	6	20
11	36	55	6	7
11	38	43	5	54
11	40	30	5	40
11	42	16	5	27
11	43	58	5	14
11	45	38	5	0
11	47	17	4	47
11	48	55	4	33
11	50	31	4	20
11	52	5	4	6
11	53	37	3	52
11	55	8	3	38
11	56	38	3	25
11	58	6	3	11
11	59	27	2	58
12	0	46	2	44
12	2	3	2	31
12	3	18	2	17
12	4	31	2	4
12	5	42	1	50
12	6	51	1	37
12	7	43	1	23
12	8	32	1	9
12	9	18	0	55
12	10	3	0	42
12	10	47	0	28
12	11	31	0	14
12	12	15	0	0 Fin.

Vers la fin de l'Eclipse l'ombre nous paroissoit fort mal terminée.

Toutes ces observations ont été faites avec le Micrometre, & nous en avons tiré les tems de l'Eclipse en doigts entiers comme il suit.

			Doigts.
à 10^h	$18'$	$0''$	$9\frac{1}{2}$
11	7	0	$9\frac{1}{2}$
11	11	53	9
11	20	59	8
11	29	44	7
11	37	53	6
11	45	38	5
11	52	45	4
11	59	15	3
12	4	51	2
12	8	47	1
12	12	15	0 Fin.

Nous pourrons tirer le milieu de l'Eclipse à 10^h $42'\frac{1}{2}$ des deux Observations correspondantes de 9 doigts $\frac{1}{2}$; mais pour une détermination exacte il faudroit avoir plusieurs de ces Observations.

Nous avons aussi observé l'ombre sur quelques Taches du disque de la Lune tant en entrant qu'en sortant.

à 9^h	$26'$	$20''$	Grimaldi entre dans l'ombre.
10	21	0	L'ombre entre sur *Mare Crisium.*
10	24	0	L'ombre au milieu de *Mare Crisium.*
11	10	0	Emersion du milieu de Grimaldi.
11	38	0	Emersion de Menelaus.
11	39	0	Emersion de *Insula Sinus medii.*
11	40	0	L'ombre quitte tout à fait *Mare serenitatis.*
11	40	0	Emersion de Pline.
11	45	0	Emersion de Dionysius.
11	46	0	Emersion de Tycho.
11	47	30	Commenc. de l'Emersion de *Mare Crisium.*
11	53	0	Emersion de *Promontorium acutum.*
11	58	0	Emersion totale de *Mare Crisium.*

Nous observâmes aussi le 12 Fevrier au soir le passage du centre de la Lune par le Meridien à 11^h $7'$ $49''$, & sa hauteur Meridienne apparente de $60°$ $13'$ $46''$, & son diametre étoit de $33'$ $37''\frac{1}{2}$.

Vers la fin de l'Eclipse la Lune passa aussi au Meridien, & son centre y arriva le 14 au matin à $0^h\ 3'\ 58''$: la hauteur meridienne apparente de son centre étoit alors de $53^\circ\ 57'\ 49''$, & son diametre observé avec le Micrometre de $33'\ 52''$.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE du 13 Fevrier 1710,

Faite à Versailles en présence de MONSEIGNEUR LE DUC DE BOURGOGNE.

PAR M. CASSINI le Fils.

1710. 19. Fevrier.

LE Ciel étoit couvert à Versailles au commencement de l'Eclipse, & il tomboit une pluye fine. A $9^h\ 53'$ on apperçut la Lune entre les nuages éclipsée d'environ 6 doigts, à ce qu'on en put juger à la vûë simple. Le Ciel se découvrit un peu à $10^h\ 32'$, & à $10^h\ 45'$ la Lune parut dans sa plus grande Eclipse de 9 doigts 55'.

On observa ensuite assez distinctement l'Emersion de quelques Taches de l'ombre comme il suit.

à 11^h	$5'$	$30''$	Galilée étoit éloigné de l'ombre du diametre de cette Tache.
11	7		Grimaldi cómence à sortir de l'ombre.
11	9		Grimaldi est entierement sorti.
11	22		L'ombre quitte Copernic.
11	40		Pline commence à sortir.
11	49	15	Proclus commence à sortir.
12	11	30	Fin de l'Eclipse observée par Monseigneur le Duc de Bourgogne, avec une Lunette de 4 pieds.

à 12^h $12'$ $0''$ Fin de l'Eclipſe obſervée avec une Lunette de 6 pieds.

Auſſi-tôt aprés la fin de l'Eclipſe on obſerva avec un quart-de-cercle de deux pieds de rayon, quelques hauteurs du petit Chien, pour regler la pendule à ſecondes & déterminer l'heure veritable des Obſervations telle qu'elle eſt marquée cy-deſſus. La difference des Meridiens qui eſt entre Verſailles & l'Obſervatoire Royal ayant été déterminée géometriquement par des Triangles de $0'$ $50''$ dont Verſailles eſt plus à l'Occident. La fin de l'Eclipſe a dû arriver à Paris ſuivant la premiere détermination obſervée avec une Lunette de 4 pieds à 12^h $12'$ $20''$; & ſuivant la ſeconde à 12^h $12'$ $50''$.

On appercevoit pendant cette Eclipſe le cœur du Lion, qui fut en conjonction avec la Lune & une autre petite Etoile qui devoit entrer dans le diſque de la Lune; mais la clarté de la Lune qui recouvroit ſa lumiere nous empêcha de l'obſerver.



DES

DES POINTS DE RUPTURE DES FIGURES:

De la maniere de les rappeller à leurs Tangentes : D'en déduire celles qui sont par-tout d'une résistance égale : Avec la Méthode pour trouver tant de ces sortes de Figures que l'on veut : Et de faire ensorte que toute sorte de Figure soit par tout d'une égale résistance, ou ait un ou plusieurs points de rupture.

I. MEMOIRE.

Des Figures retenuës par un de leurs bouts, & tirées par telles & tant de puissances qu'on voudra.

PAR M. PARENT.

1710. 22. Fevrier.

I. Art. SOit (*dans les 6. 1res figures*) un corps quelconque *EFaAB* retenu fixement par sa bâse *EBAC*, & dont toutes les Tranches *ebac* paralleles à *EBAC* luy soient en même tems proportionnelles; ensorte qu'ayant divisé les axes *EB*, *eb* de ces tranches proportionnellement en *D*, *d*, leurs ordonnées *DC*, *dc*, ayent un même raport aux dernieres ordonnées *AB*, *ab*, & entre elles, comme je l'ai supposé dans les Memoires du 2e Avril 1704, & du 4 Juin 1707. Soit *BbF* l'axe de ce corps qu'on suppose perpendiculaire aux tranches *EBA*, *eba*, aussi-bien qu'à la commune direction *PM* des puissances *M* qui doivent rompre ce corps, comme dans le cas le plus or-

dinaire, & auquel tous les autres cas peuvent aiſément ſe rapporter. Soit *PM* cette direction commune rencontrant *BF* en *P*; *M* la force composée de toutes les puiſſances quelconques appliquées à rompre ce corps. Il a été démontré dans les Memoires citez, [*Que les réſiſtances des baſes* EBAC, ebac, *ſont entr'elles comme les produits* $EB^2 \times BA$, $eb^2 \times ba$ *continuellement*], en ſuppoſant les unes & les autres prêtes à ceder.

Si l'on ſuppoſe donc par penſée, & pour un tems ſeulement, que le corps *EFAB* ſoit dans un tel état de tenſion, que toutes ſes tranches imaginables *EBAC*, *ebac*, ſoient prêtes à ſe ſéparer, & que le rapport $\frac{M \times PB}{EB^2 \times AB}$ ſoit continuellement égal au rapport $\frac{M \times Pb}{eb^2 \times ba}$, il eſt évident que ce corps pourra être tenu en cet état de tenſion par la ſeule puiſſance *M*. Mais ſi la ſuppoſition reſtant toûjours la même, le rapport $\frac{M \times Pb}{eb^2 \times ba}$ eſt plus grand que $\frac{M \times PB}{EB^2 \times BA}$, & que tous ſes pareils, cette tranche *ebac* ſera plus foible pour réſiſter à la puiſſance *M*, que toutes ſes pareilles; ainſi, ſi la puiſſance *M* eſt ſuffiſante, la rupture ſe fera en *ebac*. Il s'agit donc maintenant de trouver toutes les figures infinies qui ont cette proprieté, d'être prêtes à rompre dans tous leurs points à la fois; ou ſi elles ne l'ont pas, de la leur faire avoir. Et à l'égard des autres figures, de trouver leur point, ou leurs points de rupture, ſi elles en ont un; ou ſi elles n'en ont pas, de leur en faire avoir: & enfin de trouver en même tems les puiſſances *M* qu'il faut appliquer, pour les ſéparer, dans les points de rupture.

I. Principe pour les points de rupture, & les figures d'égale réſiſtance tirées par des puiſſances conſtantes.

Pour cet effet ſoit $BE = a$, $BA = b$, $BF = c$, $bP = u$, $bF = x$, $be = y$, $ba = z$. Soit $\epsilon\beta\alpha x$ une 3e tranche parallele aux 2. 1res & indéfiniment proche de *ebac*, qui donnera $b\beta = dx$: on aura donc pour les expoſans des réſiſtances

des tranches $EBAC$, $ebac$, a^2b, & y^2z, & le rapport $\frac{Mu}{y^2z}$ devra être constant pour les figures d'égale résistance, ou égale à une quantité constante c; & pour les points de rupture des figures qui en ont, ce rapport devra être égal à un *Maximum*, ce qui donnera pour les figures d'égale résistance tirées par une force constante M la formule génerale $Mu = y^2zc$; car appellant e la distance constante PF, on aura $u = x \pm e$, ce qui la changera en celle-cy $M \times \overline{x \pm e} = y^2zc$. Or il est évident que si le profil FaA par exemple étant donné en x, & en quantitez constantes à souhait, l'on substituë dans cette formule la valeur de z, ou ab en x ou bF, il en résultera une équation exprimée toute en x, y, & en quantitez constantes, laquelle marquera la nature du profil FeE desiré: ou tout au contraire; si l'on y substituë une valeur arbitraire de y ou be en x, & en quantitez constantes, il en résultera une équation toute exprimée en x & z & en quantitez constantes, laquelle exprimera la nature du profil desiré FaA.

A l'égard de la nature des tranches $ABEC$, $abec$, elle pourra être telle qu'on voudra, pourvû qu'elles soient toutes proportionnelles entr'elles, ce qui donnera une infinité de figures differentes toutes d'égales résistances.

II. Principe pour les figures d'égale résistance tirées par des puissances variables.

Mais si M represente un assemblage quelconque de quantitez dévariables, la distance PF sera alors une quantité variable, le centre commun P de toutes ces puissances changeant de place à mesure que Fb variera. Mais Mu étant toûjours égal à la somme des momens infinis de chacune des puissances rompantes par leurs distances particulieres à l'axe ab; & lorsque ab se change en $\alpha\beta$, cette somme n'augmentant que du produit de la somme M des mêmes puissances par $b\beta$ (comme il est évident) il s'ensuit que la differentielle ou l'accroissement de Mu

eſt Mdx. Tirant donc la difference de la formule cy-devant $Mu = y^2 zc$, on aura $Mdx = dy^2 z$; & tirant une 2e fois la difference de cette équation, en ſuppoſant les dx, conſtantes, il vient $\frac{dxdM}{c} = ddy^2 z$. Or il eſt évident que dM marque ſeulement la difference des forces variables rompantes, qui n'eſt autre choſe que la force rompante appliquée à la tranche élémentaire *abeεβα*, telle que ſoit cette force.

On peut donc prendre pour régle générale des figures d'égale réſiſtance tirées par des forces variables à ſouhait. [*Que les ſecondes differences* ddy²z *des réſiſtances de leurs tranches* ECBA, ecba, *&c. doivent être continuellement entr'elles en même raiſon que les forces rompantes appliquées à ces mêmes tranches.*] D'où il ſuit que pour rendre toute ſorte de figure proportionnelle *EFAC* d'égale réſiſtance, il faut appliquer à chacune de ſes tranches *ebca*, des puiſſances qui ſoient entr'elles comme les ſecondes differences des réſiſtances de ces mêmes tranches, ſçavoir comme les $dd.y^2 z$. Si l'on ſuppoſe par exemple que la figure *EFcA* (4. *fig.*) ſoit une eſpece de Pyramide dont le profil *EeF* ſoit une 1re Parabole, & le profil *AaF* une des 1res paraboles à l'infini, deſquelles paraboles *F* ſoit le ſommet commun & *BF* une commune tangente, l'équation du profil *EeF* ſera $y = x^2$, & celle du profil *AaF* ſera $z = x^p$, & la tranche *ebac* ſera continuellement exprimée par le produit $yz = x^{2+p}$. Sa réſiſtance ſera $y^2 z = x^{4+p}$, dont la difference $= \overline{4+p}dx \times x^{3+p}$, & derechef la difference de cette difference (en ſuppoſant toûjours les dx conſtantes) $= \overline{4+p} \times \overline{3+p}dx^2 \times x^{2+p}$, laquelle eſt continuellement en même proportion que les $yz = x^{2+p}$, ou que les tranches mêmes *ebac*. Ce qui nous apprend que cette eſpece de Pyramide eſt par tout également réſiſtante par ſa propre peſanteur.

II. Principe. Pour les points de rupture des figures tirées par des puissances variables quelconques; qu'on appliquera dans la suite à des variables mêlées de constantes.

On prendra la differentielle du rapport $\frac{Mu}{y^2z}$ qu'on égalera à zero, ce qui donnera l'égalité $y^2z \times Mdx = 2ydyzMu + y^2dzMu$, d'où l'on tire cette autre $\frac{yzdx}{2dyz + ydz} = u$, & enfin celle-cy $\left\{\frac{\frac{ydx}{dy} \times \frac{zdx}{dz}}{\frac{ydx}{dy} + \frac{2zdx}{dz}}\right\} = u = \frac{bZ \times bY}{bZ + 2b}$; Dans laquelle on voit à l'œil que $\frac{ydx}{y}$, & $\frac{zdx}{dz}$ sont les deux soûtangentes bZ, bY (6.1^res^ *fig.*) aux points e & a des profils EeF, AaF; ce qui donne un principe géneral pour tous les points de rupture, sçavoir qu'au point de rupture b, [*Le produit des deux soûtangentes qui répondent à ce point, divisé par la somme de la soûtangente qui répond à l'ordonnée verticale, & du double de la soûtangente qui répond à l'ordonnée horizontale, est toûjours égal au levier commun de toutes les puissances rompantes.*]

Connoissant donc par les méthodes ordinaires les soûtangentes bZ, bY, aux points e & a, au moyen des équations des profils EeF, AaF, si l'on en forme la valeur cy-dessus, cette valeur sera toute exprimée par les abscisses bF ou par x; de même que le levier $bP = u$ est exprimé luy-même aussi en x par la connoissance de la figure $EBAF$, & des puissances rompantes qu'on y applique. C'est pourquoy égalant ces deux quantitez, on aura une équation toute exprimée en x qui donnera la distance Fb du sommet F au point de rupture desiré b.

Si l'on suppose par exemple le poids constant M attaché en F (7. *fig.*); pour le profil EeF l'équation $y = \frac{a^2}{x}$, & pour le profil AaF l'équation $z = \frac{b^2}{c-x}$. Le premier sera une premiere hyperbole entre les Asymptotes FV, FB dont F sera le centre; & le second sera une autre premiere

hyperbole entre les Aſymptôtes BA, BF, ayant ſon centre en B: la ſoûtangente bZ de la premiere, $= -x$; & celle de la ſeconde, $= c - x = bY$, ce qui change la formule generale $\frac{bZ \times bY}{bZ + 2bY} = x$, en cette autre $\frac{x^2 - cx}{2c - 3x} = x$, d'où l'on tire $\frac{3}{4}c = x = bF$ deſirée.

On trouvera la même choſe en changeant le rapport $\frac{Mu}{y^2z}$; ou ici $\frac{Mx}{y^2z}$ en cet autre $\frac{M \times \overline{x^3c - x^4}}{ay^2}$ au moyen des deux équations cy-deſſus, & l'égalant à un *Maximum* ſelon le premier Principe, & par les Méthodes ordinaires.

III. Principe, pour les figures d'égale réſiſtance tirées par des puiſſances variables quelconques.

Du dernier Principe, on en peut tirer un troiſiéme pour les figures d'égale réſiſtance, ſçavoir [*Que toutes celles dans leſquelles le produit des deux ſoutangentes par un même point de l'axe diviſé par la ſomme de celle qui répond à l'ordonnée verticale, & du double de celle qui répond à l'ordonnée horizontale, eſt continuellement égal au levier des puiſſances variables rompantes ſont par tout également réſiſtantes*] c'eſt ce qu'on peut voir dans la pyramide cy-deſſus (4. *fig.*).

Premiere Remarque ſur les points de rupture.

Il faut remarquer que ſi M répréſente une ou pluſieurs puiſſances conſtantes mêlées avec les variables, ou plûtôt une ſeule puiſſance conſtante égale à toutes les conſtantes enſemble, conçuë dans leur centre commun de gravité, & jointe avec ces variables quelconques; bP ou x renfermera cette même conſtante. Mais comme la valeur de cette conſtante capable conjointement avec les variables de rompre le corps en *ebac* eſt inconnuë, puiſque cette tranche *ebac* n'eſt pas encore connuë, il eſt évident qu'on aura dans la premiere équation deux inconnuës, ſçavoir x, & cette conſtante. C'eſt pourquoi avant d'en tenter la réſolution, il faudra chercher une ſeconde équation par l'analogie ſuivante: Comme la réſiſtance

de la base *EBAC* à être rompuë, est à celle de la tranche *ebac*; ou comme $BE^2 \times BA$, est à $be^2 \times ba$: ainsi le moment du poids quelconque trouvé par experience capable de rompre la figure dans sa bâse *EBAC* avec un levier quelconque; au moment capable de la rompre dans *ebac* avec le levier *bP*; lequel moment on égalera au moment $M \times bP$ qui est tout exprimé par x, & par la force constante renfermée en M, & avec ces deux équations on trouvera & la distance *Fb* desirée & la valeur, & cette force constante capable avec la variable de rompre la figure en *ebca*.

Seconde Remarque sur les points de rupture.

Souvent les figures qui n'ont point de point de rupture étant tirées par quelqu'un de leurs points, comme (par exemple) par le sommet *F*, se trouvent en avoir lorsqu'on les tire par quelqu'autre *P* pris au delà, ou en deçà de *F*, à l'égard de la bâse *EBAC*; ou même en les tirant toûjours par le même point *F*, & leur ajoûtant quelque figure connuë, comme un triangle, un rectangle, &c. dont on verra des exemples dans la suite.

Conséquences tirées des Principes précedens.

II. ART. Ces principes étant établis, voicy plusieurs conséquences qui s'en déduisent naturellement, & qui serviront elles-mêmes de principes particuliers pour les figures plus simples.

Premierement, pour les points de rupture des Sphéroïdes & Conoïdes, il est évident que les profils *EeF*, *AaF* étant les mêmes (1. & 4. *fig.*) les soûtangentes *bZ*, *bY*, qui répondent aux points *e* & *a*, seront égales; ce qui réduira la seconde formule des points de rupture tirée du second Principe, [*Au quarré de la soutangente* bZ *ou* bY *divisé par trois fois la même soutangente; de sorte qu'alors* bP *est toûjours le tiers de la soutangente* bZ *ou* bY.]

Et pour les Sphéroïdes & Conoïdes d'égale résistance,

il eſt manifeſte [*Que* bP *doit être continuellement le tiers de* bZ] ; & comme dans la premiere parabole cubique *EeF* (1. *fig.*) dont *BE* eſt l'axe & *F* le ſommet, *bF* eſt continuellement le tiers de bz, on ne peut douter que ſi *M* eſt une force conſtante attachée en *F*, le Conoïde *EFcA* ne ſoit alors tendu également dans toutes ſes coupes *EBAC*, *ebac*, comme nous l'avons marqué dans le Memoire cité de 1704, en parlant de la figure naturelle des bornes des portes & des murs. Au reſte cette même figure eſt une de celles qui ont été remarquées par Galilée, par M. Leibnits, & enſuite par M. de Varignon.

La même choſe ſe tire de la formule $Mu = y^2 zc$ du premier Principe qui devient icy $Mx = y^2 zc$: parce que y étant égal à z, on a $\frac{Mx}{c} = y^3$, dans laquelle *M* étant conſtante, on voit que cette équation eſt celle de cette premiere parabole cubique.

Mais ſi *M* eſt une force variable, comme par exemple, la peſanteur des coupes mêmes, *ebac*; *EeF*, *AaF* (4. *fig.*) ſeront dans ce cas des premieres paraboles dont *BF* ſera la tangente par le ſommet commun *F*; parce que dans ce cas la diſtance *bZ* ou *bY* eſt continuellement triple de la diſtance *bP* de la coupe *ebca*, au centre de gravité *P* de la portion *eFac*; *bZ* ou *bY* étant toûjours dans cette Parabole la moitié de *bF*, & *bP* n'étant jamais que la ſixiéme partie de la même *bF*, ce qui eſt connu de tous les Méchaniciens.

La même choſe ſe tire du ſecond Principe des figures d'égale réſiſtance ; car z étant $= y$, on a $dz = dy$, & $ddz = ddy$. Donc la formule de ce Principe donne cette équation $\frac{dxdM}{c} = ddy^2 z = bdy^2 y + 3y^2 ddy$, dans laquelle $dM = y^2 dx$ continuellement à cauſe de la ſimilitude des coupes. Subſtituant donc cette valeur de dM dans cette équation, il vient l'équation differentielle $\frac{dx^2 y}{c} = 6dy^2 + 3yddy$, dont l'intégrale 2e eſt $y = \frac{x^2}{30}$ qui convient à la premiere parabole.

Si

Si M represente le vent (1. & 4. *Figures*), la Figure EFA sera alors un Cône dont EBA sera la base, F le sommet, & BF l'axe; mais il faut considerer cette Figure comme exemte de pesanteur. Dans cette Figure bP est toûjours le tiers de la hauteur bF, (à cause que les impressions du vent sur les tranches semblables $eeaa$, se font comme si ces tranches étoient plates), & bF est toûjours la soûtangente qui répond au point b. Cette Figure n'avoit pas encore été marquée: on la trouve dans nôtre Memoire de 1704.

La même chose se tire du second principe des Figures d'égale résistance, en intégrant l'équation $\frac{dx^2}{c} = 6dy^2 + 3yddy$ qui est tirée de sa formule $\frac{dxdM}{c} = dd.\ y^2z$, à cause qu'alors $dM = ydx$.

Secondement pour les lames rompuës sur le chan ou en côté, on aura tous les z ou les AB, ab (3. & 6. *Fig.*) égaux entr'eux, ainsi la soûtangente bY sera alors infinie; c'est-pourquoi la formule $\frac{bY \times bZ}{2bY + bZ} = bP$ du second principe des points de rupture se réduira à $\frac{bZ}{2} = bP$. De sorte qu'en ce cas: Le levier bP est toûjours la moitié de la soûtangente bZ au point de rupture b.

A l'égard des Figures d'égale résistance, il est manifeste Que celles là où ce levier bP sera continuellement la moitié de la soûtangente bZ, résisteront également dans toutes leurs parties. C'est-pourquoi dans la premiere Parabole EeF (3. *Fig.*) dont BF est l'axe, F le sommet, & dans laquelle abscisse bF est continuellement la moitié de la soûtangente bZ, on ne peut douter que si l'on suspend un poids constant M en F, la lame EeF ne soit alors également tenduë dans toutes ses parties, pourvû que l'on n'ait point égard aux poids de ces mêmes parties, comme les Auteurs cités l'ont remarqué.

La même chose se tire encore tout d'un coup de la premiere formule $Mu = y^2zc$ du premier principe qui devient alors $Mx = y^2zc$, parce qu'alors z & M sont des

quantités constantes; ce qui la réduit à $x=y^2$, en prenant $M=zc$.

Mais si *M* represente (par exemple) la pesanteur des branches *ebac* (6. *Fig.*); alors le profil *EeF* sera la même premiere Parabole sur sa tangente *BF* par son sommet *F*, que pour le Conoïde cy-dessus (4. *Fig.*); parce qu'en ce cas *bP* est toûjours $\frac{1}{4}$ de *bF*, & que *bZ* en est toûjours la moitié. Donc *bP* est aussi toûjours $=\frac{1}{2}bZ$.

Ceci se trouve encore par le second principe des Figures d'égale résistance; car les *z* étant constans, les *dz* & *ddz* n'ont plus lieu: ainsi la formule de ce principe se réduit à $\frac{dxdM}{c} = dd.\ y^2z = 2dy^2z + 2ddyzy$, dans laquelle *dM* vaut *ydx*, ce qui donne l'équation $ydx^2 = 2dy^2 + 2yddy$, en prenant *zc* pour l'unité; de laquelle l'intégrale seconde est $\frac{x^2}{12} = y$, ce qui fait voir que la figure de cette lame est telle qu'on la vient de marquer.

Cette figure a été encore remarquée par les Auteurs cités.

Si *M* represente le vent venant perpendiculairement à *BF* (3. & 6. *Fig.*) choquer en côté, il est évident qu'alors *EeFB* sera un triangle dont *F* sera la pointe & *EB* la base. Car dans cette figure la distance *bP* de la tranche *eba* au centre *P* d'impression du vent, sera toûjours la moitié de *bF* qui est la soûtangente au point *e*; mais on n'a point égard aux poids des differentes parties de cette figure.

C'est encore une de celles qui ont été observées par les Auteurs cités.

La même chose se connoît par le second principe d'égale résistance, en intégrant l'équation $\frac{dx^4}{dx^2+dy^2 \times Zc} = 2dy^2 + 2yddy$ qui est tirée de sa formule $\frac{dxdM}{c} = dd.\ y^2 z$; parce qu'alors $dM = \frac{dx^3}{dx^2+dy^2}$; ce qu'on trouve dans nos Elémens de Méchanique & de Physique, & ailleurs.

Troisiémement, enfin à l'égard des lames rompuës sur

le plat, on aura tous les y où BE, be (2. & 5. *Fig.*) égaux, ce qui rendra la soûtangente bZ infinie. Ainsi la formule des points de rupture du second principe $\frac{bY \times bZ}{2bY + bZ} = bP$ se réduira à $bY = bP$; de sorte qu'en ce cas la soûtangente bY au point de rupture b sera toûjours égale au levier même bP ou bF.

Et à l'égard des figures d'égale résistance, il est évident: Que celles-là où le levier bP sera continuellement égal à la soûtangente bY du point b, seront par tout également résistantes. C'est-pourquoi si la figure ABF est un triangle dont AB soit la base, & F le sommet où l'on ait suspendu un poids constant M; comme en ce cas la soûtangente bF au point b sera toûjours la même chose, que le levier bF; on ne peut douter que cette figure ne soit par tout également résistante, & cela sans avoir égard aux poids des differentes parties de la figure.

Cette figure a encore été reconnuë par les Auteurs cités.

La même chose se tire encore de la formule $Mx = y^2 zc$ du premier principe, qui devient ici $Mx = y^2 zc$, & dans laquelle M & y sont des quantités constantes; ce qui la réduit à $x = z$ en supposant $M = cy^2$.

On peut dire la même chose d'un trapese que d'un triangle, tout étant d'ailleurs le même & par la même raison.

Cette derniere proprieté n'avoit pas encore été remarquée.

Mais si M (5. *Fig.*) represente la pesanteur, ou l'effort du vent soufflant contre la face de la lame (lequel en ce cas fait le meme effet), ou même tous les deux ensemble, & que l'on se serve de la formule du second principe des figures d'égale résistance $\frac{dxdM}{c} = ddy^2 Z$, dans laquelle $dM = dxz$, & où les dy, dy^2 & ddy n'ont point lieu, à cause qu'ici tous les y ou be sont supposés égaux, on la réduira à la simple $\frac{dx^2 z}{c} = y^2 ddZ$, ou si l'on veut à $dx^2 = \frac{ddZ}{a}$

en ſuppoſant la conſtante $cy^2 = 1$. Or cette équation fait voir que la lame *AaPB* eſt en ce cas une Logarithmique dont *BF* eſt l'axe, puiſque dans cette figure les differences de differences à l'infini conſervent toûjours entr'elles le même raport que les ordonnées.

Et cette figure n'avoit pas encore été remarquée.

Du centre de gravité de la Logarithmique.

Cette proprieté de la Logarithmique nous en découvre une autre tres-ſinguliere, ſçavoir que le centre de gravité *P* de la partie indéfinie *baF*, ſe trouve toûjours à l'extremité de la ſoûtangente *bY* qui répond au point de rupture *a*; puiſqu'on vient de voir que le levier *bP* de la partie rompante *baF*, doit toûjours être égal à la ſoûtangente correſpondante *bY*; d'où il ſuit que ce centre eſt toûjours également éloigné de la baſe, ou premiere ordonnée *ba*.

Delà il eſt manifeſte que la Logarithmique *ABF* doit être indéfinie du côté de *F* pour être par tout également réſiſtante, afin que *bY* ſoit toûjours moindre que *bF*.

D'où il eſt aiſé d'avoir le centre de gravité *H* d'un ſegment de Logarithmique compris entre les deux ordonnées *BA*, *ba*; car en menant les tangenres *AG*, *aY* en *A*, *a*, on aura les centres de gravité *G*, *Y* de la Logarithmique entiere *ABF*, & de ſa partie *abF*. C'eſt-pourquoi ſi l'on mene la parallele *aI* à l'axe *BF* ſur *BA*, & qu'on faſſe l'analogie : *Comme le reſte ou ſegment propoſé* ABba *eſt à la partie indéfinie* abF, *ou comme* AI *eſt à* ab; *ainſi réciproquement la diſtance* GY = Bb (*à cauſe que* BG = bY) *à un quatriéme terme*, *il viendra* GH, *qui étant ôtée de* BG *donnera* BH *deſirée* $= \frac{AI \times BG - Ab \times bB}{}$.

Cette proprieté m'a paru nouvelle, ne l'ayant point vûë nulle part.

Troiſiéme article. Voici maintenant pluſieurs exemples des points de rupture des figures tirées premierement par un poids fixe attaché à un point de leur axe.

De la Logarithmique rompuë sur une ordonnée.

1°. Si l'on suppose que la Courbe NaA (*Fig.* 5.) soit une Logarithmique dont FB soit l'asymptote, & AB une ordonnée sur laquelle elle soit fixée, & que le poids M soit suspendu au point F de son axe; il est aisé de voir que le point de rupture b sera éloigné de F de la valeur de la soûtangente connuë bY, quand on la rompra sur le plat; mais quand on la rompra en côté, alors la distance bF (6. *Fig.*) sera seulement la moitié de la même soûtangente, & le tiers quand on la rompra en Conoïde. (*Fig.* 4.)

Des Hyperboles rompuës sur leurs asymptotes.

2°. Si la Courbe NaA est une 1re hyperbole (*Fig.*7.) ayant B pour son centre, & BA, BF pour ses asymptotes, on sçait que la soûtangente bY de cette Courbe est toûjours égale à bB; & comme bY doit être égale à bF, quand on rompt cette figure en plan par un poids fixe M suspendu en F (*Fig.* 5.) il est évident qu'alors bF doit être égale à $\frac{1}{2}$ BF, & égale à $\frac{1}{3}$ BF quand on la rompt en côté (*Fig.*-6.) parce qu'alors bF n'est que la moitié de bY, & enfin quand on la rompt en Conoïde, bF ne doit être que le quart de BF (*Fig.* 4.) à cause qu'alors bF n'est que le tiers de bY.

Des Hyperboles rompuës sur des ordonnées aux axes.

3°. Si le profil naA (*Fig.*5.& 8.) est encore une premiere hyperbole dont b soit le centre, ba le demi-axe déterminé $= p$, & FB le conjugué $= e$, on aura par la nature de cette Courbe, en supposant toûjours M un poids suspendu en F, & BA l'axe de rupture, & appellant BF, x; & BA, z; $z = \frac{p}{e}\sqrt{x^2 + 2e^2 - 2ex}$; d'où l'on tire la soûtangente BY qui répond au point $A = \frac{x^2 + 2ee - 2ex}{x - e}$ par les methodes ordinaires, laquelle étant égalée à x pour la figure rompuë à plat, donne l'équation $x^2 + 2ee - 2ex = x^2 - ex$, d'où l'on tire $2e = x = FB$; de sorte qu'en ce cas le point de rupture est à l'extremité B de l'axe FB opposée à F.

Mais ſi on la rompt en côté, égalant la ſoûtangente cy-deſſus à $2x$, il en réſulteroit $x^2 = 2ee$ & $x = e\sqrt{2} = FB$.

Enfin ſi on la rompt en Cylindroïde, on égalera la même ſoûtangente à $3x$; ce qui donnera $2x^2 - ex = 2ee$, & enfin $x = e \times \overline{\frac{1}{4} + \sqrt{17}} = FB$.

On trouvera de même qu'attachant le poids au centre b, la rupture faite ſur le chan ſe trouvera encore en BA à l'extremité du demi-axe conjugué; & qu'en rompant en Cylindroïde, l'axe de rupture BA ſera éloigné de b de la quantité $\frac{e}{\sqrt{2}}$.

Des Trapeſes & des Arbres rompus par le vent.

4°. Suppoſons encore que $FaAQO$ ſoit un trapeſe (*Fig.* 9.) dont OF, QA ſoient les deux côtés perpendiculaires à l'axe OQ, & qui ſoit rompu en côté par un poids ſuſpendu en F ou O, ſoit Pba l'axe de rupture, & ABQ la baſe dans laquelle il eſt retenu; il eſt conſtant que ſi l'on prolonge le côté oblique AF ſur l'axe en ZP, Z ſera la ſoûtangente par le point de rupture a, laquelle doit être alors double du levier PO, donc OP eſt égale alors à $OZ = \frac{FO \times FB}{BA}$.

Mais ſi on le rompt en cône tronqué qui ſoit tiré & retenu de même; alors la ſoûtangente PZ devra être triple de PO, ou OZ double de OP, donc OP ſera $= \frac{FO \times FB}{2BA}$.

Ce Problême eſt encore un de ceux du Memoire de 1704, on y regarde le tronc d'un arbre depuis la terre juſqu'au centre d'impreſſion du vent contre la touffe de ſon feüillage, comme le cône tronqué $OFAQ$, O repreſente ce centre, & AQ le pied de l'arbre, BA repreſente la difference de ſes deux diametres en ces deux endroits, FB la hauteur de ce centre au-deſſus de la terre, & FO ſon diametre au droit de ce centre.

A l'égard de ce trapeſe rompu en plan, il eſt évident qu'il eſt partout d'une égale réſiſtance, comme le triangle même, & par la même raiſon, comme on l'a déja remarqué cy-devant.

On peut remarquer ici que le triangle rompu ſur le chan, ou en cône par un poids fixe n'a point de point de rupture, puiſque ſa ſoûtangente eſt toûjours la même choſe que le levier de la puiſſance rompante, & non-pas le double ou le triple comme elle le devroit; cependant quand on lui ajoûte un rectangle pour en faire un trapeſe, il ne laiſſe pas d'en avoir dans ces deux cas; ce qui ſert déja d'exemple de la premiere maniere de faire avoir des points de ruptures à des figures qui naturellement n'en ont point.

Des Conchoïdes rompuës par leurs aſymptotes.

5°. Si la figure $FNaA$ étoit une Conchoïde (*Fig.* 10.) ayant F pour ſon ſommet, yFB pour axe, BA pour aſymptote, & y pour pole, laquelle fût retenuë par BA & rompuë en plan par un poids fixe M ſuſpendu en F, en nommant yF, a; yB, p; FB, c; Bb, u; on auroit l'équation $\frac{\overline{p-u}\sqrt{c^2-u^2}}{u} = z = ba$, quand le pole y eſt du côté du ſommet F à l'égard de BA, & $\frac{\overline{p+u}\sqrt{c^2-u^2}}{u} = z = ba$ lorſque y eſt de l'autre côté, ce qui donne $dz = du \times \frac{\overline{pc^2+u^3}}{u^2\sqrt{c^2-u^2}}$, & la ſoûtangente $bY = \frac{zdx}{dz} = \frac{\overline{up+u^2} \times \overline{c^2-u^2}}{cp^2-u^3}$ qui doit être en ce cas $= c - u = Fb$; d'où l'on tire en ſubſtituant la valeur de $p = a \pm c = yP$ l'équation $u^2 + \frac{puc-pc^2}{a} = 0$, qui donne $u = \sqrt{\overline{p^2+4ap}} - p \times \frac{c}{2a} = Bb$; & $u = c \times \sqrt{3} - 1$ quand dans le premier cas $yF = FB$ ou $a = c$: ou $u = \frac{1}{2}c$ lorſque dans le ſecond cas $c = \frac{1}{2}a$ ou $BF = By$.

Mais ſi cette figure eſt rompuë en côté, on égalera cette ſoûtangente à $2c - 2u$; d'où l'on tirera l'égalité $u^3 \pm au^2 \pm cup \mp 2pc^2 = 0$, qui donne dans le premier cas $u = Bb = c$, qui marque que la rupture eſt en F, & $u = \frac{p + \sqrt{p^2+8pc}}{2} = Bb$ dans le ſecond cas.

Enfin ſi on rompt la même ſeconde Conchoïde en Conoïde, on égalera la même ſoûtangente cy-deſſus à $3c - 3u$, ce qui donnera l'équation $u^3 - \frac{au^2 - puc + 3pc^2}{2} = 0$

à cause que $p = a - c$, laquelle en supposant à l'ordinaire

$u = s + \frac{a}{b}$, se change en cette autre $\left\{ s^3 \frac{-a^2 s}{12} \frac{-a^3}{108} \frac{-pcs}{2} \frac{+3pc^2}{2} \frac{-pc2}{12} = 0 \right\}$

ou $s^3 - es - b =$ qui n'a qu'une racine positive, sçavoir $u = \frac{a}{b} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{27}e^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}bb - \sqrt[2]{\frac{1}{4}bb - \frac{1}{27}e^3}}$ lorsque $\frac{1}{4}b^2$, excede $\frac{1}{27}e^3$, les deux autres étant imaginaires. Mais si $\frac{1}{27}e^3$, est égal à $\frac{1}{4}bb$, on aura $u = \frac{a}{b} + 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}b}$. Enfin si $\frac{1}{27}e^3$ excede $\frac{1}{4}bb$, on trouvera cette racine positive au moyen des analogies suivantes.

{ Comme $\sqrt{\frac{e}{3}}$ est à $\frac{b}{\frac{2}{3}e}$, ainsi le sinus total des tables du cercle à un quatriéme terme,

qui sera le sinus d'un arc dont on prendra les $\frac{2}{3}$ qu'on ajoûtera à 120 degrez, pour faire la seconde analogie:

{ Comme le sinus total est à la corde de la somme trouvée; ainsi $\sqrt{\frac{e}{3}}$ à un quatriéme terme,

qui sera la valeur desirée, à laquelle on ajoûtera $\frac{1}{6}a$.

A l'égard de la premiere Conchoïde rompuë en sphéroïde, son point de rupture est à son sommet, comme quand on la rompt en côté.

6. Voicy aussi quelques exemples des Courbes qu'il faut augmenter d'un rectangle pour leur faire avoir un point de rupture, en les tirant par un poids fixe.

D'un Quart de Cercle augmenté d'un rectangle rompu sur une Tangente.

Premierement soit $FNaA$ un quart de cercle (*fig.* 11.) dont FB, AB, soient deux tangentes par ses extremitez faisant un angle droit dans leur rencontre B, soit $FOQB$ un quarré appliqué à FB, on suppose cette figure retenuë dans sa bâse AQ & tirée en plan par un poids appliqué en F. Appellant FB, FO, c; Fb, x; & ba, u; on aura $Fb = x = \sqrt{2cu - u^2}$, & $u = c - \sqrt{c^2 - x^2} = ba$, & $du = \frac{xdx}{\sqrt{c^2 - x^2}}$; ce

qui

qui donnera la ſoûtangente $\frac{\overline{u+c}\times dx}{du} = PY = \frac{\overline{2c-\sqrt{c^2-x^2}}\times\sqrt{c^2-x^2}}{x}$ qu'il faut égaler au levier $OP = x$, d'où l'on tirera l'égalité $4x^2 = 3c^2$, & $x = \frac{c}{2}\sqrt{3}$, qui donne l'arc Fa de 60 degrez préciſement.

Mais ſi on rompt la même figure ſur le chan, en la retenant, & tirant comme cy-deſſus, & les mêmes dénominations ſubſiſtant; on aura (en égalant la ſoutangente PY à $2x$) l'égalité $x^4 + 6c^2x^2 = 3c^4$. D'où l'on tire $x = c\sqrt{2\sqrt{3}-3}$.

Enfin ſi on rompt la même figure en Conoïde, tout demeurant au reſte le même, on égalera la ſoûtangente PY à $3x$; ce qui donnera l'égalité $x^4 + 2x^2c^2 = \frac{3}{4}c^4$, qui donne (*même fig.*) $x = c\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{7}-1}$.

De la Parabole rompuë ſur une Tangente par ſon ſommet.

2. Si la figure FaA eſt une parabole (*même fig.*) ſur la tangente FB par ſon ſommet F, ſoit retenuë par ſon ordonnée BA, & rompuë en plan par un poids fixe attaché en F, à laquelle on ait ajoûté le rectangle $FOQB$ dont la largeur FO ſoit égale au parametre $= p$. Soit toûjours $Fb = OP = x$, $ba = z$, on aura par la nature de cette Courbe $\frac{x^2}{p} = z$, & $\frac{2xdx}{p} = dz$, ce qui donnera la ſoûtangente PY priſe ſur $OQ = \frac{\overline{z+p}\,dx}{dz} = \frac{x^2+p^2}{2x}$, qu'il faut égaler à $PO = x$; ce qui donne l'égalité $p^2 = x^2$, & $p = x$; de ſorte que l'axe de rupture Pba eſt alors éloigné du ſommet F, ou du poids M, de la valeur du parametre.

Mais ſi on rompt cette figure en côté, il faudra alors égaler $\frac{x^2+p^2}{2x}$ à $2x$; ce qui donnera l'égalité $p^2 = 3x^2$, & $\frac{p}{\sqrt{3}} = \frac{p\sqrt{3}}{3} = x$.

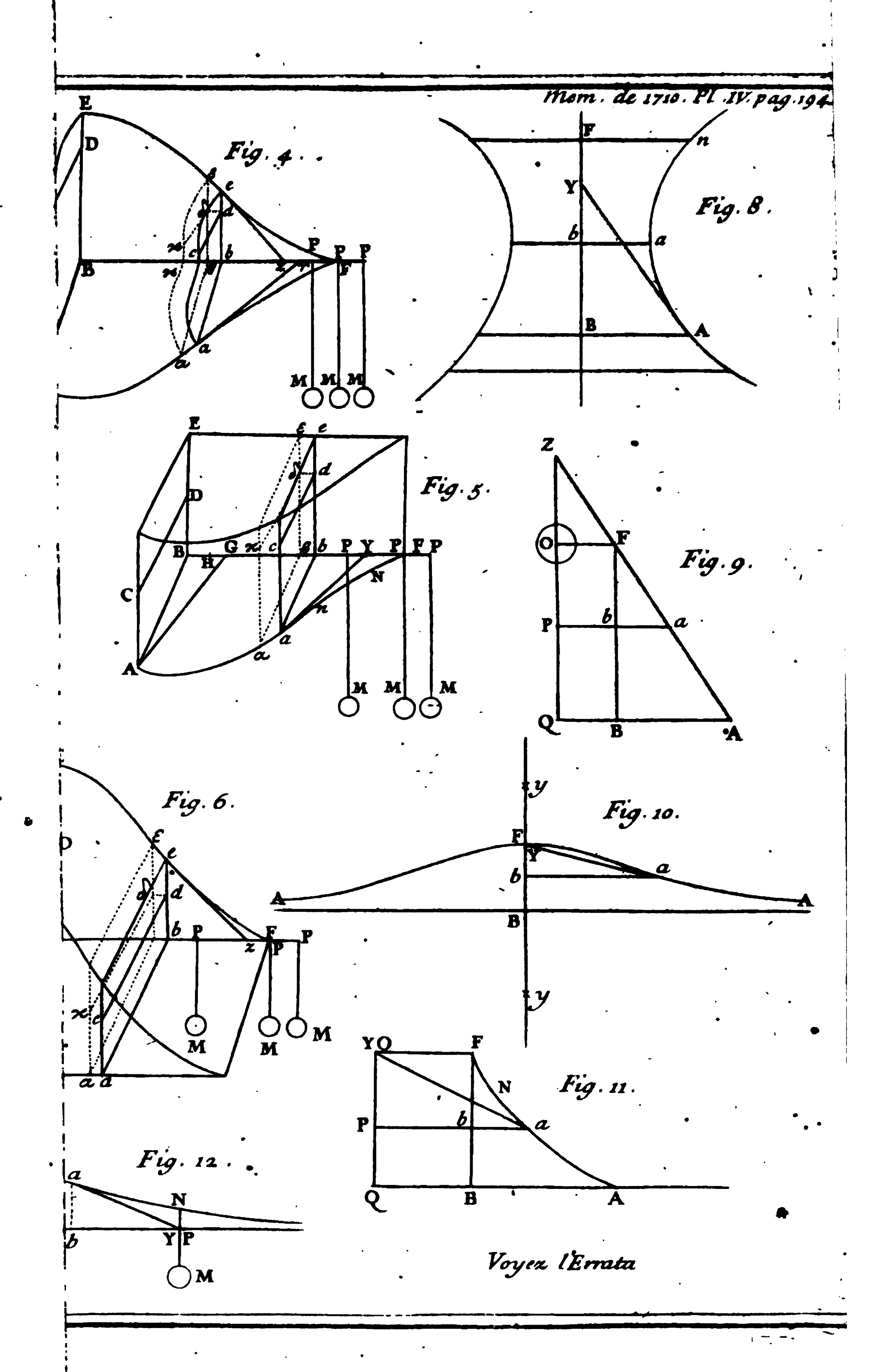
Enfin ſi l'on rompt la même figure en Conoïde, tout le reſte demeurant égal, on égalera la même ſoûtangente $\frac{x^2+p^2}{2x}$ à $3x$; ce qui donnera $p^2 = 5x^2$, & $\frac{p}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}p = x$.

De la Cissoïde rompuë sur une Ordonnée par son centre.

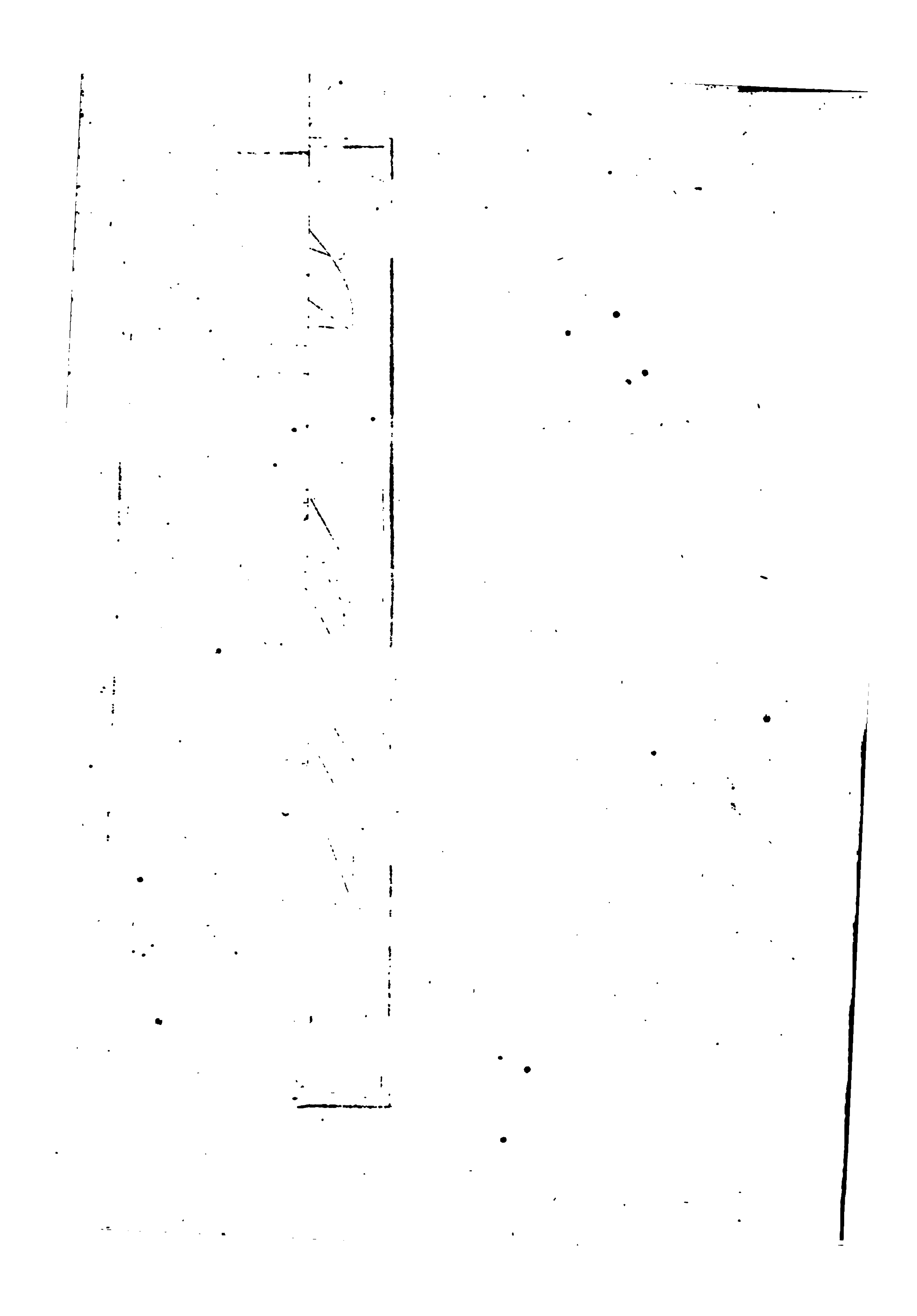
3. Si de plus *FaA* (*même figure*) est une Cissoïde dont *F* soit le sommet, *FB* l'axe, *B* le centre, *BA* une ordonnée par ce centre, par laquelle elle soit, si l'on veut, retenuë, ou par une parallele à *QBA* encore plus éloignée de *F*; tandis qu'elle est tirée en plan par un poids constant appliqué en *F*, & que *OFBQ* soit encore un quarré appliqué à l'axe *FB* : appellant toûjours *Fb*, x; $FB = FO$, c; on aura par la nature de cette Courbe $ba = u = \frac{x^2}{\sqrt{2cx - x^2}}$; dont la differentielle $du = \frac{\overline{3cx - x^2}\, x dx}{\sqrt{\overline{2c - x}^3\, xx}}$: d'où l'on tire la soûtangente $PY = \frac{\overline{x^2 + c}\sqrt{2cx - x^2} \times \overline{2c - x}}{3cx - x^2}$, qui étant égalée à $PO = x$, donne l'équation $x^3 = \overline{2c - x}^3$, & enfin $c = x$; de sorte qu'en ce cas la rupture se fera par le centre *B*.

Si la Cyssoïde est rompuë en côté, tout le reste demeurant le même, on égalera la soûtangente *PY* cy-dessus à $2x$, ce qui donnera l'équation $\overline{2c - x}^3 \times c^2 = \overline{4cx}^2 \times x^3$, d'où l'on tire $x^5 - 8x^4 + 17x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$, en supposant $c = 1$, & laquelle en supposant encore $4 - x = s$ se réduit à $S^5 + S^3 - 4S^2 - 2 = 0$, d'où l'on déduit $x = \frac{38,918,199}{64,000,000} \times c$.

Enfin si l'on rompt cette Courbe en Conoïde, on aura en égalant la même soûtangente cy-dessus à $3x$, l'équation $x^3 \times \overline{7c - 2x} = \overline{2c - x}^3 \times c^2$, d'où l'on tire l'égalité $x^5 - 7x^4 + \frac{15x^3}{2} - 6x^2 + 12x - 8 = 0$, en supposant $c = 1$, laquelle en supposant $\frac{7 - S}{2} = x$ se réduit à $S^5 + S^3 - 7S^2 - 35 = 0$, qui donne enfin $x = \frac{58,983}{128,000} \times c$.



Voyez l'Errata



OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL du 28 Fevrier 1710.

Faite à Versailles en presence de MONSEIGNEUR LE DUC DE BOURGOGNE.

PAR M. CASSINI le fils.

LE Ciel étoit couvert à Versailles au commencement de cette Eclipse. A 1h 5′ on apperçut le Soleil au travers des nuages rares qui le laissoient quelquefois entrevoir assez distinctement, & empêchoient souvent que son disque ne parût exactement terminé.

1710. 5. Mars.

A 1h 8′ la quantité du disque du Soleil qui étoit éclipsé fut observée avec le Micrometre d'un peu plus de 7 doits.

à 1h	19′	la grandeur de l'Eclipse étoit de	6d	50′
1	25		6	17
1	28		6	0
1	29 ½		5	45 ½
1	34		5	13
1	43		4	26
1	46		4	11
1	50	exacte	3	52
1	53		3	39
1	54		3	24
1	59 ½	exacte	2	52
2	2	exacte	2	37
2	5 30		2	19
2	22 30		0	27
2	26	Fin de l'Eclipse	0	0

On a tiré de ces Phases le temps des doits éclipsés depuis le milieu jusqu'à la fin.

à 1h	13'		7d 0'
1	28		6
1	31	45	5 ½
1	37	20	5
1	42	15	4 ½
1	48		4
1	53	36	3 ½
1	58	23	3
2	3	22	2 ½
2	8	0	2
2	17	30	1
2	22	30	Un demi doit.
2	26	0	Fin de l'Eclipse.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL du 28 Fevrier 1710.

PAR M. MARALDI.

1710. 24. Mars.

QUelques jours avant l'Eclipse on avoit placé au foyer d'une Lunete de 12 pieds deux fils de soye, ensorte qu'ils comprenoient précisément le diametre entier du Soleil, & ils étoient attachez sur les deux côtez d'une plaque de cuivre qui avoit une ouverture quarrée. Les intervalles entre ces deux fils furent divisez en 24 parties égales, à chacune desquelles on plaça un fil de soye pour avoir le diametre entier divisé en 24 parties égales, qui sont les doits & les demi-doits.

Comme la grandeur apparente du Soleil ne change point sensiblement d'un jour à l'autre, son diametre étoit encore compris précisément entre ces deux fils le jour de l'Eclipse,

Pour observer les doits éclipsez on a placé le bord en-

tier du Soleil sur le fil qui est à une des extremitez, & dans cette situation on a marqué le temps que la concavité de l'Eclipse est arrivée à un des fils placez à l'autre extremité: les fils compris entre ces termes font connoître la partie claire du Soleil, & le residu des fils jusqu'à 24 donnent les doits & les demi doits éclipsez.

C'est de cette maniere qui nous a paru la plus prompte & la plus évidente que nous avons observé la plûpart des phases de l'Eclipse. Les autres parties des doits éclipsez ont été observées par estimation, lorsque la concavité de l'Eclipse arrivoit à la moitié de chaque intervalle.

Le matin du 28 Fevrier le Soleil ayant paru un peu de temps au travers des nuages vers les 9 heures & demie, se couvrit entierement presque aussi-tôt, & ne commença de paroître qu'à une heure & demi aprés midy, lorsque le commencement & le milieu de l'Eclipse étoient déja passez. A une heure & demie le Soleil ne parut qu'un moment, de sorte qu'on n'eut pas le temps d'en faire d'observations exactes avec le Reticule. Il parut ensuite à diverses reprises, mais je ne pus pas mesurer la grandeur de l'Eclipse qu'à une heure 41′ 50″ que je trouvay précisément de 5 doits. Je déterminay cette phase & les suivantes jusqu'à 2 heures par les fils compris entre les cornes, qui étoient beaucoup mieux terminées que le bord inferieur du Soleil qui étoit plus plongé dans les nuages.

à	1^h	48′		l'Eclipse est de	4^doits	30′	
	1	50		elle est de	4	25	
	1	55			3	32	
	1	58			3	15	
	2	0	30		3	10	
	2	3	50		2	45	douteuse.
	2	6			2	30	
	2	9			2	15	
	2	10			2	0	
	2	14	45		1	30	
	2	17			1	15	
	2	18	40		1	0	

à 2h 20′ 30″	0 doits 45′
2 22 30	0 30

Ensuite le Soleil se couvre pendant trois minutes, & à 2h 25′ 34″ le Soleil ayant paru mal terminé, je ne vis plus d'Eclipse. A 2h 26′ 4″ le Soleil parut bien terminé, & l'Eclipse étoit entierement finie.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE SOLEIL

arrivée le 28 Fevrier 1710. à l'Observatoire.

PAR MM. DE LA HIRE.

1710. 5. Mars.

LE Ciel a été entierement couvert dans tout le commencement de cette Eclipse, ensorte qu'on ne pouvoit pas même appercevoir l'endroit où étoit le Soleil, & l'on n'a commencé à le voir un peu distinctement qu'à 1h 35′; ensuite on a fait les observations suivantes avec le Micrometre attaché à la Lunete de 7 piés.

Tems vray.	*Doits eclipsés & min.*	*Doits & demi doits.*
à 1h 35′ 0″	5 doits 51′	
41 20	5 38	1h 42′ 3″ — 5 $\frac{1}{2}$ doits
43 18	5 16	44 31 — 5
44 40	4 58	
46 55	4 40	48 24 — 4 $\frac{1}{2}$
49 0	4 26	
50 45	4 12	52 43 — 4
53 12	3 57	
57 55	3 31	58 2 — 3 $\frac{1}{2}$
59 50	3 15	
2 2 15	3 1	2 2 23 — 3
4 10	2 46	
5 30	2 32	

Tems vray.	*Doits éclipsés & min.*
à 2^h 7′ 25″	2^{doits} 8′
9 23	2 4
11 15	1 50
13 10	1 36
15 18	1 22
17 27	1 7
19 18	0 53
21 10	0 39
23 8	0 24
25 8	0 11
27 0	0 0 Fin.

Doits & demi doits.
2^h 5′ 46″ — 2 $\frac{1}{2}$ doits
9 55 — 2
14 5 — 1 $\frac{1}{2}$
18 22 — 1
22 21 — 0 $\frac{1}{2}$
27 0 — Fin.

Nous avons aussi observé cette éclipse avec un carton placé au foyer d'un verre d'environ 23 piés, sur lequel l'image du Soleil ocupoit 31 lignes $\frac{1}{2}$, que nous avons divisée en 24 parties égales pour y recevoir les doits & demi doits de l'Eclipse : mais comme le Soleil étoit trop foible quand il a commencé à paroître au travers des nuages, on ne pouvoit pas voir encore son image sur le carton blanc ; c'est pourquoy on n'a pû s'en servir que dans les observations suivantes.

à 2^h 7′ 20″	—	2^{doits} $\frac{1}{2}$
10 48	—	2 0
15 45	—	1 $\frac{1}{2}$
19 0	—	1 0

On a aussi observé la fin de l'Eclipse avec une Lunette de 16 piés pour la voir plus distinctement, & on l'a trouvée à 2^h 27′ 0″ comme on l'avoit déterminée séparement avec la Lunette de 7 piés à laquelle le Micrometre est attaché.

On a remarqué que l'endroit où la Lune quittoit le Soleil, étoit un peu inégal & comme dentelé, ce que nous avons attribué aux Montagnes qui sont sur le bord de la Lune, comme on l'a déja vû dans d'autres Eclipses.

A la fin de l'Eclipse nous avons observé avec le Micrometre, que le diamètre du Soleil étoit précisément de 32′ 21″.

METHODE GENERALE

POUR LA DIVISION DES ARCS DE CERCLE *ou des Angles, en autant de parties égales qu'on voudra.*

PAR M. DE LA HIRE.

1710. 15. Mars. FIG. I.

SOit un arc de cercle *BN* qu'il faut diviser en autant de parties égales qu'on voudra aux points *AEG* &c. Ce qu'on dit d'un arc de cercle, se doit entendre de même d'un angle.

Soit *BN* la corde de cet arc laquelle soit donnée : Soit *BA* l'une des parties requises de l'arc, & *NP* une autre partie aussi requise, & ces deux parties sont aux extremités de l'arc. Si par le point *A* on méne le diametre *ACD*, & que par le point *P* on méne la corde *PD* ; je dis que la corde *PD* coupera la corde *BN* à angles droits en *M*.

Si l'on méne les cordes *BA*, *BD*, le triangle *ABD* sera rectangle en *B* : mais le triangle *PBM* est semblable au triangle *ADB* ; car les angles *PBN*, *ADB* sont égaux, étant appuyés sur des arcs égaux, & l'angle *BPD* est égal à l'angle *BAD* étant appuyés sur le même arc, donc l'angle *BMP* est droit étant égal à l'angle droit *DBA*.

LEMME I.

Il suit de ce que je viens de démontrer, que pour quelque division que ce soit *BP* est à *BM*, comme *AD* à *DB*. Et si l'on pose le rayon du cercle $CA = r$, la corde *BN* donnée $= d$, & la corde d'une des divisions comme $AB = z$, on aura $AD \mid BD \parallel 2r \mid \sqrt{4rr - zz} \parallel BP \mid BM$.

Mais *BP* est toûjours la corde de la division precedente de l'arc, laquelle est moindre d'une partie que celle

celle qui est proposée, & je pose cette corde $BP = c$, c'est-pourquoy on aura $BM = \frac{c}{2r}\sqrt{4rr - zz}$.

LEMME II.

Si du centre C du cercle on mene la perpendiculaire CR sur la corde BP, elle la coupera en deux également, & l'angle BCR sera égal à l'angle BDP qui est aussi égal à l'angle BNP, car BCR est la moitié de BCP qui seroit au centre, & appuyé sur le même arc que les deux autres. Mais les deux triangles BCR, NMP étant rectangles, & ayant de plus un angle égal à un angle, sont semblables; donc $CB \mid CR$, ou bien $2CB = 2r \mid 2CR = \sqrt{4rr - cc} \mid\mid PN = z \mid NM = \frac{z}{2r}\sqrt{4rr - cc}$.

Nous aurons donc une formule generale pour la corde $BN = d = BM + NM$, qui sera par ces deux Lemmes $\frac{c}{2r}\sqrt{4rr - zz} + \frac{z}{2r}\sqrt{4rr - cc} = d$.

On voit par-là, qu'en commençant la division de l'arc en deux & poursuivant, on aura les équations de toutes les divisions à l'infini, en substituant toûjours dans la formule la valeur de la corde de la division précedente $= c$ jusqu'à celle qu'on demande.

EXEMPLES.

Pour la division de l'arc en deux on trouvera l'équation $\frac{z}{2r}\sqrt{4rr - zz} + \frac{z}{2r}\sqrt{4rr - zz}$ en substituant z qui est égale à la corde précedente $= c$, dans la formule generale, & cette équation se réduit à $\frac{z}{r}\sqrt{4rr - zz} = d$, qui est une équation qui se réduit à une plane.

Pour la division d'un arc en trois parties on trouvera $\frac{z}{2rr} \times \overline{4rr - zz} + \frac{z}{2r}\sqrt{4rr - \frac{4rrzz + z^4}{rr}} = d$, aprés avoir fait dans la formule generale la substitution de la valeur de c qu'on a trouvée pour la corde de la division précedente qui est $\frac{z}{r}\sqrt{4rr - zz}$. Mais cette équation se réduit à $\frac{3rrz - z^3}{rr} = d$.

Pour la division d'un arc en quatre parties, on trouvera de même en substituant dans la formule generale, la valeur de la corde de la division précedente qui est celle de trois, $\overline{\frac{3rrz - z^3}{2r^3}} \times \sqrt{4rr - zz} + \frac{z}{2r} \sqrt{4rr - \frac{9r^4zz + 6rrz^4 - z^6}{r^4}} = d$. Mais cette équation se réduit à

$$\frac{2rrz - z^3}{r^3} \times \sqrt{4rr - zz} = d.$$

Pour la division de l'arc en cinq parties, on trouvera de même en substituant dans la formule generale, la valeur de c qui est la corde de la division précedente, & qui est moindre d'une unité que celle qui est proposée,

$$\overline{\frac{2rrz - z^3}{2r^4}} \times \overline{4rr - zz} + \frac{z}{2r} \sqrt{4rr - \overline{\frac{2rrz + z^3}{r^3}}^2 \times \overline{4rr - zz}} = d.$$

& ainsi des autres.

Mais on remarquera que toutes les divisions en nombre pair se dépriment à la moitié par la division de l'arc en deux; & ayant réduit la corde donnée à la corde de la moitié de l'arc, on la considerera comme la corde de l'arc qu'on doit diviser $= d$.

Toutes ces équations pourront se construire facilement par les méthodes generales, en les réduisant en deux lieux dont l'un sera à un cercle, & l'autre à une ligne courbe d'un degré qui convient à l'équation proposée: mais il y a quelque difficulté à les construire avec le cercle donné sur lequel est l'arc proposé à diviser, en le tirant de l'équation.

M. Descartes rapporte dans le 3e Livre de sa Geometrie, la méthode pour diviser un arc de cercle en trois parties, qui luy sert d'un exemple pour résoudre des équations cubiques, & il y employe une parabole avec un cercle qui n'est pas celuy où est l'arc proposé. Il trouve par ce moyen les racines de l'équation qui sont les ordonnées à l'axe de la parabole, lesquelles sont menées par ses rencontres avec le cercle; c'est aussi ce que l'on trouve facilement par la méthode generale des constructions. Mais M. Descartes ayant remarqué quelles sont deux de ces racines, ne dit rien autre chose de la troi-

ſiéme, ſi ce n'eſt qu'elle eſt égale aux deux autres priſes enſemble, & c'eſt ce qui eſt évident par la forme de l'équation qui n'a point de ſecond terme; & il ſemble qu'il n'ait pas apperçû qu'elle donnoit auſſi, comme elle doit faire, une ſolution de ce même Problême. Il eſt vray qu'il n'eſt pas facile d'appercevoir cette ſolution dans la conſtruction qu'il donne; c'eſt-pourquoy je crois qu'on doit preferer dans ces ſortes de conſtructions, celle qui ſe fait avec un lieu qui coupe celuy qui eſt donné, comme icy le cercle, dans tous les points de la ſolution du Problême & dans toute ſon étenduë, & principalement quand le lieu trouvé eſt le plus ſimple qui puiſſe ſervir à la ſolution avec celuy qui eſt donné, ce qui montre auſſi toutes les racines de l'équation & leurs uſages: & c'eſt ce qui ne ſe trouve pas generalement par toutes ſortes de conſtructions. Voicy comment on peut trouver ce lieu dans le cas de la triſection de l'arc ou de l'angle.

Soit ſur le cercle donné $ABGF$; l'arc propoſé FAB qu'il faut diviſer en trois parties égales aux points H, I. FIG. II.

Puiſque l'arc FAB eſt donné, auſſi ſa corde FB eſt donnée, & la perpendiculaire CD menée du centre C ſur cette corde ſera auſſi donnée.

Ayant mené le rayon CH, il coupera en deux également l'angle FHI fait par les cordes des parties de l'arc, & il rencontrera la corde FB au point E qui ſera l'angle du parallelogramme équilateral $FHIE$, puiſque par la conſtruction les côtés HI & FE ſont paralleles entr'eux.

Maintenant ayant mené le diametre CK parallele à la corde FB & HL parallele à AC, ſoit poſé le rayon du cercle $= r$. $FD = d$. $CD = a$. $CL = y$. & $HL = z$.

On aura pour le lieu au cercle donné $rr = yy + zz$.

On a auſſi $HL | CL || CD | DE$, ce qui eſt

$$z | y || a | \frac{ay}{z} = DE.$$

Mais $FE = HI = 2CL = 2y$: donc $DF = 2y + \frac{ay}{z} = d$, ou bien $2yz + ay - dz = 0$, qui eſt un lieu à une hyperbole équilatere entre ſes aſymptotes; & pour en faire la

conſtruction avec le cercle donné, on la réduira d'abord à $\frac{1}{2}dz - yz - \frac{1}{2}ay = 0$, & poſant $\frac{1}{2}d - y = t$, ce qui donne auſſi $\frac{1}{2}d - t = y$, on aura $tz - \frac{1}{4}ad + \frac{1}{2}at = 0$; & prenant enfin $z + \frac{1}{2}a = v$, on aura $tv = \frac{1}{4}ad$ ou $= \frac{1}{2}a\frac{1}{2}d$, pour le lieu tout réduit.

On diviſera donc FD en deux également en M, & l'on tirera MO parallele à CA, & elle ſera une des aſymptotes du lieu cherché. Enſuite ayant pris $MO = \frac{1}{2}CD$, & par le point O ayant mené PO parallele à FB, PO ſera l'autre aſymptote du lieu cherché qui doit paſſer par le centre C du cercle. Car par la conſtruction le rectangle OC ſera $= \frac{1}{4}ad$, & qui doit être égal au rectangle $OQ \times QH = tv$; puiſque $HL + LQ = z + \frac{1}{2}a = v$ par la conſtruction, & $OQ = DM - CL = \frac{1}{2}d - y$. Ainſi l'hyperbole HCS rencontrera l'arc de cercle FAB au point H de ſa diviſion cherchée, & l'autre hyperbole GR rencontrera l'autre partie du cercle au point G, qui ſera auſſi le point de la diviſion en trois, ſçavoir FG de l'arc FGB du reſte du cercle.

Mais ces deux hyperboles rencontrent encore aux points RS le cercle propoſé, qui doivent être auſſi des points de la ſolution du Problême: cependant il ſemble qu'ils n'ayent aucun rapport à la diviſion des arcs de cercle en trois parties. Il eſt pourtant vray qu'il doit y avoir autant de racines & de ſolutions dans l'équation, qu'il y a de rencontres des deux lieux qui la conſtruiſent. C'eſt pourquoy dans cet exemple cherchons l'équation qui devroit être conſtruite par la combinaiſon de ces deux lieux.

La premiere eſt celle au cercle $rr = zz + yy$, la ſeconde eſt celle à l'hyperbole $yz + \frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}dz = 0$, & nous tirerons de celle-cy $z = \frac{\frac{1}{2}ay}{\frac{1}{2}d - y}$; & ſubſtituant dans l'équation au cercle la valeur de zz tirée de cette derniere, on aura $rr = \frac{\frac{1}{4}aayy}{\frac{1}{4}dd - dy + yy} + yy$, ou bien $\frac{1}{4}ddrr - rrdy + rryy - \frac{1}{4}aayy - \frac{1}{4}ddyy + dy^3 - y^4 = 0$; & comme

on a aussi à cause du cercle $aa+dd=rr$, cette équation se réduit à celle-cy $y^4-dy^3-\frac{3}{4}rryy+rrdy-\frac{1}{4}rrdd=0$.

Mais dans la combinaison des deux lieux il est évident que la racine *RZ* est égale à *FD*, puisqu'on a coupé *FD* en deux également en *M*, & que le rectangle *RO* est égal au rectangle *CO*. Aussi l'équation quarre-quarrée qu'on a trouvée se déprime à une cubique par la division de $y-d=0$; car cette racine *RZ* est une vraye, étant du même côté que *CL* ou *HQ* par rapport à *CA*. Cette équation réduite sera donc

$y^3-\frac{3}{4}rry+\frac{1}{4}rrd=0$, ce qui montre qu'entre les trois racines restantes de l'équation il y en a encore une fausse *ST*, qui est égale toute seule aux deux autres vrayes prises ensemble *HQ* & *GV*, à cause que cette équation cubique n'a point de second terme, comme M. Descartes l'avoit remarqué dans sa Solution de ce Problême.

Mais la difficulté n'est pas levée dans cette construction laquelle ne paroissoit pas dans celle de M. Descartes, & il lui suffisoit d'avoir remarqué que cette fausse racine étoit égale aux deux vrayes : mais ici il n'en est pas de même, car il faut necessairement qu'elle donne une solution particuliere, puisque les rencontres des deux lieux donnent des solutions du Problême, aussi ce point *S* en est-il une; car l'arc *BS* est le tiers de la difference entre les deux arcs *FAB*, *FGB*, ce qui résout le Problême dans toute l'étenduë qu'on peut desirer; car par ce moyen non-seulement chacune des portions proposées de tout le cercle est divisée en trois parties, mais encore tout le cercle le sera aux points de rencontre *HSG*, & par consequent *BS* sera le tiers de la difference entre les tiers des deux segmens. Ce que l'on trouvera vray si l'on cherche à diviser l'arc *FGB* en trois parties, en posant *FG* pour une de ces parties comme on a fait *FH*; car un semblable calcul donnera les mêmes hyperboles & dans la même position où on les a trouvées pour le point *H*. Enfin si l'on tire *BY* parallele à *AM* qui sera égale & parallele aussi à *FR*, on voit qu'elle sera la moitié de

la difference des deux portions du cercle; & si l'on cherche par la methode précedente les hyperboles qui diviseront l'arc *BY* en trois parties, dont l'une soit *SY* sur la corde *BY*, comme on a fait pour la portion *FH* sur la corde *FB*; on trouvera encore les mêmes hyperboles & dans la même position, ce qui sert de démonstration pour ce que j'ay avancé.

On peut assurer que cette Solution est la plus simple & la plus generale de toutes celles qu'on peut trouver pour la trisection d'un angle, puisque de toutes les Sections Coniques il n'y en a point aprés le cercle qui soit plus facile à décrire, ni dont l'équation soit moins composée que celle de l'hyperbole équilatere entre ses asymptotes, ni qui ait plus de rapport au cercle.

Mais comme il m'a semblé qu'on pouvoit trouver quelque difficulté à chercher le lieu qui donneroit avec le cercle proposé d'autres divisions d'un arc en plus de parties que trois, je feray voir encore l'application de cette methode generale dans une division en cinq parties.

FIG. III. Soit l'arc *FAB* donné sur le cercle *FB* dont le centre est *C*, & il faut diviser cet arc en cinq arcs égaux aux points *RHIN*.

Soit fait; & soit mené le rayon *CA* perpendiculaire sur la corde donnée *FB* qui la coupera en deux également, & de même aussi la corde *HI* de la division du milieu. Soit aussi mené le diametre *CQ* parallele à la corde *FB*, & les rayons *CH*, *CI* qui couperont la corde *RN* aux points *EM*, qui sont les mêmes où les cordes *IF* & *HB* la rencontrent; ce qui est évident par ce qui a été démontré de la division de l'arc en trois parties.

Mais les deux triangles *HRE*, *EFV* sont semblables, puisqu'ils ont leurs angles en *R* & *F* égaux, étant appuïés chacun sur deux divisions de l'arc proposé, & de plus leurs côtés sont paralleles entr'eux; donc *FV* est égale à *FE*, puisque *RE* est égale à *RH*. Mais aussi la corde *IF* est égale à la corde *RN*; donc *RM* est égale à *FE*,

égale à FV, égale à NE; & par consequent on pourroit former la parallelogramme $FRMV$, & l'équilatere $FENV$.

Soit maintenant posé CH rayon du cercle $=r$, & ayant mené HQ parallele à CA, soit $CQ=y=\frac{1}{2}HI$ qui est la demi-corde d'une des divisions, & $HQ=z$. Soit aussi la demi-corde FD donnée $=d$, & CD aussi donnée $=a$, & enfin SQ ou $CO=x$.

On aura donc $HQ=z \mid CQ=y \mid\mid CO=x \mid OE=\frac{yx}{z}$, & par consequent RM ou FV ou $FE=RE+2EO=2y+\frac{2yx}{z}$.

Mais $HQ \mid QC \mid\mid CD \mid DV$, ce qui est $z \mid y \mid\mid a \mid \frac{ay}{z}=DV$.

Donc $FD=FV+DV=2y+\frac{2yx}{z}+\frac{ay}{z}=d$.

Ce qui donne la premiere équation. Mais comme elle renferme trois inconnuës, il en faut faire évanoüir une laquelle doit être x, afin qu'il n'y reste que les deux autres y & z qui forment l'équation au cercle donné, sçavoir $rr=yy+zz$.

Les deux triangles HCI, HIE sont semblables, car ils ont un angle commun en H, & l'angle HIF à la circonference sur l'arc HF double de l'arc HI, sera égal à l'angle au centre HCI; c'est-pourquoy $CH \mid HI \mid\mid HI \mid HE$, ce qui est

$r \mid 2y \mid\mid 2y \mid \frac{4yy}{r}=HE$.

Mais aussi $CH \mid HQ \mid\mid HE \mid HS$, ce qui est.

$r \mid z \mid\mid \frac{4yy}{r} \mid \frac{4yyz}{rr}=HS$.

Et enfin $HQ-HS=CO=x=z-\frac{4yyz}{rr}$.

Si l'on substituë donc dans la premiere équation que nous avons trouvée $2y+\frac{2yx}{z}+\frac{ay}{z}=d$ cette valeur de x, on aura l'équation du lieu $2yz+2yz-\frac{8y^3z}{rr}+ay=dz$, ou bien $8y^3z-4rryz-arry+rrdz=0$, qui est le lieu d'une hyperbole du second genre entre ses asymptotes à

angles droits, qu'on peut facilement construire à l'ordinaire, aprés l'avoir préparée & réduite, laquelle rencontrera le cercle proposé au point H & aux autres qui donnent toutes les solutions du Problême, comme nous avons vû pour la division de l'arc en trois.

ADDITION A LA SOLUTION générale du Problême de la page 257. des Mem. de 1709. où parmi une infinité de Courbes semblables décrites sur un plan vertical, & ayant même axe & un même point d'origine, il s'agit de déterminer celle dont l'arc compris entre le point d'origine & une ligne donnée de position, est parcouru dans le plus court tems possible.

PAR M. SAURIN.

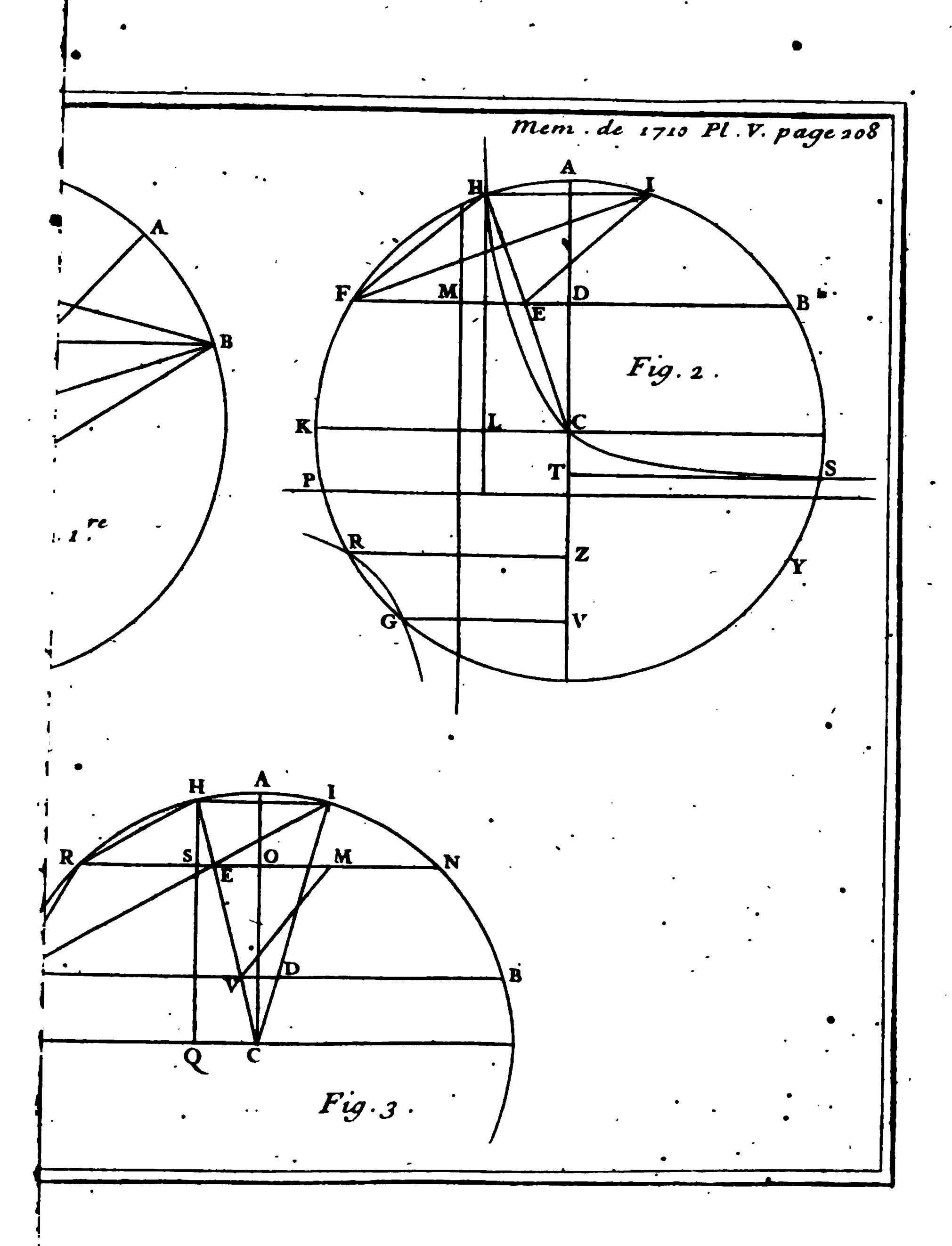
Ce qu'on donne icy sous ce titre est hors de sa place, il avoit été destiné à faire partie du Memoire même : on a oublié de l'imprimer à la suite de ce Memoire, & il y doit être rapporté.

1710.
9. Avril.

SI on vouloit que la ligne donnée de position fût une Courbe geometrique, la methode, ainsi que le remarque M. Bernoulli, seroit la même; mais le calcul en seroit plus embarrassé, & d'autant plus embarrassé, que l'équation de la Courbe seroit plus composée.

* Fig. I.

Soit CND * cette Courbe : on aura toûjours $\int\frac{dz}{\sqrt{y}}$ (tems par AGB). t (tems par AFD) :: $\sqrt{AB}$. $\sqrt{AD}$ :: $\sqrt{AL}$ $(\sqrt{x})$. $\sqrt{AP}$ :: $\sqrt{BL}$ $(\sqrt{y})$. $\sqrt{PD}$. D'où il vient $t = \frac{\sqrt{AP}}{\sqrt{x}} \times \int\frac{dz}{\sqrt{y}}$, ou $t = \frac{\sqrt{PD}}{\sqrt{y}} \times \int\frac{dz}{\sqrt{y}}$. Il s'agit d'avoir en x, ou en y, la valeur de AP, ou celle de PD; ce qui dépend de la consideration


A
B
1.re
H
A
I
F
M
D
E
B
Fig. 2.
K
L
C
T
S
P
R
Z
Y
G
V
H
A
I
R
S
O
M
N
E
D
V
B
Q
C
Fig. 3.

confideration de trois inconnuës AP, PD, PC; mais auffi a-t-on trois égalités qui déterminent ces valeurs : la premiere, l'équation de la Courbe, qui donne PC e PD, ou PD en PC : la feconde, l'égalité $AC-PC=AP$, ou $AC-AP=PC$; & la troifiéme, celle qui vient de la comparaifon des triangles femblables ALB, APD.

Par exemple, prenons pour la Courbe CND* une Parabole ordinaire dont le parametre foit $=p$; fi l'on nomme PC, u; la proprieté de la parabole donnera CE, ou $PD=\frac{uu}{p}$; en nommant AC, c; on aura $AC-PC$, ou $AP=C-u$; & les Triangles femblables ALB, APD fourniront cette analogie; $BL(y) . AL(x) :: PD\left(\frac{uu}{p}\right) . AP(c-u)$; égalant le produit des Extrêmes au produit des moyens, on aura $cy-uy=\frac{uux}{p}$; $pcy-pyu=xuu$, & $uu+\frac{py}{x}\times u=\frac{cpy}{x}$; d'où l'on tire $u=-\frac{py}{2x}\pm\frac{\sqrt{ppyy+4cpxy}}{2x}$; on a donc $AP=c-u=C+\frac{py\mp\sqrt{ppyy+4cpxy}}{2x}$; & mettant cette valeur dans l'égalité $t=\frac{\sqrt{AP}}{\sqrt{x}}\times\int\frac{dz}{\sqrt{y}}$, on aura $t=\frac{\sqrt{2cx+py\mp\sqrt{ppyy+4cpxy}}}{x\sqrt{2}}\times\int\frac{dz}{\sqrt{y}}$, dont la differentiation, avec les réductions convenables, donnera la folution requife. Mais cette differentiation produifant un grand nombre de termes, il en naît des conftructions trop compofées, & trop pleines d'embarras. C'eft ce qui m'a fait penfer à un autre moyen de réfoudre le Problême, du moins en particulier à l'égard des Cycloïdes.

* Fig. II.

Par les démonftrations précedentes il eft clair, que la Cycloïde requife eft celle qui coupe à angles droits la Courbe géometrique donnée; car dans cet exemple foit AFD la Cycloïde qui coupe ainfi la parabole CND au point D. Si l'on méne à ce point la tangente QDS, la Cycloïde tombera à angles droits fur cette tangente; & par conféquent en vertu de ce qui a été démontré, l'arc AFD compris entre le point d'origine & la tangente eft celuy du plus court tems pour arriver à la même tan-

gente: donc à plus forte raiſon eſt-il celuy du plus court tems pour arriver à la Parabole; la tangente étant toute hors de la Parabole de part & d'autre du point D, & du côté du point d'origine A. Par-là le Problême ſe réduit à déterminer entre une infinité de Cycloïdes, celle qui vient couper la parabole à angles droits; ce que je fais aiſément de cette ſorte.

Je méne à l'arc AGB au point B la tangente BK, qui rencontre en K l'horiſontale AC prolongée de l'autre côté du point d'origine A; je méne auſſi du point D, DT parallele à BK, qui rencontre en T l'horiſontale AC; & que je prolonge de l'autre côté juſqu'à la rencontre de l'axe de la Parabole au point R; elle eſt tangente au point D à l'arc AFD, cet arc étant ſemblable à l'arc AGB.

Maintenant, nommant ER; z; on a $ER\,(z) . ED\,(u) :: PD . PT :: LB\,(y) . LK\left(\frac{ydx}{dy}\right) :: dy . dx :: \sqrt{a-y} . \sqrt{y}$ (par la proprieté de la Cycloïde); ce qui donne $u = \frac{z\sqrt{y}}{\sqrt{a-y}}$; mais dans le cas de la ſuppoſition l'arc AFD tombant ſur la parabole à angles droits, il eſt évident que ER eſt la ſouſperpendiculaire de la Parabole, & par conſéquent égale à $\frac{1}{2}p$; mettant donc dans l'égalité précedente cette valeur $\frac{1}{2}p$ au lieu de z qui eſt ER, on aura $u = \frac{p\sqrt{y}}{2\sqrt{a-y}}$; on avoit déja trouvé $u = \frac{-py + \sqrt{ppyy + 4cpxy}}{2x}$; on aura donc $\frac{p\sqrt{y}}{\sqrt{a-y}} = \frac{-py + \sqrt{ppyy + 4cpxy}}{x}$.

En délivrant cette égalité des fractions & des ſignes radicaux, il vient $4appy - 4ppyy = 16aacc + 16ccyy + ppxx - 32accy - 8acpx + 8cpxy$. Et dégageant yy des quantitez connuës, qui le multipliant, on a, ... $yy + \frac{2cpxy}{4cc+pp} + \frac{ppxx}{16cc+4pp} - \frac{8accy}{4cc+pp} - \frac{2acpx}{4cc+pp} + \frac{4aacc}{4cc+pp} + \frac{appy}{4cc+pp} = 0$; ce qui eſt un lieu à l'ellipſe, ou au cercle; la quantité connuë $\frac{pp}{4cc+pp}$, qui multiplie le quarré xx ſurpaſſant le quarré de la moitié de celle qui multiplie le plan xy, ſçavoir le quarré de $\frac{cp}{4cc+pp}$; car ſi on fait $c . p :: p . q$; on

aura $pp = cq$; & $\frac{pp}{16cc + 4pp} = \frac{pp}{16cc + 4cq}$; on aura aussi $\frac{cp}{4cc + pp} = \frac{cp}{4cc + cq} = \frac{p}{4c + q}$, dont le quarré $\frac{pp}{16cc + 8cq + qq}$ est moindre que $\frac{pp}{16cc + 4cq}$ qui multiplie xx.

Si l'on construit ce lieu, il ira couper la Parabole au point B cherché. *Ce qu'il falloit trouver.*

Quelque generalité que nous ayons donnée au Problême résolu dans un Memoire précedent & dans celui-cy, il est toûjours restraint par cette condition, que les lignes qui partent du même point d'origine A, sont des lignes courbes semblables. Comme cette consideration de lignes semblables n'a plus de lieu, si on change les Courbes en lignes droites; les solutions précedentes ne renferment point le cas des lignes droites, non plus que celuy des Courbes dissemblables. Quoique la Solution particuliere de ce cas des lignes droites, soit la chose du monde la plus aisée par les voyes les plus communes, je ne laisserai pas de la donner ici par occasion de deux manieres differentes, qui plairont peut être du moins aux Commençans, l'une par la simplicité de la construction que j'en tire, & l'autre par la brieveté & le tout particulier de la Solution même.

Parmi les lignes droites qui peuvent être menées du point * A à une donnée de position quelconque CR, soit AD celle le long de laquelle un corps tombant du point A, arrive à quelque point D de la donnée de position dans le plus court tems possible. Je mene AF perpendiculaire à la donnée de position au point F; & des points F & D je mene les droites FQ, DL paralleles entr'elles & perpendiculaires l'une & l'autre à l'horizontale AC: du point F je mene aussi FO perpendiculaire à DL au point O.

* Fig. III.

La droite AC étant donnée avec l'angle ACF, les lignes AF, CF, QF sont aussi données: je nomme donc AF, a; CF, (m); QF, n; l'inconnuë OD, x; & le tems de la chûte par AD, t. Les triangles rectangles & semblables QFC, ODF donneront cette analogie; $QF (n)$.

$CF(m) :: GD(x) . FD = \frac{mx}{n}$, & par conséquent AD qui est $\sqrt{AF^2 + FD^2}$, sera en termes analytiques $\frac{\sqrt{aan^2 + m^2x^2}}{n}$: Mais on sçait que le tems de la chûte par AD est égal à celui qu'employeroit un corps à parcourir deux fois AD avec une vitesse acquise au point D par la chûte de A en D; on a donc $t = \frac{2AD}{\sqrt{LD}} = \frac{2\sqrt{aann + mmxx}}{n\sqrt{x+n}} = Minimum$. En différentiant il vient, $\frac{2mmxdx \times \sqrt{x+n}}{nx\overline{x+n} \times \sqrt{aann+mmxx}} - \frac{dx \times \sqrt{aann+mmxx}}{n \times \overline{x+n} \times \sqrt{x+n}} = 0$; & mettant à même dénominaison, on a, $\frac{2mmxdx \times \overline{x+n} - dx \times \overline{aann + m^2xx}}{n \times \overline{x+n} \times \sqrt{x+n} \times \sqrt{aann+mmxx}} = 0$; & par conséquent $2nmmx + 2mmxx = aann + mmxx$; & $2nmmx + mmxx = aann$, ou $xx + 2nx = \frac{nn}{mm} aa$; d'où l'on tire $x + n = \frac{n}{m} \sqrt{aa+mm}$; ce qui se résout en cette analogie, $n(QF) . m(CF) :: x+n(LD) . \sqrt{aa+mm}(AC)$; mais à cause des triangles semblables QFC, LDC, on a aussi $QF(n) . CF(m) :: LD(x+n) . CD$; donc $CD = AC$: ainsi pour déterminer la ligne cherchée AD, on n'a qu'à prendre CD égale à AC; & ce seroit toute la même chose s'il s'agissoit de faire monter un corps du point A* par quelque droite Ad pour arriver dans le plus court tems possible à quelque point d d'une donnée de position quelconque Cd; de sorte que si du point C comme centre, & de la distance CA comme rayon, on décrit le cercle DAd, ce cercle sera le lieu de tous les points D ou d, pour toutes les positions de la droite CD ou Cd, soit que le corps descende ou qu'il monte; & la corde de l'arc qui mesure l'angle que fait l'horisontale avec la donnée de position, sera partout la droite requise AD ou Ad. On entend bien sans doute que dans le cas où le corps monte, il commence à monter avec la vitesse suffisante pour arriver seulement à la donnée de position Cd, c'est-à-dire avec la même vitesse qu'il auroit acquise en descendant de la donnée de position au point A, par la même ligne qu'il monte du point A, à la donnée de position.

* Fig. IV.

AUTRE SOLUTION

SANS CALCUL.

Du point * A soit mené la verticale AM jusqu'à la rencontre de la donnée de position au point M, & sur AM comme diametre soit décrit le cercle $AFGM$. Soit aussi prolongée la droite AD jusqu'au point G, où elle rencontre la circonference du cercle. Le tems de la chûte par la corde AG qui est égal à celui de la chûte par toute autre corde, étant appellé θ; on aura par tout dans le cercle, t (temps par AD). θ (temps par AG) :: $\sqrt{AD} . \sqrt{AG}$; & $t = \theta \times \frac{\sqrt{AD}}{\sqrt{AG}}$; mais icy par la supposition, ce temps par AD doit être un *minimum*; donc la difference de $\frac{\sqrt{AD}}{\sqrt{AG}}$ doit être nulle; donc la corde AG doit être telle, que si l'on mene une autre corde Ag infiniment proche, coupant au point d la donnée de position CM, on ait $\frac{\sqrt{Ad}}{\sqrt{Ag}} = \frac{\sqrt{AD}}{\sqrt{AG}}$; ou $\sqrt{AD} . \sqrt{AG} :: \sqrt{Ad} . \sqrt{Ag}$; & par consequent $AD . AG :: Ad . Ag$; mais cela ne se trouve ainsi que dans un point G, tel que la tangente en ce point soit parallele à la corde FM, & ce point dans le cercle est celui qui partage en deux également l'arc FM; car il est évident que l'arc infiniment petit Gg se confondant avec la partie infiniment petite Gg de la tangente, & cette tangente étant parallele à la corde FM, on a $AD . AG :: Ad . Ag$. Il ne faut donc pour la construction du Probléme, que couper en deux également l'arc FM, & du point A mener au point d'interfection G, la ligne AG qui rencontre en D la donnée de position, le point D sera le point requis, & la droite AD sera celle du plus court tems possible.

* Fig. V.

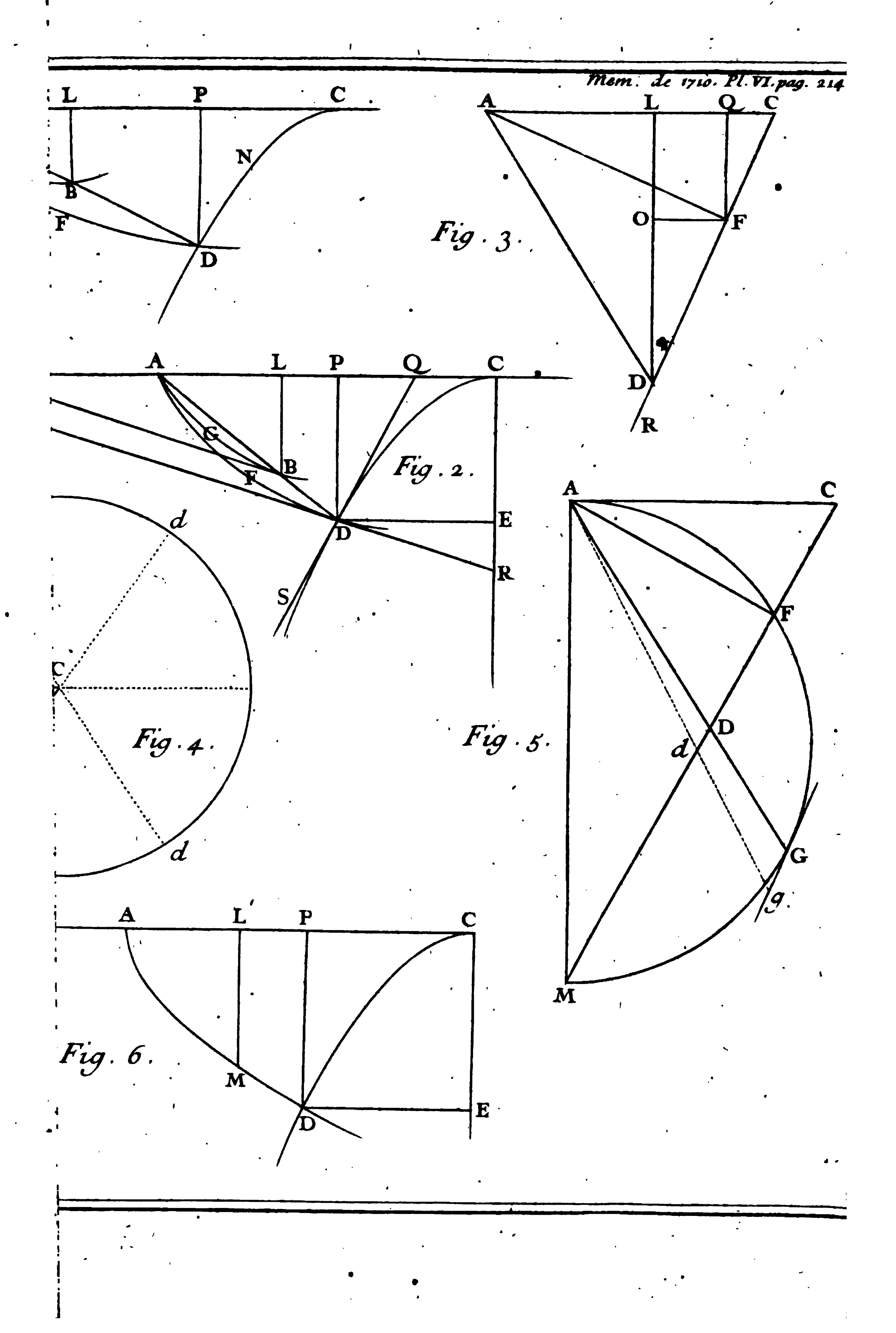
Il est clair que cette construction est donnée par la précedente, & qu'elle la donne réciproquement; c'est à dire, que si AC est égale à CD, le point G partage également en deux l'arc FM; & réciproquement que l'arc

FM étant partagé en deux également au point G par la droite AG; CD est égale à AC.

Si dans le cas de la chûte par des lignes droites la donnée de position étoit une Courbe quelconque geometrique CND *, la Solution seroit tres-facile; car nommant, comme auparavant, AC, c; PC, u; AP, $c-u$; & PD, y; on aura $AD = \sqrt{yy+cc-2cu+uu}$; & t (temps par AD) $= \frac{2AD}{\sqrt{PD}} = \frac{2\sqrt{yy+cc-2cu+uu}}{\sqrt{y}}$. L'équation de la Courbe donnera y en u; ainsi cette Courbe étant une Parabole dont le parametre $=p$; on aura $y = \frac{uu}{p}$; & par consequent $\frac{2\sqrt{yy+cc-2cu+uu}}{\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{u^4+ppcc-2ppcu+ppuu}}{u\sqrt{p}}$. En differentiant selon la methode, & faisant les réductions necessaires, on viendra à l'égalité $\frac{u^4}{pp} = cc-uu$, qui se construit de cette sorte: Du point A comme sommet, & sur l'horisontale AC comme axe, je décris la Parabole dont le parametre est égal à la distance donnée AC (c); le point D où elle coupe l'autre Parabole CND, est le point cherché; car on a par tout $LM^2 = C \times \overline{AC-LC}$, & par consequent au point D, $PD^2 = C \times \overline{AC-PC}$; ce qui est à cause de la Parabole CND, $\frac{u^4}{pp} = cc-cu$.

* Fig. VI.





L
P
C
N
B
F
D
A
L
Q
C
O
F
Fig. 3.
D
R
A
L
P
Q
C
G
B
F
Fig. 2.
D
E
R
S
d
C
Fig. 4.
d
A
C
F
D
d
Fig. 5.
G
g
M
A
L
P
C
Fig. 6.
M
D
E

COMPARAISON
DES OBSERVATIONS
DE L'ECLIPSE DE LUNE
Faites en differens lieux.

PAR M. MARALDI.

1710.
12. Mars.

NOus avons comparé les Observations de cette Eclipse faites à Montpellier par Mrs de Plentade & de Clapiez, avec celles qui ont été faites en même tems à Versailles & à Paris; & voicy ce qui en résulte.

h	'	"	
11h	15'	50"	Tout Grimaldi hors de l'ombre à Montp.
11	9	0	Grimaldi est entierement sorti de l'ombre à Versailles.
	6	50	Difference des Meridiens entre Versailles & Montpellier; mais Versailles est plus Occidental que Paris de 50" de tems. Donc difference des Meridiens entre Paris & Montpellier, 6' 0".
11	23	53	L'Eclipse étoit de 8 doigts à Montpellier.
	19	0	La même phase à Paris.
	4	51	Difference des Meridiens.
11	32	40	L'Eclipse est de 7 doits à Montpellier.
	28	0	Elle est de 7 doits à Paris.
	4	40	Difference des Meridiens.
11	29	0	Copernic hors de l'ombre à Montpellier.

11h	22′	0″	L'ombre quitte Copernic à Versailles.
	7	0	Difference des Meridiens entre Montpellier & Versailles, & entre Montpellier & Paris, 6′ 10″.
11	42	0	L'ombre au bord de Menelaus à Montpel.
11	36	15	L'ombre à Menelaus.
	5	45	Differ. des Merid. entre Montp. & Paris.
11	47	2	Pline à Montpellier.
10	40	0	Pline commence à sortir à Versailles.
	7	2	Difference des Meridiens entre Versailles & Montpellier, & entre Paris & Montpellier, 6′ 12″ par cette observation.
11	47	2	Pline à Montpellier.
11	41	20	L'ombre à Pline observée à Paris.
	5	42	Difference des Meridiens.
11	53	18	Tout Tycho hors de l'ombre à Montpel.
11	47	10	L'ombre au second bord de Tycho à Paris.
	6	8	Difference des Meridiens.
12	12	24	L'Eclipse est d'un doit à Montpellier.
12	8	0	La même phase à Paris.
	4	24	Difference des Meridiens.
12	18	10	Fin de l'Eclipse à Montpellier.
12	12	20	Fin de l'Eclipse à Paris.
	5	50	Diff. des Merid. entre Paris & Montpell.
12	11	30	Fin de l'Eclipse à Versailles.
	6	40	Difference des Merid. entre Versailles & Montpellier.

Par

Par la comparaiſon de ces Obſervations, les Taches de Grimaldi, de Copernic, & de Tycho donnent à quelques ſecondes prés la même difference des Meridiens entre Verſailles, Paris & Montpellier; Et celle qui réſulte entre Montpellier & Paris de 6′ 10″, s'accorde avec celle qui a été trouvée par les obſervations des Satellites de Jupiter faites de part & d'autre, & par les triangles de la Meridienne. La difference des Meridiens qui reſulte entre Paris & Verſailles par les mêmes obſervations, eſt auſſi la même qu'on a trouvée entre ces deux Villes par des operations geometriques.

Cette préciſion vient de ce que ces Taches ſont aſſez bien déterminées, & qu'on a marqué de part & d'autre le temps que l'ombre quittoit le ſecond bord de ces Taches. Il n'y a pas la même préciſion dans la difference des Meridiens qui réſulte des Taches de Pline & de Menelaüs obſervées à Paris & à Montpellier, parceque comme ces Taches ont quelque largeur, on ne s'eſt peut-être pas accordé à marquer l'arrivée de l'ombre au même terme de la Tache, comme on a fait dans l'obſervation des Taches précedentes.

La difference des Meridiens qui réſulte de la détermination des doits éclipſez, eſt un peu plus éloignée que celle des Taches; ce qui fait voir qu'on ne doit emploïer ces ſortes d'obſervations dans la recherche des longitudes, que lorſqu'on n'a point d'obſervations des Taches.

On voit enfin que dans la détermination de la fin de cette Eclipſe tous les Obſervateurs ſont d'accord à une demie minute prés, quoiqu'on ne ſoit pas ſi préciſement d'accord dans la détermination des doits éclipſez.



DIVERSES OBSERVATIONS DE LA CONJONCTION DE LA LUNE AVEC LES PLEIADES.

Par M. Maraldi.

1710. 15. Mars.

L'Orbite de la Lune sur laquelle se fait son mouvement propre coupe presentement l'Ecliptique vers le commencement du signe des Poissons où est son nœud ascendant, & vers le commencement du signe de la Vierge où est son nœud opposé; ainsi le terme de la plus grande latitude Septentrionale, qui est toûjours à 90 degrés des nœuds, se rencontre au commencement des Jumeaux, & l'autre terme dans le signe opposé.

Dans cette situation de l'Orbite quand la Lune passe par son mouvement propre par le 27 degré du Taureau, son centre est éloigné du côté du Septentrion à l'égard de l'Ecliptique d'environ 5 degrés; & comme la petite constellation des Pleïades se trouve presentement dans ce degré de longitude avec une latitude Septentrionale de 4 degrés ou environ, la Lune qui dans nos climats a toûjours une parallaxe de plusieurs minutes qui la font paroître plus basse, cache ces Etoiles & les éclipse à une grande partie des païs situez dans l'hémisphere Septentrional de la Terre.

Ces intersections de l'Orbite de la Lune avec l'Ecliptique changent comme l'on sçait de place à l'égard des Etoiles fixes par un mouvement retrograde, ce qui est cause qu'en peu de temps la Lune passe éloignée des Etoiles avec lesquelles elle s'étoit rencontrée proche des intersections; mais il n'en est pas de même à l'égard des Etoiles qui en sont à une grande distance & qui se rencon-

trent dans les termes de la plus grande latitude, ou à quelque distance de côté & d'autre des termes, parceque dans ces endroits la variation de la latitude qui arrive à la Lune en trois années, n'est pas plus grande que celle qui arrive en un an proche des intersections.

Lors donc que les Etoiles des Pleïades se trouvent proche de ces termes elles sont éclipsées, & ces éclipses durent pendant quelques années de suite par rapport au païs situez dans nôtre hemisphere; & cela arrive non-seulement à cause du peu de variation de la latitude, mais parceque ces Etoiles occupent dans le Ciel un espace en latitude qui est environ de deux tiers de degré.

Nous avons observé depuis deux ans trois differentes conjonctions écliptiques de la Lune avec ces Etoiles. Nous observâmes la premiere l'an 1708 le 30 d'Octobre, & pour lors la Lune par son bord Oriental éclipsa l'Etoile appellée Atlas à 8 heures 29′ 30″, & elle sortit du bord Occidental à 8 heures 59′ 35″ comme une de ces pointes claires qu'on voit sur le bord obscur de la Lune. Cette Etoile est la plus Meridionale des huit Etoiles les plus claires. L'heure de son Immersion étant comparée avec celle de l'Emersion, le temps de l'Eclipse de l'Etoile a duré 30′ 0″, & sa conjonction apparente est arrivée à 8 heures 44′ 35″ du 30 Octobre au soir.

L'année derniere 1709 on observa deux fois en differens mois la conjonction de la Lune avec les Etoiles plus Septentrionales des mêmes Pleïades. On fit la premiere de ces observations le 23 de Septembre. Les nuages qui étoient ce jour-là proche de l'horizon empêcherent d'observer l'Immersion des deux Etoiles plus Occidentales, qui sont Electra & Celeno, dans le bord Oriental de la Lune.

A 8 heures 26′ 20″, la Lune étant dégagée des nuages, on observa l'Immersion de l'Etoile Maïa derriere le bord Oriental de la Lune; à 8h 30′ 21″ on observa l'Immersion de Taigeta; à 8h 49′ 12″ une Etoile qui est la plus proche d'Asterope fut cachée par le bord Septentrional de la

Lune; à $8^h\ 50'\ 35''$ Celeno étoit sortie du bord Occidental de la Lune; à $8^h\ 52'\ 58''$ Taigeta sortit du même bord; à $9^h\ 13'\ 19''$ l'Etoile proche d'Asterope fut découverte; à $9^h\ 15'\ 52''$ Maïa sortit entierement de la Lune.

L'Eclipse de cette Etoile a été plus grande que celles des autres, ayant duré $49'\ 12''$; celle de Taigeta a duré $22'\ 37''$, & l'Etoile prochaine d'Asterope fut cachée l'espace de $24'\ 7''$. Asterope ne fut point éclipsée dans cette conjonction, mais elle passa si prés du bord Septentrional de la Lune, qu'elle n'en fut éloignée que d'une minute de degré. Alcione qui resta du côté du bord Meridional de la Lune passa aussi sans être éclipsée, & lorsqu'elle en fut plus proche, elle n'en étoit éloignée qu'environ une minute de degré; donc son centre apparent passa à égale distance d'Alcione & d'Asterope, c'est à dire 5 minutes plus vers le Septentrion que dans la conjonction du 30 Octobre de 1708.

M. Manfredi fit aussi prés de Bologne le 23 Septembre l'observation du passage de la Lune parmi ces Etoiles. Il observa qu'à $8^h\ 34'\ 53''$ Electra fut cachée par la Lune, que Taigeta le fut à $8^h\ 48'\ 54''$, & que Maïa s'éclipsa à $8^h\ 51'\ 24''$. Electra étoit sortie du bord Occidental de la Lune peu de secondes avant $9^h\ 31'\ 13''$. Celeno sortit à $9^h\ 19'\ 14''$. Taigeta se découvrit à $9^h\ 26'\ 49''$, & Maïa à $9^h\ 45'\ 31''$.

En comparant ensemble les mêmes observations faites à Paris & à Bologne, on y trouve des differences qui varient depuis $34'\ 13''$ qui est la plus petite qui se trouve dans l'Emersion de Taigeta, jusqu'à $39'\ 39''$ qui est la plus grande difference, & résulte de l'Emersion de Maïa observée de part & d'autre.

Les differences & les variations qui s'y rencontrent dépendent de la combinaison de trois principes differens. La premiere difference, qui est la plus sensible, vient de la difference des Meridiens; car Bologne étant plus Oriental que Paris, on y compte dans le même instant plus d'heures qu'à Paris: mais comme la conjonction de la Lune avec les Etoiles se fait par son mouvement pro-

pre d'Occident en Orient; elle est vûë plutôt des parties Occidentales de la Terre que des Orientales; c'est-pourquoi la Lune ayant rencontré plutôt à Paris la ligne visuelle qui va de l'œil à l'Etoile qu'elle ne l'a rencontrée à Bologne, la difference qui vient de ce principe diminuë la premiere qui est causée par la difference des Meridiens.

Le troisiéme principe d'où dépendent ces variations, vient de ce que la Lune n'a pas rencontré dans ces deux Villes les mêmes Etoiles au même point de sa circonference; ce qui peut faire des cas differens suivant qu'elles passent éloignées du centre apparent de la Lune vers le Septentrion ou vers le Midy plus dans un païs que dans l'autre.

Par la declinaison de la Lune & par la durée des éclipses qui a été plus grande à Bologne qu'à Paris, il est aisé de voir que les mêmes Etoiles sont passées à Paris plus éloignées du centre apparent de la Lune vers le Septentrion, qu'elles n'ont paru à Bologne où l'Etoile appellée Taigeta a été cachée 37′ 55″, à Paris elle n'a été que 22′ 37″. L'Eclipse de Maïa a duré à Bologne 54′ 7″, à Paris seulement 49′ 32″.

La difference entre la durée de ces Eclipses est un effet de la parallaxe de la Lune de nôtre parallele à l'égard de celui de Bologne, & elle pourroit servir à chercher la parallaxe qui convient au diametre entier de la Terre; mais il est plus sûr de la trouver par plusieurs observations que nous fîmes à Paris, & que nous rapporterons une autre fois.

La seconde conjonction de la Lune avec les Pleïades que nous observâmes l'année derniere, fut celle qui arriva le 14 Decembre. On observa qu'à 5^h 37′ 54″ Celeno fut cachée par le bord Oriental de la Lune, Taigeta se couvrit à 5^h 59′ 19″, Maïa fut éclipsée à 6^h 6′ 21″, & à 6^h 18′ 49″ ce fut l'Etoile la plus proche d'Asterope, & à 6^h 23′ 16″ fut observée l'Immersion d'Asterope. A 6^h 27′ 52″ Electra étoit sortie du bord Occidental de la Lune il y

avoit peu de secondes ; à 6h 43′ 16″ Celeno sortit du même bord ; à 6h 56′ 40″ Taigeta se découvrit ; à 7h 13′ 38″ Maïa commença de paroître en sortant derriere la Lune. On fit toutes ces observations avec deux differentes Lunetes. On ne put pas observer l'Emersion des autres Etoiles plus petites dont on avoit observé l'Immersion, à cause qu'on avoit de la peine à les voir proche du bord éclairé de la Lune.

Dans cette derniere conjonction l'Eclipse de Maïa a duré 1h 7′ 17″, & c'est l'Etoile qui a été plus long-temps cachée par la Lune. Dans la conjonction de Septembre l'Eclipse de la même Etoile ne dura à Paris que 49′ 32″, de sorte qu'elle dura 18 minutes de moins que dans le mois de Decembre. Cette difference vient principalement de la variation qu'a fait l'Orbite de la Lune parmi les Etoiles fixes à cause du mouvement retrograde des nœuds, ce qui fait que dans la conjonction de Decembre la latitude de la Lune a été plus Septentrionale de 6 minutes que dans la conjonction de Septembre.

Il y aura encore cette année & la suivante plusieurs conjonctions de la Lune avec les Etoiles, à cause du peu de changement de latitude qui arrive à la Lune dans cette intervalle de temps.

Nous avons plusieurs observations de la Lune avec les Pleïades faites en differens Siecles, mais principalement dans le dernier. La plus ancienne que nous ayons est celle qui fut faite par Timocharis à Alexandrie la 47e année de la premiere periode de Calippus l'année 465 de Nabonassar le 29 d'Atir, ce qui convient avec l'année 283 avant l'Epoque de Jesus-Christ le 29 de Janvier. Entre l'observation de Timocharis & celle du 23 Septembre de l'année 1709, il y a une intervalle de 1992 années Juliennes & 226 jours, pendant laquelle il y a eu 112 révolutions de la latitude, 546 periodes d'Anomalie, qui est la même à peu de degrés dans ces deux observations aussi éloignées, & il y a 26638 retours periodiques de la Lune à l'égard des mêmes Etoiles, qui sont toutes circonstances remarquables.

DE LA NECESSITE'

QU'IL Y A DE BIEN CENTRER *le Verre objectif d'une Lunette.*

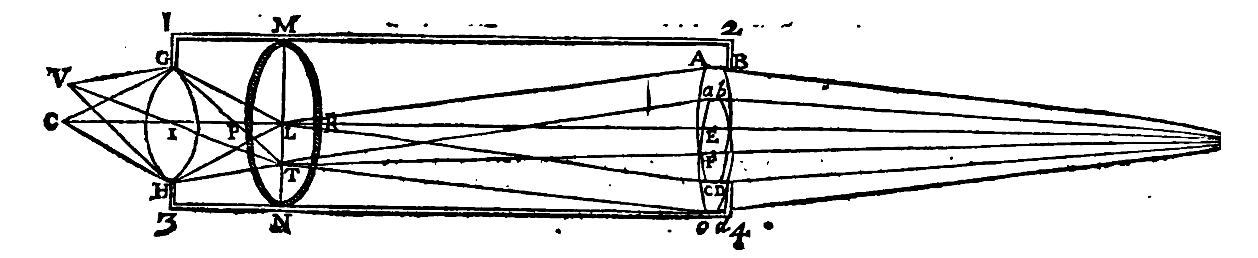
PAR M. CASSINI le Fils.

1710. 26. Mars.

POur observer les distances apparentes des Astres on se servoit autrefois de cercles, demi-cercles ou quarts de cercles divisés en degrés & minutes, & garnis de quatre pinules dont deux étoient fixes, placées l'une au commencement de la division, & l'autre diametralement opposée. Les deux autres étoient portées sur une regle mobile autour du centre de l'Instrument appellée par les Modernes Alidade.

Depuis l'invention de Lunettes on a substitué aux pinules deux Lunettes, dont l'une est fixe sur une ligne parallele au rayon qui passe par le commencement de la division, l'autre est placée sur une regle qui tourne autour du centre. L'on place au foyer des Verres objectifs de ces Lunettes, deux fils qui se croisent dans l'axe à angles droits, dont l'un est parallele au plan de l'Instrument, & l'autre lui est perpendiculaire. L'on met l'Oculaire dans un tuyau qui s'enfonce dans celui de la Lunette, de sorte que les fils qui se croisent soient à son foyer afin de bien distinguer leur intersection.

Ces Lunettes ainsi disposées ont un grand avantage sur les pinules, à cause qu'on distingue par leur moyen les objets terrestres & celestes avec beaucoup plus d'évidence, & qu'on observe plus exactement leurs distances entr'eux en les plaçant exactement dans l'intersection des fils qui se croisent à leur foyer à angles droits; mais il est necessaire que les Verres objectifs soient bien centrés, c'est à dire qu'à leur circonference ils soient par tout



d'égale épaiſſeur. Car ſoit 1, 2, 3, 4, un tuyau de Lunette qui ait à une de ſes extremités un Verre objectif *ABCD* bien centré, enſorte que le centre *E* de ce Verre ſoit exactement dans l'axe *SEIO* de la Lunette; ſoit à l'autre extremité un Oculaire *GH* dont le centre *I* ſoit auſſi dans l'axe de la Lunette. Soit *S* un objet fort éloigné d'où partent les rayons *SB*, *SD* cenſés paralleles, qui tombant ſur la ſurface du Verre *BD*, ſe rompent & vont ſe réünir dans l'axe en *L*, qui eſt l'interſection de deux fils de ſoye *MN*, *PR* qui ſe coupent à angles droits, & dont *MN* eſt vertical & *PR* horizontal. On ſuppoſe que le point *L* eſt placé au foyer de la Lentille *GH*, en ſorte que les rayons *GL*, *HL* qui partent de ce point & tombent ſur la ſurface de la Lentille *GH*, vont ſe réünir en *O*. L'œil étant en *O* verra l'objet *S* en *L* dans l'axe de la Lunette, & par conſéquent dans ſa ſituation veritable.

Si l'on fait mouvoir le Verre objectif *ABCD* en *abcd*, enſorte que le centre du Verre ſoit par exemple en *F*; alors les rayons qui partent de l'objet *S* iront ſe réünir en *T* à l'extremité de l'axe *SFT* qui paſſe par le centre du Verre *F*, & les rayons qui partent du point *T* & tombent ſur l'Oculaire *GH* iront ſe réünir au point *V*, où l'œil étant placé verra l'objet *S* en *T* dans une ſituation differente de celle où il paroiſſoit lorſque le Verre objectif étoit au centre de la Lunette.

Si l'on ſuppoſe preſentement qu'on veüille obſerver la diſtance entre deux Aſtres avec deux Lunettes, dont l'une ait ſon Verre objectif bien centré, & l'autre mal centré.

centré. Si l'on incline l'Instrument pour observer la distance apparente des deux Astres, la Lunette bien centrée tournant par ce mouvement autour de son axe, le centre *E* de l'Objectif reste dans l'axe de la Lunette, & son foyer tombe sur le point *L* intersection des fils; mais le centre *F* de l'Objectif mal centré décrira par ce mouvement un petit cercle autour de l'axe *EL* de la Lunette, & le point *T* où se réünissent alors les rayons décrira aussi un cercle semblable autour du centre *L*; de sorte que la distance apparente entre ces deux Astres, observée avec deux Lunettes dont l'une a son Objectif bien centré & l'autre mal centré, ne sera pas leur distance veritable, & sera sujette à des irrégularités ausquelles on ne peut remedier qu'en centrant exactement les deux Verres objectifs, ou les dirigeant l'un sur l'autre à un même objet, ce qui revient à la même chose.

OBSERVATIONS

SUR LES MATIERES SULPHUREUSES & sur la facilité de les changer d'une espece de souffre en une autre.

PAR M. HOMBERG.

1710. 22. Avril.

J'Ai appellé dans mes Memoires précedens Matiere sulphureuse ou Souffre, toutes les matieres huileuses ou grasses que nous connoissons. J'en ai usé ainsi pour les distinguer d'avec le Souffre principe. Ensuite j'ai supposé, & crois même avoir en quelque façon prouvé, que ce Souffre principe n'est autre chose que la matiere de la lumiere, qui n'est pas déterminée encore à aucune des especes de Souffres ou de matieres sulphureuses que nous connoissons, mais qui les produit en s'arrêtant en quantité convenable dans les differens corps où elle s'est

introduite; car quoiqu'avant ce tems elle ne paroisse pas une matiere qui soit évidemment huileuse, elle ne laisse pas d'en donner quelques marques, que j'ai rapportées ailleurs.

J'ai divisé les Matieres sulphureuses en trois classes; la premiere est, lorsque le Souffre principe s'arrête principalement dans les matieres terreuses, & pour lors il produit un souffre bitumineux sec, comme sont le souffre commun, les charbons de terre, le jayet, l'asphalte, l'ambre jaune & autres. La seconde est, lorsqu'il s'arrête principalement dans une matiere aqueuse, & en ce cas il produit une graisse ou une huile qui est animale, ou vegetale, ou bitumineuse; selon qu'elle se tire d'une partie animale, ou d'une plante, ou qu'elle sort immédiatement de la terre. Et la troisiéme est, quand il s'arrête principalement dans une matiere mercurielle, & pour lors il produit un souffre métallique.

J'ai supposé aussi que le Souffre principe, quoique devenu matiere sulphureuse, de quelque espece qu'elle puisse être, ne change point de nature; il peut non-seulement se dégager des matieres sulphureuses qu'il avoit produites; & reparoître simplement matiere de la lumiere, mais il peut encore, en restant la même matiere sulphureuse, changer d'état, c'est-à-dire passer d'une espece de souffre en une autre espece, sans se dépoüiller du corps qui l'avoit characterisé en premier lieu; ce qu'il fait en s'introduisant simplement dans un autre mixte, qui par quelque accident avoit perdu sa propre matiere sulphureuse.

J'ai commencé dans un Memoire précedent à prouver cette supposition par quelques exemples que j'ai raportés, j'ai tiré ces exemples des huiles vegetales & des graisses animales que l'on peut faire rentrer dans les matieres minerales & métalliques desséchées par la calcination au point qu'elles ne se fondent plus, ou qu'elles se vitrifient seulement en une matiere scorieuse; si l'on ajoûte quelque huile que ce soit à ces mineraux ainsi détruits, ils reprennent dans un moment au grand feu la

même forme de mineral ou de metal qu'ils avoient auparavant; la raiſon eſt que l'huile du vegetal ſe met à la place de la matiere huileuſe ou ſulphureuſe du mineral, que le feu de la calcination en avoit fait évaporer, ce qui ſe voit dans toutes les chaux des moindres metaux, mais plus évidemment dans celle qui ſe fait de l'étain au verre ardent.

Quand on veut deſſécher les métaux, il faut avoir la précaution de les deſſécher ſur un ſupport qui n'ait en lui aucune matiere huileuſe qui puiſſe s'évaporer avec celle du métal, autrement le métal reprendroit celle du ſupport à la place de la ſienne propre à meſure qu'elle la perd, & ainſi le métal ne ſe deſſécheroit point, mais il s'en iroit tout entier en fumée, comme il arrive toûjours à l'étain, au plomb & à tous les mineraux métalliques, comme le biſmuth, le regule d'antimoine, le zink & autres quand on les expoſe ſur un charbon au verre ardent; mais quand on deſſéche l'étain, par exemple ſur une coupelle des raffineurs, il fume beaucoup dans le commencement, & peu à peu la goute du métal devient heriſſée, pouſſant des pointes ou des poils qui s'allongent ou montent de plus en plus, juſques à ce que toute la maſſe de l'étain ſoit changée en une houpe, ou en une eſpece de broſſe, d'un blanc ſale & d'une matiere brillante, dont les poils du milieu ſont les plus longs, & ceux d'alentour s'accourciſſent à meſure qu'ils s'éloignent du centre de la houpe.

En continuant d'expoſer cette matiere ſur le même ſupport au foyer parfait du verre ardent, elle ne ſe fondra jamais, même étant expoſée immediatement aprés une pluïe, où ce verre fait le plus grand effet qu'il eſt capable de faire; mais quand on ôte cette houpe ou cet étain calciné, de deſſus ce premier ſupport, & qu'on l'expoſe ſur un charbon au même verre ardent, il ſe fond dans le moment, & reparoît en une goute d'étain; cela arrive parce que l'huile du charbon qui lui ſert de ſupport, rentre dans cette chaux, à la place de la partie huileuſe

que l'étain avoit perduë dans sa calcination sur un support destitué de toute matiere huileuse, comme sont le cailloux, les pots de grez, la porcelaine des Indes dont on a ôté l'émail, les coupelles des raffineurs, le cristal de roche &c. Si on continuoit d'exposer cet étain calciné au verre ardent sur quelqu'un de ces derniers supports arides, il ne reprendroit jamais sa premiere forme de métal, à moins qu'on ne mît dessus un peu d'huile ou de graisse, qui y feroit le même effet que nous venons d'observer dans l'huile du charbon.

Cet exemple de la chaux d'étain joint à ceux que j'ai rapportez autrefois, suffira pour prouver que les huiles ou les graisses animales & vegetales rentrent aisément dans les matieres minerales & métalliques qui avoient perdu leurs souffres, & qu'elles sont rétablies par-là dans leur premier état naturel de mineral ou de métal. Pour appuyer davantage cette supposition, je crois qu'il ne sera pas inutile de rapporter quelques exemples qui prouvent, que l'on peut séparer aussi les parties huileuses des métaux, & les introduire dans les esprits trés legerement acides des vegetaux & des sels fossiles, qui naturellement ont trés peu ou point de matieres sulphureuses; par-là ils deviennent non-seulement inflammables au de-là de la vivacité de l'esprit de vin rectifié, mais encore ils deviennent des huiles grasses & qui nagent sur l'eau, comme font toutes les vraïes huiles des vegetaux.

En examinant les moindres métaux au verre ardent, j'ai reconnu que le fer est celui qui a le plus de matiere huileuse; car en ne faisant que l'y exposer, on voit d'abord une grande quantité d'huile noire & fort liquide nager par dessus, long-tems avant que la vraye matiere métallique & brillante du fer se mette en fonte, cette huile est absorbée avec une grande avidité par les métaux qui ont peu de matiere sulphureuse, comme est particulierement l'argent, qui en change de couleur & de consistence; au contraire le fer reste tout à fait privé de son huile, & en cet état il résiste à la plus grande chaleur

du verre ardent sans se mettre en fonte, ce qui m'a fait juger que la matiere huileuse qui se trouve naturellement dans le fer, pourroit bien être ce qui lui sert de fondant, puisque cette huile étant separée de sa substance, il ne se fond plus.

Pour ne pas manquer cette experience, il faut observer que l'on doit fondre l'argent le premier, & sur l'argent fondu il faut coucher un morceau de fer, sans quitter le foyer du verre ardent, & l'on verra que sur le morceau de fer il coulera une huile qui paroîtra noire au Soleil, sans que le morceau de fer se fonde, qui paroîtra blanc sous cette huile, & brillant comme du fer nouvellement limé; à mesure que cette huile touche l'argent fondu sur quoy nage le morceau de fer, elle entre dans cet argent avec autant de vitesse que l'eau entre dans le papier brouillard; & le fer qui a ainsi perdu son huile, devient cassant, & ne se fond plus au verre ardent.

Ceci arrive lorsqu'on met un morceau de fer sur l'argent fondu; mais si au contraire on met un morceau d'argent sur du fer fondu, l'argent se fondra promptement, & les deux métaux se confondront, de maniere que l'on ne pourra pas reconnoître distinctement les parties du fer ou celles de l'argent dans le mélange que leur confusion aura produit; & par conséquent l'huile de fer restera toûjours mêlé avec son métal.

Cette observation m'a fait voir clairement, que la matiere huileuse du fer non-seulement en peut être separée, mais encore qu'on la peut introduire en un autre corps. J'ai fait plusieurs tentatives pour retirer de l'argent cette huile de fer qu'il avoit absorbé, mais inutilement; parceque pour tenir l'argent en fonte il faut un grand feu qui dissipe cette huile; de sorte que par la violence du feu je n'en ai sçû rien tirer, & la seule liqueur qui dissout l'argent, sçavoir l'esprit de nitre, est un acide trés violent, qui d'ailleurs est déja suffisamment chargé de son propre souffre, & il est plus propre à déchirer ou à détruire un mixte, qu'à en extraire ou à en conserver la partie hui-

leuſe, j'ai donc abandonné l'argent abbreuvé de l'huile du fer; & j'ai tâché d'introduire cette huile dans quelqu'autre métal plus aiſé à traiter, tant par un degré de feu fort doux, que par un diſſolvant tout à fait aqueux, ou trés legerement acide, & qui de luy-même ne contient preſque pas de matiere ſulphureuſe.

Parmi les eſſais que j'en ai fait, j'ai vû que le fer ſe mêle au verre ardent parfaitement bien avec l'étain, que ce mélange fume prodigieuſement, & que la fumée ſe condenſe en l'air en une eſpece de cotton, qui ſelon toutes les apparences eſt l'étain, d'ailleurs métal volatile, rendu encore plus volatile par l'huile du fer, parce que la fumée qui s'éleve de l'étain ſeul ou mêlé avec quelqu'autre métal que ce ſoit, excepté avec le fer, ne vient pas en ſi grande abondance, & ne ſe condenſe pas en une matiere cottoneuſe & maniable, mais ſe diſſipe tout à fait en vapeurs, comme il arrive à toute autre ſorte de fumée. J'ai amaſſé un peu de ce cotton, il s'eſt diſſous ſans aucune ébullition dans du vinaigre diſtillé, & a donné une couleur rougeâtre à ſon diſſolvant. Il eſt trés difficile d'amaſſer au Soleil une quantité ſuffiſante de cette matiere cottoneuſe pour en faire une operation ſenſible, tant parce qu'étant expoſé à l'air libre, le vent l'emporte & la diſſipe, que parce que nous avons trés peu de jours en l'année propres pour travailler au verre ardent. Voicy comment j'en ai amaſſé une aſſez grande quantité pour ſuffire à une operation ſenſible.

J'ai fait ſeulement le mélange du fer & de l'étain au verre ardent de cette maniere: J'ai fait fondre ſur un charbon deux gros de pointes de clous de fer, j'ai mis ſur ce fer fondu autant peſant d'étain fin, qui dans le moment s'eſt fondu & confondu avec le fer; auſſi-tôt que le mélange en a été fait, je l'ai retiré de deſſous le verre ardent, & j'y ai expoſé d'autre fer & d'autre étain, j'ai fait peu à peu de cette maniere environ une demie livre de ce mélange, que j'ai mis fondre dans un creuſet à la forge au feu de charbons, mon mélange s'eſt fondu, &

il a produit du cotton ſemblable à celui qu'il produit par la chaleur du verre ardent, dont une partie s'eſt attachée aux parois du creuſet, & en aſſez grande quantité, pour que j'aye pû le détacher avec une cuillere de fer & le retirer du creuſet, j'en ai amaſſé environ une once, la matiere qui eſt reſtée au fond du creuſet, a peu à peu ceſſé de fumer, & s'eſt congelée en une matiere fort dure & caſſante, comme eſt ordinairement le fer qui vient d'être fondu.

J'ai verſé ſur ce cotton du vinaigre diſtillé, que j'ai laiſſé en infuſion froide pendant huit jours; le vinaigre a travaillé inſenſiblement ſur ce cotton, & eſt devenu d'une couleur rougeâtre tirant ſur l'orangé, & de fort clair & liquide qu'il étoit, il eſt devenu louche & m'a paru gras ſous les doigts, & avoir plus de conſiſtence qu'auparavant, j'ai vuidé par inclination la liqueur teinte de deſſus le cotton qui reſtoit non diſſous au fond du vaiſſeau, j'ai verſé du nouveau vinaigre diſtillé deſſus, & j'en ai ſéparé la teinture, ce que j'ai reïteré juſques à ce que toute la matiere cottonneuſe fût entierement diſſoute; il faut obſerver ici, que j'ai commencé à faire cette infuſion ou diſſolution ſur l'athanor, c'eſt-à-dire, en une chaleur d'abord moderée, qui n'a pas bien réuſſi, & puis en une plus forte juſques à la faire boüillir, & elle n'a pas mieux réuſſi, le diſſolvant eſt toûjours reſté clair, ſans s'épaiſſir & ſans changer de couleur, mais à froid elle s'eſt faite parfaitement bien; j'ai joint enſemble toutes ces diſſolutions, qui faiſoient environ deux pintes, je les ai diſtillées au bain de ſable dans une grande cornuë de verre à un feu fort doux, il en eſt ſorti une pinte & demie environ de flegme, ſans odeur & ſans goût, aprés quoi j'ai remarqué au haut & dans le col de la cornuë couler des gouttes épaiſſes comme de l'huile; alors j'ai changé de recipient, & j'ai augmenté le feu, il m'en eſt venu une once environ d'une liqueur huileuſe, rougeâtre, d'un goût trés piquant, & d'une odeur forte & aromatique: elle brûle à l'approche de la flâme avec beaucoup plus de vi-

vacité que l'esprit de vin ; & quand on la verse dans l'eau, elle nage dessus comme fait une huile essentielle de quelque plante.

Cette operation m'a donné sujet de croire, que j'avois extrait l'huile métallique de cette matiere cottoneuse, & que c'étoit elle qui brûloit comme l'esprit de vin dans la liqueur distillée, & qui se condensoit en une veritable huile en la versant dans l'eau commune ; mais il m'est venu en même tems un scrupule, qui m'a fait douter de la verité de cette conjecture, car je me suis imaginé que ce pourroit bien être un reste de la partie vineuse ou huileuse du vinaigre, qui se seroit manifesté à la fin de la distillation ; & qu'ainsi j'aurois pris une huile vegetale du vin pour une huile métallique du fer & de l'étain ; pour m'en éclaircir, j'ai fait la même operation avec l'esprit de vitriol, qui a produit les mêmes effets que nous venons d'observer dans celle qui a été faite avec le vinaigre distillé.

Il faut observer ici, que l'esprit de vitriol que l'on veut employer à cette operation, doit être affoibli par l'eau commune au point qu'il ne fasse pas d'ébullition avec le cotton, autrement l'operation ne réussiroit pas. Elle m'a confirmé dans l'idée que j'avois euë à la premiere operation, c'est à dire, que cet esprit ardent, & son huile qui nage sur l'eau, sont une vraïe substance huileuse tirée du fer & de l'étain, & non pas du vinaigre distillé, dont j'ai eu soin de séparer tout ce qu'il pourroit contenir d'esprit vineux, en le distillant à trés petit feu, & en jettant les premieres portions qui en sont venuës, & qui selon toutes les apparences ont emporté ce que le vinaigre pourroit avoir de plus spiritueux.

Nous avons une operation décrite dans nos Memoires de l'année 1710, page 107, rapporté par Monsieur Lemery le Pere, & qui a été faite dans une de nos Assemblées, où la limaille de fer simplement boüillie sur un petit feu dans un mélange de parties à peu prés égales d'esprit de vitriol & d'eau commune, exhale une vapeur qui

qui brûle comme l'esprit de vin quand on l'approche d'une bougie allumée. L'esprit de vitriol n'exhale certainement pas une vapeur inflammable ; c'est donc le fer qui la produit, comme dans nôtre operation il a produit un esprit ardent & une vraye huile qui nage sur l'eau, & non pas le vinaigre distillé.

Cette extraction de la partie huileuse du fer & de l'étain, quoique ingenieuse & bonne, m'a paru neanmoins incommode à pratiquer tant à cause de la rareté des grands verres ardents, qu'à cause du petit nombre de jours que l'on a dans une année, où on le peut exposer au Soleil, ou le mettre utilement en œuvre ; & comme dans les essais que j'ai faits au verre ardent sur la plûpart des matieres minerales connuës, j'ai vû que le Zink y produit pour le moins une aussi grande quantité de fumées blanches que nôtre mélange de fer & de l'étain, & que ces fumées s'y condensent de même en une matiere cottoneuse, j'ai crû qu'il pourroit bien produire les mêmes effets dans le feu de charbons ; je l'y ai mis, & le cotton s'y est fait plus aisément encore, & en plus grande quantité que dans l'operation précedente de nôtre mélange, j'ai employé ce cotton de la même maniere que celui qui avoit été produit par le fer & l'étain, pour en tirer l'huile & l'esprit inflammable, tant par le moyen du vinaigre distillé & des autres acides des plantes, que par le moyen de l'esprit de vitriol, qui ont également bien réüssi. De sorte que l'on doit être aussi convaincu du passage des matieres huileuses des métaux dans la substance des vegetaux, que du passage des huiles vegetales dans la substance des métaux, c'est à dire, qu'il doit être suffisamment prouvé, que les matieres sulphureuses changent indifferemment d'état, & qu'elles passent d'une espece de souffre en une autre espece, selon que les circonstances en fournissent les occasions.

L'operation que nous venons de voir sur le zink, qui nous a produit avec autant & plus de facilité les mêmes effets que le fer & l'étain que nous avions mêlé au verre

ardent, m'a fait penser que le zink pourroit bien être un mélange naturel de ces deux métaux, dont la combinaison étant plus intimement faite par la nature que la nôtre ne peut l'être par l'art, & dans des proportions plus convenables pour la production de la matiere cottoneuse, nous en avons tiré plus aisément & en plus grande quantité que de nôtre mélange artificiel.

Les autres raisons qui m'ont confirmé dans cette opinion sont, premierement que le zink se tire d'une matiere minerale, qui est une vraïe terre ferrugineuse, de couleur de roüille de fer, qui donne les mêmes marques que le fer dans les infusions des noix de galles, & qui contient des parties qui sont attirées par la pierre d'aimant. En second lieu, que le zink donne un certain cris quand on le plie, comme fait l'étain, ce qu'on n'observe en aucun autre métal, on le peut substituer aussi à la place de l'étain dans l'operation commune de l'*aurum musicum*, qui n'est autre chose que l'étain sublimé par le moyen du mercure, & coloré en couleur d'or par le simple degré de feu qui convient à cette operation, pendant que nul autre métal ne s'y sublime de même. Il paroît donc que les premieres raisons que nous venons d'alleguer, authorisent assez l'opinion que le zink participe du fer, & par les deux dernieres il paroît qu'il contient aussi de l'étain, & qu'ainsi la matiere cottoneuse qu'il rend de même que nôtre mélange artificiel du fer & de l'étain, marque avec beaucoup de vraisemblance, qu'il est un mélange naturel de ces deux métaux.



OBSERVATIONS SUR LE BEZOARD,

& sur les autres matieres qui en approchent.

PAR M. GEOFFROY le Jeune.

17. May. 1710.

PArmi les Drogues dont on se sert en Medecine, il y en a beaucoup d'un usage trés commun, & dont on ne sçait point encore bien l'origine. Elles passent quelquefois par tant de mains avant que de venir jusques à nous, qu'il est difficile d'être parfaitement instruit de leur nature, ou de leur composition.

Les Marchands qui en font le commerce n'en connoissent souvent que le nom, & ne se mettent en peine que du débit. Les Voyageurs ne sont pas toûjours au fait de ces connoissances; de sorte qu'ils se laissent souvent tromper par de faux recits, ou qu'ils ne vont pas eux-mêmes à la source. Ainsi sur ces sortes de matieres un bon examen vaut quelquefois mieux que bien des relations. Ce n'est pas qu'il ne faille les consulter, mais il ne faut pas toûjours les croire. Voilà ce qui m'a porté à examiner soigneusement les matieres qui portent le nom de Bezoard, nom que l'on donne ordinairement à certaines pierres qui se trouvent dans le corps de quelques animaux. Les uns prétendent que ce nom dérive du mot Persan *Pazar* ou *Pazan*, qui veut dire *Bouc:* & il vient selon quelques autres du mot Hebreu ou Caldéen, *Beluzaar*, qui signifie *Contrevenin*.

Les premieres Pierres connuës sous le nom de Bezoard, ont été apportées d'Orient. Depuis la découverte de l'Amerique il en est venu qui étant à peu prés semblables aux premieres pour la structure & pour les vertus, ont aussi porté le même nom, avec cette difference qu'on

appelle Bezoard Oriental celuy qui nous vient du Levant, & Bezoard Occidental celui qu'on nous envoye d'Amerique. Il y a encore d'autres substances pierreuses tirées des animaux & disposées par couche qui ont été nommées Bezoard, en leur conservant le nom de l'animal dont on les tiroit. Tels sont les pierres que l'on nomme Bezoard de Singe, & Bezoard de Cayman. Quelques-uns prenant le mot de Bezoard dans la signification de Contrevenin l'ont appliqué indifferemment à toutes les matieres qui pouvoient avoir cette vertu; c'est de-là que ce nom a été donné à des compositions de Chimie, qui sont le Bezoard mineral & le Bezoard jovial. D'autres ont nommé Bezoard animal la poudre de cœur & de foye de viperes. On a aussi donné le nom de Bezoard, ou de Bezoardique, à certaines poudres ou pierres artificielles dans lesquelles on fait entrer du Bezoard. Telles sont les differentes poudres Bezoardiques, la poudre de la Comtesse du Kant, les Pierres formées de cette poudre, & la Pierre de Goa.

Sur ce que l'on a observé que le Bezoard étoit disposé par couches, on en a donné le nom à une espece de pierre figurée, de la même maniere que l'on trouve en Amerique en differens endroits de la terre, & à qui on attribuë aussi les mêmes vertus. Il se trouve de ces Bezoards en Italie, en Sicile, & même en France en differens endroits, & sur tout en Languedoc.

Voilà en general les differentes matieres que nous connoissons sous le nom de Bezoard. Mais à proprement parler, le Bezoard est une substance pierreuse tirée de quelque animal, composée de plusieurs couches ou envelopes comme les oignons, & qui a quelque vertu pour résister au venin. Les deux principales especes sont, comme nous avons dit, l'Oriental & l'Occidental. Nous ne démêlons pas bien qui sont les animaux qui les produisent, parce que l'on peut avoir dit de tous les deux ce qui ne convient qu'à un seul. Nous sçavons en general, que cette pierre se trouve dans l'estomach d'une es-

pece de Chévre ſauvage qui broute des plantes aromatiques. S'il en faut croire Tavernier, il s'en trouve pluſieurs dans le même animal, ce qu'on peut connoître au toucher. Ces pierres ſont de figure & de groſſeur differentes. Il y en a qui ont la forme d'un rein ou d'une faſeole; d'autres ſont rondes ou oblongues ou de figure irreguliere. Chaque pierre eſt compoſée de pluſieurs lames, & formée d'une matiere verdâtre ou olivâtre tachetée de blanc dans leur épaiſſeur. Ces lames ſont attachées les unes aux autres, enſorte qu'en les rompant on obſerve diverſes couches de matieres de differente épaiſſeur & quelquefois de differente couleur. Il ſe trouve même en caſſant ces pierres, des lames qui s'éclattent & ſe ſéparent fort uniment les unes des autres. La même choſe arrive lorſqu'on les chauffe un peu vivement. Ce qui occupe le milieu ou le centre de cette pierre, eſt pour l'ordinaire une maſſe dure, graveleuſe & aſſez unie. Les couches Bezoardiques qui couvrent cette maſſe, s'écraſent ſous la dent aſſez facilement, & s'y attachent comme une matiere legerement glutineuſe qui teint un peu la ſalive.

J'en ai brûlé, elles s'enflamment aiſément & paroiſſent contenir du ſel volatil & de l'huile. La matiere reſtante reſſemble au *Caput mortuum* qui reſte dans la Cornuë aprés la diſtillation des matieres animales. Ces Pierres ſont fort polies exterieurement, mais quelquefois un peu rudes & en façon de chagrin dans certains contours. Elles ſont aſſez tendres & teignent en couleur jaune, verdâtre ou olivâtre le papier frotté de craye, de ceruſe ou de chaux, quand on les paſſe deſſus un peu rudement, parce qu'elles s'uſent & laiſſent de leurs parties ſur la craye, la ceruſe ou la chaux. J'ai fait tremper à froid deux de ces pierres, l'une dans l'eau & l'autre dans l'eſprit de vin pendant 12 heures ſans qu'elles ayent paru alterées. J'ai laiſſé dans l'eau pendant quelques jours la même pierre, il ne s'en eſt détaché que trés peu de choſe, ce qui n'a fait que troubler l'eau legerement; cependant l'eau & l'eſprit de vin les avoient penetré toutes deux.

Dans le grand nombre de Pierres de Bezoard que j'ai ouvertes, j'ai trouvé qu'il y en avoit beaucoup comme le rapportent quelques Auteurs qui avoient dans leur milieu des pailles, du poil, des marcaſſites, des cailloux, des matieres graveleuſes unies enſemble & auſſi dures que la pierre. J'y ai auſſi trouvé du talque, du bois, des noyaux preſque ſemblables à ceux des ceriſes, des noyaux de myrabolans, des quartiers de quelques autres noyaux; & enfin des eſpeces de noyaux de caſſe & des faſeoles renfermées dans une tunique ou membrane exterieure durcie par la matiere qui a formé le Bezoard, & dont la membrane propre ſe trouve retirée & ſéchée aprés avoir été gonflée. Dans d'autres pierres la premiere envelope de la faſeole étant conſumée, les pierres en leur entier ſonnoient comme des pierres d'aigle. J'ai eſſaïé de piquer ces pierres avec une aiguille rougie au feu pour voir ſi elles étoient contrefaites, cette aiguille n'y a pû entrer & a ſeulement bruni l'endroit où elle a été appliquée, ce que les Auteurs propoſent comme une des principales marques à quoi l'on peut connoître le bon Bezoard, croïant au contraire qu'on doit rejetter ceux où l'on trouve de ces faſeoles qu'ils regardent comme une preuve qu'ils ont été falſifiez par les gens du païs.

Ils veulent donc qu'on choiſiſſe le Bezoard en pierres de moyenne groſſeur d'une couleur brune jauniſſant la chaux vive, verdiſſant la craye, ne ſe diſſolvant point dans l'eau; & lorſqu'on le perce d'un fer rouge qu'il ne s'éleve point de bulles autour qui faſſent connoître qu'il eſt mêlé de quelques réſines. Il faut encore que les lames en ſoient fines, diſpoſées par couches, & que ces pierres ayent été tirées des animaux qui vivent ſur les montagnes tels que ſont ceux de Perſe. Aprés tout il me paroît aſſez difficile de contrefaire le Bezoard, & pour peu qu'on en ait employé, on s'appercevra à la ſimple vûë de la fourberie s'il y en a, auſſi bien qu'aux marques que je viens de rapporter. Car s'il étoit contrefait avec du plâtre, ou avec quelque matiere ſemblable, il ne changeroit

ni au feu ni à l'eau ; il pourroit colorer la chaux de la teinture qu'on luy auroit donnée, en un mot soûtenir toutes les épreuves quoiqu'il fût contrefait.

Il n'est pas à croire non plus qu'on eût été chercher pour le contrefaire toutes ces differentes matieres, qui servent comme de bâse aux couches dont il est composé, puisque sans tant de façon on n'auroit qu'à le commencer sur une petite boule de la même pâte qui n'est apparemment pas assez rare pour l'épargner.

Je crois que les matieres renfermées dans le Bezoard servent précisément à nous indiquer la maniere dont il se produit, comme l'observe Tavernier, qui dit que ces pierres se forment autour des petits boutons, ou autour des sommitez des petites branches d'une plante. Ces boutons de Tavernier peuvent être les faseoles dont parle Monard, & que j'ai observez. Ces corps solides & indigestes restez dans l'estomach de l'animal, peuvent en irriter les glandes, dont la lymphe épaissie avec le levain de l'estomach encore chargé du suc des plantes aromatiques qu'il vient de brouter, aura pû former ces couches polies, unies & exactement liées que l'art auroit bien de la peine à imiter. Je vois même que quelque corps que ce soit qui fasse le centre de cette pierre, les couches en sont fines & si bien contournées, qu'exterieurement la pierre a la figure de la matiere qui est renfermée au dedans.

Si par exemple il s'y rencontre une paille, la pierre sera longue ; si c'est un caillou, elle en gardera la figure ; si c'est une faseole, on y remarquera exterieurement la radicule & une raye qui sépare fort distinctement les deux lobes de la faseole ; enfin on peut connoître à la forme & à la pesanteur ce qu'elles peuvent contenir. Ainsi comme dans le choix d'une matiere aussi précieuse que le Bezoard, on n'a pas la liberté de tout ouvrir, aprés s'être assuré d'un certain nombre des plus douteuses sur lesquelles on aura essayé les experiences précedentes, il faudra s'en rapporter à la vûë & au toucher. A la vûë, on examine

d'abord la couleur qui ne doit être ni trop pâle ni trop foncée; en ſecond lieu, la fineſſe du grain, le poli & un tiſſu ſerré, en ſorte que les lames ne ſe levent point trop aiſément les unes de deſſus les autres. Il faut encore obſerver qu'elles ayent une figure reguliere comme celle d'un rein, d'un œuf d'oiſeau ou quelque autre approchante. Le toucher peut auſſi faire juger de la matiere qui eſt renfermée interieurement dans le Bezoard, ce que ſa peſanteur ou ſa legereté nous détermineront fort bien. Si par exemple la pierre eſt peſante, la baſe en ſera un caillou, ou quelque autre ſorte de matiere qui en occupera la plus grande partie: ſi au contraire la pierre eſt legere, elle ſera creuſe interieurement, ou ne renfermera que quelque matiere legere comme du poil, ou de ces ſubſtances vegetales dont j'ai parlé. Les pierres qui donneront quelque ſon, marqueront un fruit qui s'étant desſéché occupe moins de volume, quelquefois même il s'eſt pourri ou briſé en une pouſſiere que quelques Auteurs eſtiment fort.

J'ai encore obſervé, que lorſque les Bezoards ſont formez en maniere de reins, accompagnez de legeretez, & qu'ils ſonnent, c'eſt ordinairement une faſeole qui en occupe le milieu. Il s'en eſt trouvé d'autres qui étoient legers, de figure ronde; un peu applatis. Ces pierres contenoient un fruit rond & plat, à peu prés de la figure d'un noyau de caffe. Au reſte quand même ces pierres renfermeroient un noyau ligneux, comme il s'en eſt trouvé, ou même des morceaux de bois, la legereté doit toûjours les faire preferer à ceux qui renferment des cailloux, & qui ſeront beaucoup plus peſans, pourvû cependant que les matieres Bezoardiques ſoûtiennent les autres épreuves.

Pour l'uſage ordinaire qu'on en fait en Medecine, toute la préparation que l'on donne au Bezoard, c'eſt de le réduire en poudre fine, ſoit que ce ſoit pour le prendre en ſubſtance, ou pour le faire entrer dans quelques compoſitions, obſervant ſeulement de ne pulveriſer que ce qu'il

y a de Bezoardique & de séparer toutes les matieres étrangeres qui se pourront trouver dans le cœur du Bezoard, sur tout lorsqu'il s'y rencontre des cailloux ou d'autres substances qui n'ont aucune vertu du Bezoard.

Les sentimens me paroissent fort partagez sur l'animal qui porte le Bezoard oriental, & sur celui qui porte le Bezoard occidental. Il paroît que l'oriental qui nous est apporté d'Egypte, de la Perse, des Indes & de la Chine, est produit par une espece de Bouc que les Persans nomment *Pazan*, ou par une Chévre sauvage plus grande que l'ordinaire, agile comme le Cerf, & qui a des cornes renversées sur le dos, d'où Clusius la nomme *Capricerva*.

Celuy qui est apporté d'Amerique est produit par une espece de Chévre qui n'est point ou qui n'est que trés-peu differente de l'autre à l'exception des Cornes.

Les differens sentimens des Auteurs sur le nom & sur la figure de cet animal me font croire, qu'il peut y avoir plusieurs especes d'animaux, dans lesquels on trouve de ces pierres, & que chacun aura décrit celui qu'il aura vû. Cette même raison peut servir à prouver la cause des differentes couleurs du Bezoard.

Le Bezoard occidental est facile à distinguer à sa couleur plus pâle. Il est quelquefois gris-blanc, engendré sur des matieres étrangeres comme le Bezoard oriental. Les lames en sont quelquefois plus épaisses & striées dans leur épaisseur.

Les Bezoards fossiles sont des especes de Pierres formées par couches ayant la figure du Bezoard animal. Ils ont ordinairement une couleur grise blanchâtre, les couches en sont assez minces, ils n'ont point d'odeur & s'employent dans les mêmes maladies où on employe les autres Bezoards. L'Amerique, comme je l'ai déja dit, nous fournit beaucoup de ces Bezoards, aussi-bien que l'Italie & plusieurs endroits de France.

Ceux qui ont traité du Bezoard, comme entre autres Gaspard Bohin, ont compris sous ce nom bien des matieres qui n'y ont nul rapport, ce qui ne peut apporter

que de la confusion dans l'histoire naturelle. Si l'on vouloit donc ranger dans un ordre convenable tout ce qui peut participer au nom de Bezoard, je crois qu'il seroit à propos d'en faire cinq classes.

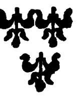
La premiere contiendroit les veritables Bezoards qui sont l'oriental & l'occidental.

On mettroit dans la seconde toutes les pierres tirées des animaux qui approchent du Bezoard par leur structure & par leur vertu comme sont le Bezoard de Singe, celui de Cayman, & même les differentes sortes de Perles & les yeux d'écrevisses.

Dans la 3ᵉ, les differentes sortes de Bezoards fossiles.

Dans la 4ᵉ classe les matieres figurées comme le Bezoard sans en avoir les vertus ; sçavoir la Pierre humaine, tirée de la vessie, celle des reins, celle de la vessicule du fiel, avec celles qui se trouvent dans la vessicule du fiel des bœufs & des autres animaux.

Dans la 5ᵉ & derniere les Egagropiles qui sont des especes de boules de differentes figures assez legeres formées par un amas de poils & de fibres des plantes que les animaux n'ont pû digerer. Ces fibres & ces poils s'ourdissent de maniere qu'ils ne forment plus qu'un corps qui ressemble à une boule de feutre. Il s'en trouve qui sont recouvertes d'un croute Bezoardique fort mince. Elles naissent ordinairement dans le premier ventricule de tous les animaux qui ruminent, ou dans l'estomach de ceux qui ne ruminent point. Tels sont la Pierre de porc-épy sauvage & les autres boules de poil trouvées dans les chévres, dans les bœufs, les vaches, & dans d'autres animaux.



DES MOUVEMENS

Primitivement variés dans des milieux résistans en raison des sommes faites des vitesses effectives de ces mouvemens, & des quarrés de ces mêmes vitesses.

PAR M. VARIGNON.

1710. 4. Juin.

DAns les Mem. de 1707. 1708. & 1709. aprés avoir appellé *primitifs* les mouvemens tels qu'ils se feroient dans le vuide ou dans un espace sans résistance ni action, j'ai examiné ce qui arriveroit aux mouvemens primitivement uniformes & aux primitivement variés, tant dans des milieux qui leur résisteroient en raison de leurs vitesses effectives, que dans ceux qui leur résisteroient en raison des quarrés de ces mêmes vitesses. J'ai aussi fait voir dans le Prob. 4. pag. 417. des Mem. de 1707. ce qui arriveroit aux mouvemens primitivement uniformes dans des milieux qui leur résisteroient en raison des sommes faites de ces vitesses & de leurs quarrés: hypothese la plus vray-semblable des trois, employée par M. Newton dans ses Principes Math. Liv. 2. sect. 3. Voici presentement ce qui arriveroit aux mouvemens primitivement variés dans cette même hypothese: je commence par des primitivement accelerés en raison des tems écoulés, ainsi qu'on le pense d'ordinaire des chutes avec Galilée; & pour abreger sans renvoyer aux Lem. 1. 2. & à la Remarque 1. des pag. 194. 196. 209. des Mem. de 1709. dont ceci dépend, en voici le sommaire dans le Lemme suivant.

LEMME.

FIG. I. II. III.

I. Dans les fig. 1. 2. 3. des quatre Courbes *ARC, HVG, KEC, FVG*, dans lesquelles figures tous les angles rectilignes sont droits, & où $TV = RV = TK - TR$, on pren-

dra encore ici $AT = t$, pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement; $TV = v$, pour les viteſſes primitives du mobile, telles qu'il les auroit euës à la fin de ces tems dans un milieu ſans réſiſtance ni action; $TR = r$, pour tout ce que le milieu ſuppoſé leur fait de réſiſtance pendant ces tems; dr, pour ce qu'il leur en fait à chaque inſtant dt; $TU = u$, pour les viteſſes actuelles, ou reſtantes de ces primitives à la fin de ces tems malgré ces réſiſtances; $TE = z$, proportionelles aux réſiſtances inſtantanées dr; $AF = b$ conſtante, pour la viteſſe initiale quelconque (comme de projection) par où commence le mouvement dans les fig. 2. 3. Et a, pour une autre grandeur auſſi conſtante quelconque. Cela ſuppoſé,

II. Le Lem. 1. pag. 194. 195. des Mem. de 1709. donne $\frac{dr}{m} = \frac{dv}{a} = \frac{dv-du}{a}$ pour Regle generale des réſiſtances des milieux.

III. Le Lem. 2. pag. 196. des mêmes Mem. de 1709. donne les aires $ATUH = ARVF = \int udt$ proportionelles aux eſpaces ou longueurs parcouruës en vertu des viteſſes reſtantes TU (u) pendant les tems AT (t) malgré les réſiſtances ſuppoſées, & les $ATVE = \int vdt$ proportionelles aux eſpaces parcourus pendant ces mêmes tems en vertu des viteſſes primitives TV (v).

IV. Suivant la Remarq. 1. pag. 209. des Mem. de 1709. ou pag. 126. des Mem. de 1708. la peſanteur conſtante du mobile, ce que le milieu lui fait de réſiſtance à chaque inſtant de ſa chute, & l'excés ou la difference de force, dont cette peſanteur ſurpaſſe cette réſiſtance inſtantanée, ſont entr'eux comme les grandeurs dv, dr, du, qui leur répondent.

PROBLEME.

Fig. IV. *Trouver les Courbes* ARC *des réſiſtances totales ou des viteſſes perduës,* HUC *des viteſſes reſtantes, &c. dans l'hypotheſe 1°, des réſiſtances inſtantanées en raiſon des ſommes faites des viteſſes reſtantes ou actuelles du mobile, & des quarrés*

de ces mêmes vitesses; 2°, des vitesses accelerées primitives en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement; ainsi que dans l'hypothèse de Galilée touchant les chutes rectilignes des corps qui en vertu de leur seule pesanteur constante tomberoient dans un milieu sans résistance ni action, tel qu'on suppose d'ordinaire le vuide.

SOLUTION.

Suivant le Lem. art. 1. la premiere de ces deux hypothêses-ci, qui est $z = u + \frac{uu}{a} = \frac{au+uu}{a}$, donnera $TE = z = \frac{au+uu}{a} = \frac{AB \times TV + TV \times TV}{AB} = \frac{AB \times RV + RV \times RV}{AB} = \frac{AB \times \overline{TV-TR} + \overline{TV-TR}^2}{AB} = \frac{a \times \overline{v-r} + \overline{v-r}^2}{a}$ en supposant $AB = a$ constante; & la 2e donnera $v = TV = AT = t$ en y prenant $TV = AT$; d'où résulte $t - r = v - r = u$, & $dv = dt$. Donc en substituant ces valeurs de z, v, dv, dans les 2. formules generales $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z}$, $\frac{dt}{a} = \frac{dv-du}{z}$ de l'art. 2. du Lemme, la premiere de ces deux équations se changera ici en $\frac{dt}{aa} = \frac{dr}{a \times \overline{t-r} + \overline{t-r}^2} = \frac{dr}{at - ar + tt - 2tr + rr}$ pour la Courbe ARC des résistances totales; & la seconde en $\frac{dt}{aa} = \frac{dt-du}{au+uu}$ pour la Courbe HUC des vitesses restantes. Quant à FVC son équation supposée $t = v$, la fait dégenerer ici en une ligne droite inclinée en A de 45. deg. sur AT.

Pour construire les deux Courbes HUC, ARC, il faut considerer que la derniere équation $\frac{dt}{aa} = \frac{dt-du}{au+uu}$ de la Courbe HUC, donnant $audt + uudt = aadt - aadu$, ou $aadu = aadt - audt - uudt$, donne aussi $dt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$ pour l'équation de cette Courbe.

Soit presentement $\frac{5a^3y}{\overline{a+y}^2} = aa - au - uu$: l'on aura $uu + au + \frac{1}{4}aa = \frac{5}{4}aa - \frac{5a^3y}{\overline{a+y}^2} = \frac{5}{4}aa - \frac{5}{4} \times \frac{4a^3y}{\overline{a+y}^2} = \frac{5}{4} \times \frac{a^4 + 2a^3y + aayy - 4a^3y}{\overline{a+y}^2} = \frac{5}{4} \times \frac{a^4 - 2a^3y + aayy}{\overline{a+y}^2}$, dont la racine quarrée est $u + \frac{1}{2}a = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa-ay}{a+y}$; ce qui donne $u = \frac{\sqrt{5}}{2} \times$

$\frac{aa-ay}{a+y} - \frac{1}{2}a$, & $du = \frac{-\overline{a+y}\times aady - \overline{aa-ay}\times dy}{\overline{a+y}^2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{-2aady}{\overline{a+y}^2} \times \frac{\sqrt{5}}{2}$ $= -\frac{aady}{\overline{a+y}^2} \times \sqrt{5}$. Donc $\frac{aadu}{aa-au-uu}$ $(dt) = -\frac{a^4 dy \times \sqrt{5}}{5a^3 y} = -\frac{a}{\sqrt{5}} \times \frac{dy}{y}$, c'est à dire, $dt = -\frac{a}{\sqrt{5}} \times \frac{dy}{y}$, qui est une équation à une logarithmique *LGC* d'une soûtangente $= \frac{a}{\sqrt{5}}$ sur l'asymptote *AT* dont elle doit s'approcher à l'infini du côté de *C*, l'équation précedente $u = \frac{aa-ay}{a+y} \times \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$ faisant voir que les ordonnées y (*GT*) de cette logarithmique doivent diminuer à mesure que celles u (*TU*) de la Courbe *HUC* croissent. Cette équation donnant $\overline{a+2u} \times \overline{a+y}$ $= aa\sqrt{5} - ay\sqrt{5}$, ou $ay + 2uy + ay\sqrt{5} = aa\sqrt{5} - aa - 2au$, d'où résulte $y = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{a\sqrt{5} + a + 2u}$, fait voir aussi que u (*TU*) $= 0$ en *A*, doit faire passer la Courbe *HUC* par ce point-là, & y rendre $y = \frac{aa\sqrt{5} - aa}{a\sqrt{5} + a} = a \times \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$: c'est à dire qu'en *A* l'ordonnée *AL* (y) de la logarithmique *LGC*, doit être $= a \times \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} = a \times \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ sur *AB* perpendiculaire à son asymptote *ATC*.

Il suit encore de la précedente équation $u = \frac{aa-ay}{a+y} \times \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$, que si l'on prend par tout *TU* (u) $= \frac{aa-ay}{a+y} \times \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a = \frac{AB-GT}{AB+GT} \times \frac{AB\sqrt{5}}{2} - \frac{AB}{2}$, en prenant $AB = a$; la ligne qui passera par tous les points *U* ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée *HUC* des vitesses restantes, exprimée par l'équation $dt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

Cette Courbe *HUC* ou *AVC* étant ainsi construite, il n'y a plus qu'à prendre par tout $UR = TV = AT$; & la ligne *ARC*, qui passera par tous les points *R* ainsi trouvés, sera (*Lem. art.* 1.) la Courbe des résistances totales ou des vitesses perduës, exprimée par l'équation $dt = \frac{aadr}{at-ar+tt-2tr+rr}$. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Puiſque ſuivant l'équation $u = \frac{aa-ay}{a+y} \times \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$ trouvée dans la Solution précedente, les ordonnées u (TU), y (TG), des Courbes AUC, LGC, croiſſent alternativement, il eſt manifeſte que TU (u) n'eſt jamais plus grande que lorſque TG $(y) = 0$. Or en ce cas l'équation précedente donne u $(TU) = \frac{a\sqrt{5}-a}{2} = a \times \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Donc pour lors $TU = AB \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} \left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$. Par conſéquent ſi l'on prend $AD = AB \times \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ſur AB, c'eſt à dire, moindre que AB (a), & plus grande que $AL \left(a \times \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$, la droite DC paralelle à AT, ſera une aſymptote de la Courbe AUC des viteſſes reſtantes (u). D'où l'on voit que ces viteſſes effectives augmentent ici à l'infini ſans jamais devenir plus grandes que la finie $AD \left(AB \times \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$, laquelle par conſéquent en exprimera la plus grande de toutes, appellée *viteſſe terminale*, en ce qu'elle n'arrive qu'aprés un tems infini, & qu'alors elle eſt ainſi le terme de toutes les autres.

COROLLAIRE II.

Il ſuit auſſi de l'équation $dt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$ de la Courbe HUC, que le commencement A du tems AT (t) réduit à $dt = \frac{aadu}{aa} = du$, en y rendant TU $(u) = 0$, ainſi qu'on l'a vû dans la Solution : il ſuit, dis-je, non-ſeulement que cette Courbe des viteſſes reſtantes (u) paſſera par A ; mais encore qu'elle y fera un angle de 45. deg. avec ſon axe ATC.

COROLLAIRE III.

On voit de même que ce point A rendant pareillement AT $(t) = 0 = TR$ (r), & conſéquemment $t-r=0$: non ſeulement la Courbe ARC des réſiſtances totales (r) paſſera par A ; mais encore ſon équation

$dt = \frac{aadr}{at - ar + tt - 2tr + rr}$ trouvée dans la Solution, ſe réduiſant à $dt = \frac{aadr}{0}$ en ce point A, cette Courbe ſera touchée en ce même point A par la droite ATC.

COROLLAIRE IV.

Quant aux eſpaces parcourus pendant le tems AT (t), on voit (*Lem. art.* 3.) qu'ils doivent être ici entr'eux comme les aires correſpondantes $\int udt$ (ATU). Mais la ſolution précedente donnant $u = \frac{a-y}{a+y} \times \frac{a\sqrt{s}}{2} - \frac{1}{2}a$, & $dt = -\frac{a}{\sqrt{s}} \times \frac{dy}{y}$, l'on aura ici $udt = \frac{-ady+ydy}{ay+yy} \times \frac{aa}{2} + \frac{dy}{y} \times \frac{aa}{2\sqrt{s}}$ (à cauſe de $\frac{-ady+ydy}{ay+yy} = -\frac{dy}{y} + \frac{2dy}{a+y}$) $= aa \times \frac{dy}{a+y} + \frac{aa - aa\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} \times \frac{dy}{y}$, dont l'intégrale eſt $\int udt$ (ATU) $= aa \times l\overline{a+y} + \frac{aa - aa\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} \times ly + q = aa \times l\overline{AB+GT} + \frac{aa - aa\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} \times lGT + q$. Mais le cas de $ATU = 0$, qui (rendant auſſi $TU = 0$) rend $GT = AL$, réduit cette intégrale à $0 = aa \times l\overline{AB+AL} + \frac{aa - aa\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} \times lAL + q$, d'où réſulte $q = -aa \times l\overline{AB+AL} + \frac{aa\sqrt{s} - aa}{2\sqrt{s}} \times lAL$. Donc cette intégrale complette eſt $ATU = aa \times l\overline{AB+GT} + \frac{aa - aa\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} \times lGT - aa \times l\overline{AB+AL} + \frac{aa\sqrt{s} - aa}{2\sqrt{s}} \times lAL$.

Or ſi aprés avoir pris $B\lambda = AL$ ſur AB prolongée vers λ, ou prend par tout de ce côté-là $B\Upsilon = GT$ depuis l'origine B; qu'enſuite on faſſe λM, ΥP, BS, paralelle à TA, & que des points M, P, S, où elles rencontrent la logarithmique CGL prolongée auſſi du côté de M, ou lui faſſe les ordonnées MN, PQ, SZ, perpendiculaires en N, Q, Z, ſur TA prolongée de ce côté-là: Si de plus on prend AL pour l'unité, l'on aura $lGT = -AT$, $lAL = 0$, $l\overline{AB+AL} = lA\lambda = lMN = AN$, & $l\overline{AB+GT} = lA\Upsilon = lPQ = AQ$, outre (*Cor.* 1.) $\frac{a\sqrt{s} - a}{2} = AD$. Donc l'intégrale précedente ſera auſſi pour lors $ATU = aa \times AQ + \frac{a}{\sqrt{s}} \times AD$

$\times AD \times AT - aa \times AN = \frac{a}{\sqrt{s}} \times AD \times AT - aa \times NQ =$
$= \frac{AB \times AD \times AT}{\sqrt{s}} - AB \times AB \times NQ$: dans laquelle valeur NQ aura ſon origine en N, qui répond à la plus grande $GT = AL = B\lambda$ lorſque $AT = 0$; & ſon terme Z, qui répond à la plus petite $BT = GT = 0$, lorſque AT eſt infinie.

Donc enfin (*Lem. art.* 3.) les eſpaces parcourus pendant les tems AT (t), ſeront ici entr'eux comme les grandeurs $\frac{AB \times AD \times AT}{\sqrt{s}} - AB \times AB \times NQ$ correſpondantes, ou (à cauſe de AB conſtante) comme les correſpondantes $AD \times AT - AB \times NQ \times \sqrt{s}$.

COROLLAIRE V.

Puiſque (*ſolut.*) les viteſſes reſtantes (u) ſont par tout ici aux primitives (v) qu'auroit eu le mobile en pareil tems AT (t) dans un milieu ſans réſiſtance en vertu de ſa peſanteur (*hyp.*) conſtante :: $TU . TV$. chaque eſpace ici parcouru en vertu de cette peſanteur malgré les réſiſtances ici ſuppoſées, ſera (*Lem. art.* 3.) à ce qu'elle en feroit parcourir au mobile pendant un pareil tems AT dans un milieu ſans réſiſtance :: $ATU . ATV$ (*Corol.* 4.) :: $\frac{AB \times AD \times AT}{\sqrt{s}} - AB \times AB \times NQ . ATV$. Mais les viteſſes TV que la peſanteur du mobile lui donneroit en tombant dans un milieu ſans réſiſtance, étant comme les tems AT qui ſeroient employés à les acquerir ; ſi l'on ſuppoſe $TV = AT$, comme l'on a fait juſqu'ici, l'on aura $ATV = \frac{1}{2} \times AT \times AT$. Donc les eſpaces ici parcourus malgré les réſiſtances ſuppoſées pendant un tems quelconque AT, doivent être par tout à ce que le mobile en auroit parcouru pendant un pareil tems :: $\frac{AB \times AD \times AT}{\sqrt{s}} - AB \times AB \times NQ . \frac{1}{2} \times AT \times AT$. Dans le premier deſquels termes, AT eſt un Logarithme, & conſéquemment un nombre, de même que NQ qui eſt la différence de deux Logarithmes ; au lieu que dans le dernier terme, AT eſt une grandeur géometrique, de même que AD, AB, dans le premier : ce qui fait que ces deux termes ſont homogenes nonobſtant la varieté des dimenſions qui y paroît à l'œil.

COROLLAIRE VI.

Les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* (t) en vertu des viteſſes *TU* (u) reſtantes des accelerées primitives *TV* (v) malgré les réſiſtances ſuppoſées, ſe trouveront encore autrement que dans le Corol. 4. en continuant à l'infini la diviſion de $\frac{aaudu}{aa-au-uu}$ (*ſolut.*) $= udt$. Car cette diviſion donnant $\frac{aaudu}{aa-au-uu}$ (udt) $= udu + \frac{uudu}{a} + \frac{2u^3du}{aa} + \frac{3u^4du}{a^3} + \frac{5u^5du}{a^4} + \frac{8u^6du}{a^5} + \frac{13u^7du}{a^6} + \frac{21u^8du}{a^7} +$ &c. Dont l'intégrale eſt $\int udt$ (*ATU*) $= \frac{uu}{2} + \frac{u^3}{3a} + \frac{2u^4}{4aa} + \frac{3u^5}{5a^3} + \frac{5u^6}{6a^4} + \frac{8u^7}{7a^5} + \frac{13u^8}{8a^6} + \frac{21u^9}{9a^7} +$ &c. Dans laquelle ſuite chacun des coëfficiens ſuperieurs eſt la ſomme des deux immédiatement précedens; les inférieurs ſont les expoſans des puiſſances de u, leſquelles ſont en progreſſion géometrique, auſſi bien que les puiſſances de a, qui les diviſent, & qui ſont par tout moindres qu'elles de deux degrés. Donc (*Lem. art.* 3.) les eſpaces ici parcourus pendant les tems *AT* (t), ſeront auſſi entr'eux comme ces ſuites correſpondantes. De ſorte que *AT* infini devant rendre (*Corol.* 1.) $u = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ finie & poſitive, & conſéquemment la ſuite précedente d'une valeur infinie; l'eſpace ici parcouru pendant ce tems infini, devroit pareillement être infini, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 4.

AUTRE SOLUTION.

I. Soit préſentement $\frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$. L'on aura $uu + au + \frac{1}{4}aa = \frac{5}{4}aa - \frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx} = \frac{5}{4} \times \frac{aaxx - a^4}{xx}$; & (en tirant la racine quarrée de part & d'autre) $u + \frac{1}{2}a = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx-aa}$, ou $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx-aa} - \frac{1}{2}a$; d'où réſulte $du = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{-dx\sqrt{xx-aa} + \frac{xxdx}{\sqrt{xx-aa}}}{xx} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{-xx+aa+xx}{xx\sqrt{xx-aa}}$

$\times dx = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{a^3dx}{xx\sqrt{xx-aa}}$. Donc $\frac{aadu}{aa-au-uu}$ $(dt) = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{a^5dx}{xx\sqrt{xx-aa}}$ $\times \frac{4}{5} \times \frac{xx}{a^4} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$, c'eſt à dire, $dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$; & conſéquemment (en intégrant) $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$.

II. Cette intégrale ſe trouvera par le moyen d'une hyperbole équilatere BAO ſur l'axe DC, dont le centre ſoit D, le demi-axe tranſverſe $BD = a$, & les abſciſſes $DQ = x$; ce qui donnant les ordonnées $QP = \sqrt{xx-aa}$, l'on aura le triangle rectangle $DQP = \frac{x}{2}\sqrt{xx-aa}$, dont la difference (en ſuppoſant les droites DP, Dp, infiniment proches l'une de l'autre) eſt $PDp + QPpq = \frac{dx\sqrt{xx-aa}}{2} + \frac{xxdx}{2\sqrt{xx-aa}} = \frac{2xxdx - aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$. Mais le trapêſe $QPpq = dx \times \sqrt{xx-aa} = \frac{2xxdx - 2aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$. Donc le ſecteur hyperbolique $PDp = \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$. Par conſéquent (en intégrant) $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} = BDP + q$. Mais on vient de trouver (*art.* 1.) $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$. Donc $t\,(AT) = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times BDP + q$.

III. Pour trouver préſentement la valeur conſtante de q, il faut conſiderer que le cas de $AT\,(t) = 0$, rendant auſſi (*hyp.*) $u = 0$, & qu'ayant trouvé cy-deſſus (*art.* 1.) $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx-aa} - \frac{1}{2}a$, ce cas doit pareillement rendre $\frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx-aa} - \frac{1}{2}a = 0$; & par conſéquent $\sqrt{5xx-5aa} = x$; d'où réſulte $4xx = 5aa$, ou $x = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Donc ſi aprés avoir pris $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, on lui fait ML perpendiculaire laquelle rencontre l'hyperbole BPO & la droite DP en A, N, par le premier deſquels points ſoit la droite DA; ce cas de $t = 0$, réduira la valeur de $t\,(AT)$ trouvée dans l'art. 2. à $0 = \frac{4}{a\sqrt{5}} BDA + q$, d'où réſulte $q = -\frac{4}{a\sqrt{5}} \times BDA$. Donc cette intégrale juſte & préciſe ſera $AT\,(t) = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times BDP$

Fig. V.

$-\frac{4}{a\sqrt{5}} \times BDA = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times ADP$ (à cauſe de $BD = a$) $= \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD} = \frac{2 \times ADP}{DM}$. De ſorte que l'arc hyperbolique AB ſera ici inutile, & que le point A ſera l'origine du ſeul arc utile APO: de ſorte auſſi que les tems $AT(t)$ feront ici entr'eux comme les ſecteurs hyperboliques ADP correſpondans depuis l'origine AD vers O, les fractions $\frac{4}{a\sqrt{5}}$, $\frac{4}{BD\sqrt{5}}$, $\frac{2}{DM}$, étant conſtantes.

IV. De plus les valeurs précedentes (*art.* 1. 3.) de $DB = a$, $DQ = x$, $DM(x) = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, & de $TU(u) = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx - aa} - \frac{1}{2}a$, donneront $MA(\sqrt{\overline{DM}^2 - \overline{DB}^2}) = \sqrt{\frac{5aa}{4} - aa} = \sqrt{\frac{aa}{4}} = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \times DB$, & $TU(u) = \frac{DM}{DQ} \times QP - MA$ (à cauſe de $DQ . DM :: QP . MN = \frac{DM \times QP}{DQ}$) $= MN - MA = AN$.

V. Donc (*art.* 3. 4.) ſi aprés avoir fait AC paralelle à DC, on prend par tout ſur elle $AT = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD} = \frac{2 \times ADP}{DM}$, & qu'on acheve le rectangle NT; la ligne HUC, qui paſſera par tous les angles U de ce parallelogramme & d'autres ainſi conſtruits à l'infini, ſera la Courbe cherchée des viteſſes reſtantes, dont l'équation étoit (*ſolut.* 1.) $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$. *Ce qu'il falloit encore premierement trouver.*

VI. La Courbe HUC ainſi conſtruite, il n'y a plus qu'à prendre par tout $UR = TV = TA$, comme dans la Solut. 1. & la ligne ARC, qui paſſera par tous les points R ainſi trouvés, ſera ici (*Lem. art.* 1.) la Courbe des réſiſtances totales ou des viteſſes perduës. *Ce qu'il falloit encore ſecondement trouver.*

COROLLAIRE VII.

Puiſque (*Solut.* 2. *art.* 1.) $du = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{a^3dx}{xx\sqrt{xx - aa}}$, & $dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx - aa}} = \frac{2}{aa\sqrt{5}} \times \frac{a^3dx}{\sqrt{xx - aa}}$, l'on aura ici $du . dt :: \frac{\sqrt{5}}{2xx} . \frac{2}{aa\sqrt{5}} :: \frac{5aa}{4xx} . 1 :: \frac{5a^4}{4xx} . aa$ (*Solut.* 2. *art.* 1.) $:: aa - au - uu . aa$. De

ſorte qu'en *A*, qui rend TU (u) $=$ o, l'on aura $du . dt :: aa . aa$, c'eſt-à-dire $du = dt$. Par conſéquent la courbe *HUC* doit non-ſeulement paſſer par *A*, mais encore y faire un angle de 45. deg. avec ſon axe *AT*, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 2.

COROLLAIRE VIII.

Puiſque (*Solut.* 2. *art.* 3.) $AT = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD}$, le cas de *AT* infinie, doit auſſi rendre le ſecteur hyperbolique *ADP* infini, la fraction $\frac{4}{BD \times \sqrt{5}}$ (*Solut.* 2. *art.* 2.) étant conſtante finie. Mais *ADP* infini, rend DQ (x) pareillement infinie, & réduit ainſi à $o = aa - au - uu$ l'équation $\frac{9a^4}{4xx} = aa - au - uu$ ſuppoſée dans la Solut. 2. art. 1. Donc le cas de *AT* infinie rend auſſi $aa - au - uu = o$, & conſéquemment $uu + au + \frac{1}{4}aa = \frac{5}{4} \times aa$, d'où réſulte $u = -\frac{1}{2}a + \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$. Par conſéquent la plus grande des ordonnées TU (u) de la Courbe *AUC*, doit être de cette valeur. Par conſéquent ſi l'on prend *AL* de cette même valeur, c'eſt à dire $AL = \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$, & qu'on faſſe *LC* paralelle à *AT*, cette paralelle *LC* ſera une aſymptote de la Courbe *AUC* des viteſſes reſtantes TU (u), dont la plus grande ne pourra jamais ſurpaſſer la finie *AL*, mais ſeulement lui être égale aprés un tems infini *AT*, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 1.

Il eſt à remarquer, que puiſque l'on a ici $AL = \frac{a\sqrt{5} - a}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$, & (*Solut.* 2. *art.* 4.) $MA = \frac{1}{2}a$; l'on y aura $ML = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ (*Solut.* 2. *art.* 3.) $= DM$; & qu'ainſi la droite *DLO* ſera pareillement une aſymptote de l'hyperbole équilatere *BAO*. D'où l'on voit auſſi que *AL* ſera la plus grande encore des *AN* ici poſſibles: c'eſt à dire (*Solut.* 2. *art.* 4.) la plus grande encore des viteſſes u (TU) ici poſſibles.

COROLLAIRE IX.

Pour trouver ici les espaces parcourus pendant les tems $AT (t)$, il faut considerer que la Solut. 2. art. 1. venant de donner $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x}\sqrt{xx-aa} - \frac{1}{2}a$, & $dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} = = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{adx}{\sqrt{xx-aa}}$, doit aussi donner $udt = \frac{aadx}{x} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$, dont l'intégrale est $\int udt (ATU) = aa \times lx - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} + q$. Mais (*Solut.* 2. *art.* 2.) $x = DQ$, & $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} = BDP$. Donc $ATU = aa \times lDQ - \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDP + q$. Mais aussi le cas de $ATU = 0$, qui rend $u = 0$, rendant (*Solut.* 2. *art.* 3.) $DQ = DM$, & $BDP = BDA$, réduit cette intégrale à $0 = aa \times lDM - \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDA + q$, d'où résulte $q = -aa \times lDM + \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDA$. Donc cette intégrale précise est $ATU = aa \times lDQ - aa \times lDM - \frac{2}{\sqrt{5}} BDP + \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDA = aa \times l\frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$. Donc enfin (*Lem. art.* 3.) les espaces parcourus pendant les tems $AT (t)$ doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $aa \times l\frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$, ou $a \times l\frac{DQ}{DM} - \frac{2}{a\sqrt{5}} \times ADP$ correspondantes, c'est à dire (*Solut.* 2. *art.* 3.) comme les correspondantes $DB \times l\frac{DQ}{DM} - \frac{ADP}{DM}$.

COROLLAIRE X.

Pour exprimer sans Logarithmes, & par la seule hyperbole OAB continuée (pour moins d'embarras) en BFO de l'autre côté de son axe DC, les espaces ici parcourus, déja exprimés (*Corol.* 4.) en seuls Logarithmes; soient du centre D par les points M, Q, q, les arcs de cercles $M\beta$, $Q\Pi$, $q\pi$, lesquels rencontrent en β, Π, π, son asymptote $D\beta O$, desquels points β, Π, π, soient élevées perpendiculairement à cette asymptote les ordonnées $\beta\delta$, $\pi\mu$, $\pi\nu$, qui rencontrent la demi-hyperbole

BFO en δ, μ, ν. Cela fait, si l'on appelle $\pi\mu$, s; ayant déja (*sol.* 2. *art.* 2. 3.) $DB = a$, $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $DQ = x$, l'on aura non-seulement $D\beta = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, & $D\Pi = x$; mais encore $sx = \frac{1}{2}aa$, ou $2s = \frac{aa}{x}$; & par conséquent $\frac{aadx}{x} = 2sdx = 2 \times \Pi\mu\nu\pi$. Or (*Corol.* 9.) $udt = \frac{aadx}{x} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$. Donc aussi $udt = 2 \times \Pi\mu\nu\pi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$. Par conséquent $\int udt$ (ATU) $= 2 \times \Pi DB\mu - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} + q$ (*la Solut.* 2. *art.* 2.) $= 2 \times \Pi DB\mu - \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDP + q$. Mais le cas de $ATU = 0$, rendant (*Corol.* 9.) $DQ = DM$, & conséquemment $D\Pi = D\beta$, réduit cette intégrale à $0 = 2 \times \beta DB\delta - \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDA + q$, d'où résulte $q = -2 \times \beta DB\delta + \frac{2}{\sqrt{5}} \times DBA$. Donc cette intégrale précise est $ATU = 2 \times \Pi DB\mu - 2 \times \beta DB\delta - \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDP + \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDA = 2 \times \beta\delta\mu\Pi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$. Donc aussi (*Lem. art.* 3.) les espaces parcourus pendant les tems AT (t), doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $2 \times \beta\delta\mu\Pi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$ correspondantes, ou comme les correspondantes $\beta\delta\mu\Pi \times \sqrt{5} - ADP$.

COROLLAIRE XI.

Pour trouver encore une autre expression de ce raport d'espaces ici parcourus pendant les tems AT, soit $y = \frac{xx+aa}{2x}$. l'on aura $2xy = xx + aa$, ou $yy - aa = xx - 2xy + yy$; d'où résulte $x = y + \sqrt{yy-aa}$, & $dx = dy + \frac{ydy}{\sqrt{yy-aa}} = \frac{y+\sqrt{yy-aa}}{\sqrt{yy-aa}} \times dy$. Donc $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{\sqrt{yy-aa}}$, & $\frac{aadx}{x} = \frac{aady}{\sqrt{yy-aa}} = 2 \times \frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}}$, & (en intégrant) $2 \times \int \frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}} = aa \times lx$ (*Corol.* 9.) $= aa \times l\frac{DQ}{DM}$.

Or si aprés avoir pris $DE = y$, l'on fait l'ordonnée EF perpendiculaire à DC, avec la droite DF; on trouvera

$\int \frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}} = BDF + q$, de même que l'on a trouvé $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} = BDP + q$ dans la Solut. 2. art. 2. Donc $aa \times l\frac{DQ}{DM} = 2 \times BDF + q$. Mais le cas de DQ en DM, qui rend $aa \times l\frac{DQ}{DM} = aa \times l\frac{DM}{DM} = aa \times l1 = 0$, réduira cette intégrale à $0 = 2 \times DBK + q$, ou à $q = -2DBK$, en prenant $DZ = \frac{9a}{4\sqrt{5}}$, & en menant l'ordonnée ZK avec la droite DK; puisque ce cas de $DQ = DM$, c'est à dire (*Solut.* 2. *art.* 3.) de $x = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, change $x = y + \sqrt{yy-aa}$ trouvée ci-dessus, en $y = \frac{9a}{4\sqrt{5}}$. Donc $aa \times l\frac{DQ}{DM} = 2 \times BDF - 2 \times BDK = 2 \times KDF$ de l'origine K, sera cette intégrale complette.

Donc aussi $2 \times KDF - \frac{2}{\sqrt{5}} ADP = aa \times l\frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$ (*Corol.* 9.) $= ATU$. Par conséquent (*Lem. art.* 3.) les espaces parcourus pendant les tems AT, lesquels espaces se sont trouvés cy-dessus (*Corol.* 9.) en raison des grandeurs $aa \times l\frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} ADP$ correspondantes, seront pareillement ici entr'eux en raison des correspondantes $2 \times KDF - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$, ou comme les correspondantes $KDF \times \sqrt{5} - ADP$.

COROLLAIRE XII.

Or le cas de x infinie, qui rend aussi $y \left(\frac{xx+aa}{2x}\right)$ infinie, rend pareillement les secteurs ADP; KDF, infinis: de sorte que quand même il rendroit $ADP = 2 \times KDF$, à cause qu'alors $y \left(\frac{xx+aa}{2x}\right) = \frac{x}{2}$, ou $x\,(DQ) = 2y\,(2 \times DE)$, on ne laisseroit pas d'avoir aussi pour lors $KDF \times \sqrt{5} - ADP$ infini; puisque $\sqrt{5} > 2$, rendroit alors la difference de $KDF \times \sqrt{5}$ à $2 \times KDF$, c'est à dire à ADP, infinie; & par conséquent aussi $KDF \times \sqrt{5} - ADP$ pour lors infinie aussi-bien que le tems AT (*Solut.* 2. *art.* 3.) $= \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD} = \frac{2 \times ADP}{DM}$. Donc (*Corol.* 11.) l'espace ici par-

couru pendant un tems *AT* ou *ATC* infini, feroit pareillement infini.

Voilà ce qui réfulteroit du Corol. 10. quand même on fuppoferoit $ADP = 2 \times KDF$ à une diftance DQ (x) infinie; mais on l'en verra réfulter encore à plus forte raifon fi l'on confidere que cette diftance ou celle de DE (y) infinie, rend même $ADP = KDF$. En effet l'hyperbole *PBF* atteignant l'une & l'autre de fes afymptotes *DO*, *DO*, à chacune des diftances DQ (x), DE (y) infinies, quoiqu'alors $y\left(\frac{xx+aa}{2x}\right) = \frac{1}{2}x$ rende *DQ* double de *DE*; il eft manifefte que depuis la premiere ou la moindre de ces diftances infinies, cette hyperbole demeure confonduë par-delà à l'infini du côté de *O* avec ces mêmes afymptotes alors en lignes droites chacune avec elle; & qu'ainfi les fecteurs *ADP*, *KDF*, n'augmentent que jufqu'à la moindre de ces diftances infinies, à laquelle conféquemment ils doivent être égaux entr'eux, & pour toutes les autres diftances infinies, même infiniment prolongées par-delà cette premiere d'entr'elles du côté de *C*. Donc alors $KDF \times \sqrt{5} - ADP$ fera infinie, & conféquemment auffi (*Corol.* 10.) les efpaces ici parcourus pendant les tems $AT\left(\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD}\right.$, ou $\left.\frac{2 \times ADP}{DM}\right)$ alors infinis, ainfi qu'on l'a déja vû dans les Corol. 4. & 6.

COROLLAIRE XIII.

Il réfulte encore une autre expreffion du raport des efpaces ici parcourus pendant les tems *AT*, de ce que (*Corol.* 11.) $KDF = \int \frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}} = \int \frac{aadx}{2x}$, & (*Corol.* 9.) $ADP = \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$. Car les differentielles (toûjours exprimées par la caractariftique d) en étant $dKDF = \frac{aadx}{2x}$, & $dADP = \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$; l'on aura $dKDF \,.\, dADP :: \frac{aadx}{2x} \,.\, \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} :: dx\sqrt{xx-aa} \,.\, xdx :: mdx\sqrt{xx-aa} \,.\, mxdx$. De forte qu'en fuppofant $dKDF = mdx\sqrt{xx-aa}$, quelque nombre que

m doive valoir pour cela, l'on aura aussi $dADP = mxdx$; & (en integrant) $KDF = m \times \int dx\sqrt{xx-aa} = m \times AMQP$, $ADP = \frac{mxx}{2} + q$ (à cause de $GQ = DQ = x$, en prolongeant QP jusqu'à la rencontre de DL en G) $= m \times DQG + q$ (à cause que DQ en DM, réduisant cette derniere integrale à $0 = m \times DML + q$, donne $q = -m \times DML$) $= m \times DQG - m \times DML = m \times LMQG$. Donc $KDF\sqrt{5} - ADP = m \times AMQP \times \sqrt{5} - m \times LMQG$. Or on vient de voir (*Corol.* 11.) que les espaces ici parcourus pendant les tems AT, sont entr'eux comme les grandeurs $KDF \times \sqrt{5} - ADP$ correspondantes. Donc ces mêmes espaces sont aussi entr'eux comme les correspondantes $m \times AMQP \times \sqrt{5} - m \times LMQG$, ou simplement (à cause du nombre m constant) comme les correspondantes $AMQP \times \sqrt{5} - LMQG$.

COROLLAIRE XIV.

Par conséquent le cas de MQ ou de AT infinie en MC ou en ATC, qui rend les aires $AMQP$, $LMQG$, infinies en $OAMC$, $OLMC$, & même alors égales entr'elles, la Remarque suivante faisant voir que leur difference $OLAO$ se trouve alors nulle par raport à elles: ce cas (dis-je) rendant aussi pour lors $AMQP \times \sqrt{5} - LMQG$ infinie en $OAMC \times \sqrt{5} - OLMC$, l'espace ici parcouru pendant un tems infini ATC, devroit (*Corol.* 12.) y être encore infini, comme dans les Corol. 4. 6. & 12.

REMARQUE I.

I. On vient de dire dans le précedent Corol. 14. que le cas de MQ ou de AT infinie en MC ou en ATC, doit rendre la difference $OLAO$ des aires infinies $OLMC$, $OAMC$, nulle par raport à elles, quoique cette difference soit elle-même infinie par raport aux aires finies $LMQG$, $AMQP$. Pour le voir, aprés avoir imaginé la droite MP prolongée jusqu'à l'asymptote DLO en S, il n'y a qu'à considerer que $AMQP > PQM$, & qu'au contraire $LAPG < SMD$: car voyant alors $AMQP$ en plus grande raison à $LAPG$ que PQM à SMD, & que le cas de MQ ou de DQ (x) infinie, qui confondant en-

fin P en S, rend par-là ces deux triangles PQM, SMD, de même hauteur PQ, rend aussi pour lors $PQM . SMD :: QM . MD$. C'est à dire alors PQM infini par raport à SMD; on verra que l'aire $AMQP$, ainsi changée en $OAMC$, doit aussi être infinie par raport à $OLAO$, quoique celle-ci soit elle-même infinie par raport aux finies $AMQP$, $LMQG$; & par conséquent que cette difference $OLAO$ des aires infinies $OLMC$, $OAMC$, doit être nulle par raport à elles, ainsi qu'on le vient de dire dans le Corol. 14.

II. Ce cas de MQ ou de AT infinie en MC ou en ATC, rendant ainsi la grandeur $OAMC \times \sqrt{5} - OLMC$ infinie du premier genre par raport à $OLAO$, & celle-ci pareillement infinie du même genre par raport à la finie $AMPQ \times \sqrt{5} - LMQG$; il est visible que la premiere sera infinie du second genre par raport à celle-ci; & qu'ainsi (*Corol.* 12.) l'espace parcouru dans un tems infini ATC, seroit ici infiniment infini d'un parcouru dans un tems fini quelconque AT.

III. Mais, dira-t-on, est-ce que cet espace passe du fini à l'infini du second genre, sans passer par l'infini du premier genre, vû que AT ne peut être que fini ou infini? Point du tout: cet espace de fini devient infini du premier genre lorsqu'il égale un produit fait d'une grandeur finie par une infinie du premier genre par raport à elle: par exemple, lorsqu'il égale le produit de b finie quelconque par y infinie du premier genre par raport à b; & infini du second genre, lorsqu'il égale le quarré yy de cette y infinie, ou le produit de deux autres lignes quelconques du même premier genre d'infini par raport à b finie; parce que les produits yy, by, bb, de b, y telles qu'on les suppose ici, sont infinis chacun du premier genre par raport à l'immédiatement suivant, auquel il est $:: y . b$. Et conséquemment le premier (yy) de ces trois produits, doit être infini du second genre par raport au troisiéme (bb). Or l'espace ou l'aire dont il s'agit ici, doit passer de bb par by avant que d'être à yy. Donc il doit passer du

fini par l'infini du premier genre, avant que d'arriver à l'infini du ſecond genre.

IV. Mais, peut-être dira-t-on encore, lorſque cet eſpace eſt égal à by infini du premier genre par raport à bb, quelle doit être alors la valeur de l'abſciſſe correſpondante x (DQ)? Elle tient le milieu entre x finie, & x infinie, ſans être ni l'une, ni l'autre. Que ſera-t-elle donc? Elle ſera pour lors auſſi inexprimable que les incommenſurables; par exemple, ſi $xx = by$ infini du premier genre par raport à bb fini, l'on aura $x = \sqrt{by}$ ſans être finie ni infinie: autrement ſon quarré xx ſeroit fini ou infini du ſecond genre, ainſi qu'on le vient de voir dans l'art. 3. Ce qui ſeroit contre l'hypothêſe qu'on fait ici de $xx = by$ infini du premier genre, dans laquelle x eſt moyenne proportionelle entre b finie, & y infinie du premier genre, ſans être elle finie ni infinie, comme $\sqrt{6}$ eſt moyenne proportionnelle entre 2, 3, ſans être nombre pair ni impair: incomprehenſibilités égales de part & d'autre; leſquelles ceſſant dans le quarré de ces moyennes proportionnelles, ne prouvent que la foibleſſe ou la petiteſſe de nôtre eſprit, ſans nuire à la validité de nos démonſtrations, étant évident que ces quarrés (auſſi concevables que ceux de toutes les autres grandeurs) ont de telles moyennes proportionnelles pour racines.

V. La raiſon pour laquelle les quarrés ou les produits de deux grandeurs infinies chacune du premier genre, ſont du ſecond par raport à de pareils quarrés ou produits de deux parties finies de ces grandeurs, vient de ce que ces produits de grandeurs infinies par d'infinies, ſe trouvant infinis dans l'un & l'autre ſens de ces grandeurs, le ſont doublement de ceux qui ne ſont faits que de grandeurs finies. Par la même raiſon les cubes ou les produits faits de trois grandeurs infinies chacune du premier genre, ſeroit du troiſiéme par raport à des cubes ou à des produits faits de trois parties finies de ces grandeurs; & ainſi de tant d'autres dimenſions qu'on voudra à l'infini. De ſorte qu'en general un produit quelconque fait de quelque nombre que ce ſoit de grandeurs infinies du premier genre par ra-

port à autant d'autres finies dont un autre produit seroit fait égal en dimensions, seroit toûjours à cet autre produit, comme un infini d'un genre exprimé par le nombre de ces dimensions, seroit au fini, c'est à dire infini de ce genre par raport à cet autre produit fini; & les produits de genres moyens entre ces deux-là, & qui leur seroient homogenes, comme $x^{m-p} b^{m+p}$, $x^{m-p+q} b^{m+p-q}$, entre x^m, b^m, dont x seroit infinie, & b finie, n'ayant pour racines que des grandeurs moyennes entre les leurs, sçavoir $\sqrt[m]{x^{m-p} b^{m+p}}$, $\sqrt[m]{x^{m-p+q} b^{m+p-q}}$, entre x; b; ces racines moyennes, quoique de differens genres, ne seroient ni finies ni infinies par raport à celles-là, de même que les differens genres d'incommensurables moyens à l'infini entre 2. & 3. ne sont ni nombres pairs ni impairs. C'est ainsi que ces incomprehensibilités peuvent s'accumuler à l'infini de part & d'autre, d'une maniere cependant toûjours assez claire pour en faire voir la necessité, & pour nous conduire sans erreur dans les démonstrations où ces sortes de grandeurs se rencontrent. Les preuves qu'on en a pour les incommensurables, serviront pour les grandeurs moyennes entre les finies & les infinies, ou entre deux infinis de genres quelconques.

VI. Il y a encore cette conformité entre ces moyennes grandeurs & les incommensurables, que de même qu'il y a des incommensurables commensurables entr'eux, de même aussi y a-t-il des grandeurs moyennes entre le fini & les infinis de differens genres, lesquelles, quoique d'aucune de ces especes par raport à ces absolument finies ou infinies, ne laissent pas d'en être entr'elles. Par exemple, soient encore b finie, & x infinie du premier genre par raport à b: l'on aura bb, bx, xx, dont les deux derniers produits seront infinis de suite par raport au fini bb: leurs moyens $b\sqrt{bx}$, $x\sqrt{bx}$, ne seront ni finis ni infinis par raport à eux; cependant le second $x\sqrt{bx}$ sera infini par raport au premier $b\sqrt{bx}$, sçavoir à lui :: x. b. Et ainsi des autres à l'infini.

Voilà une longue digression; mais elle m'a paru necessaire

par raport au précedent Corol. 14. & pour l'éclairciſſement d'autres cas ſemblables.

COROLLAIRE XV.

FIG. VI. Les eſpaces ici parcourus pendant les tems AT, ou (*Solut. 2. art. 3.*) $\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD}$, peuvent encore ſe trouver d'une autre maniere que dans les Corol. 4. 6. 9. 10. 13. cy-deſſus: voici comment. Tout ce qu'on voit de la fig. 5. dans la fig. 6. demeurant le même ici que là, ſoient priſes $AV = DB$, & $AS = \frac{2MA \times AN + \overline{AN}^2}{DB}$, ſur ML prolongée du côté de L. La Solut. 2. art. 2. 4. donnant $DB = a$, $MA = \frac{1}{2}a$, $AN = u$, & conſéquemment $MN = \frac{1}{2}a + u$; l'on aura auſſi $AV = a$, $AS = \frac{au + uu}{a}$; & par conſéquent $VS = \frac{aa - au - uu}{a}$: leſquelles VS diminuant à meſure que les u (TU) augmentent, elles auront leurs élemens $Ss = \frac{adu + 2udu}{a}$. Mais ſi aprés avoir fait VC paralelle à ATC, & pris $AX = \frac{1}{2}DM$ (*Solut. 2. art. 3.*) $= \frac{a\sqrt{5}}{4}$ ſur ATC, ou fait du centre V par X l'hyperbole équilatere XYC entre les aſymptotes orthogonales VC, VM, laquelle ſoit rencontrée en Y, y, par SY, sy, paralelles à ATC; cette hyperbole XYC donnera $VS\left(\frac{aa - au - uu}{a}\right) . VA\,(a) :: AX\left(\frac{a\sqrt{5}}{4}\right) . SY = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aa}{aa - au - uu}$. Donc $SY \times Ss$ $(SYys) = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu + 2audu}{aa - au - uu}$. Or (*Solut. 2. art. 1. 2.*) $\frac{aadu}{aa - au - uu} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx - aa}} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times PDp$; & par conſéquent $PDp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu}{aa - au - uu}$. Donc $SYyS - PDp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{2audu}{aa - au - uu} = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aaudu}{aa - au - uu}$. Or la Solut. 1. donnant $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$, donne auſſi $udt = \frac{aaudu}{aa - au - uu}$, & conſéquemment $\frac{\sqrt{5}}{2} \times udt = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aaudu}{aa - au - uu}$. Donc $\frac{\sqrt{5}}{2} \times udt = SYys - PDp$, & (en intégrant) $\frac{\sqrt{5}}{2} \times \int udt = \int SYys - \int PDp = ASYX - ADP + q$. Mais le cas de $\int udt$ $(ATU) = 0$, qui rend auſſi u $(TU) = 0$, rendant par-là $AS = \frac{au + uu}{a} = 0$,

& $AN(TU)=0$, doit pareillement rendre $ASYX=0$, $ADP=0$; & ainsi réduire l'intégrale précédente à $0=q$. Donc enfin cette intégrale précise est $\frac{\sqrt{5}}{2} \times \int udt = ASYX - ADP$, & conséquemment $\int udt\ (ATU) = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \overline{ASYX - ADP}$. Par conséquent (*Lem. art.* 3.) les espaces ici parcourus pendant les tems AT ou (*Solut.* 2. *art.* 3.) $\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD}$, doivent être entr'eux comme les differences $ASYX - ADP$ des aires hyperboliques $ASYX$, ADP, correspondantes, ainsi que M. Newton l'a aussi trouvé à sa maniere dans ses Princ. Math. Liv. 2. Sect. 3. Prop. 14. pag. 280. & 281.

COROLLAIRE XVI.

La même chose se peut encore trouver en faisant du centre D par A l'hyperbole équilatere ωAC entre les asymptotes orthogonales DC, $D\omega$. Car si de l'origine D sur DC, on prend les abscisses $DR = \frac{\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2}{DM}$ variables, les art. 3. 4. de la Solut. 2. donnant $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $MA = \frac{1}{2}a$, $AN = u$, & conséquemment $MN = \frac{1}{2}a + u$, donneront aussi les $DR = \frac{\frac{5}{4}aa - \frac{1}{4}aa - au - uu}{\frac{1}{2}a\sqrt{5}} = \frac{2aa - 2au - 2uu}{a\sqrt{5}}$, qui dans le cas de $TU\ (u) = 0$, au commencement du mouvement qui rend aussi le tems $AT = 0$, deviennent $D\varphi = \frac{2aa}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$; & qui diminuant à mesure que $u\ (TU)$ augmente, doivent avoir leurs élemens $Rr = \frac{2adu + 4udu}{a\sqrt{5}}$. Donc si l'on fait de plus les ordonnées $\varphi\psi$, RZ, rz, paralleles à MA, & qui rencontrent l'hyperbole équilatere ωAC en ψ, Z, z, dont Zz soit un des élemens; cette hyperbole donnant $\varphi\psi = \frac{DM \times MA}{D\varphi} = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{\sqrt{5}}{2a} = \frac{5}{8}a$, $RZ = \frac{DM \times MA}{DR} = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{a\sqrt{5}}{2aa - 2au - 2uu}$, que le cas de $u=0$, doit changer en $\varphi\psi = \frac{5a}{8}$; l'on aura ici $RZ \times Rr\ (RZzr) = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{2adu + 4udu}{2aa - 2au - 2uu} = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu + 2audu}{aa - au - uu}$. Or (*Solut.* 2. *art.* 1. 2.) $\frac{aadu}{aa - au - uu} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx - aa}} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times PDp$; &

par conséquent $PDp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu}{aa-au-uu}$. Donc $RZzr - PDp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{2audu}{aa-au-uu} = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aaudu}{aa-au-uu}$. Or la Solut. 1. donnant $dt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$, donne aussi $udt = \frac{aaudu}{aa-au-uu}$. Donc $\frac{\sqrt{5}}{2} \times udt = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aaudu}{aa-au-uu} = RZzr - PDp$; & (en intégrant) $\frac{\sqrt{5}}{2} \times \int u\,dt = \varphi RZ\psi - BDP + q$. Mais le cas de $\int udt$ (ATU) $=0$, qui rend aussi TU (AN) $=0$, & conséquemment (ainsi qu'on le vient de voir) $DR = D\varphi$, ou $\varphi R = 0$, rendant par-là $BDP = BDA$, & $\varphi RZ\psi = 0$, réduit cette intégrale à $0 = -BDA + q$, d'où résulte $q = BDA$. Donc cette intégrale précise est $\frac{\sqrt{5}}{2} \times ATU$ $\left(\frac{\sqrt{5}}{2} \times \int udt\right) = \varphi RZ\psi - BDP + BDA = \varphi RZ\psi - ADP$, ou $ATU = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \overline{\varphi RZ\psi - ADP}$, les origines de ces aires hyperboliques $\varphi RZ\psi$, ADP, étant φ, A. Par conséquent (*Lem. art.* 3.) les espaces ici parcourus pendant les tems AT ou (*Solut. 2. art.* 3.) $\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD}$, doivent être entr'eux comme les differences $\varphi RZ\psi - ADP$ de ces aires hyperboliques correspondantes.

Si l'on veut que l'aire $\varphi RZ\psi$, qui commence en φ, commence en B; au lieu de prendre (comme l'on vient de faire) $DR = \frac{\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2}{DM}$, qui a donné $D\varphi = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ dans le cas de $TU(AN) = 0$, il n'y a qu'à prendre $DR = \frac{\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2}{DB}$, qui dans ce cas de TU (AN) $=0$, donnera $D\varphi = DB$, & $\varphi\psi$ (qui pour lors passera par B) $= \frac{\sqrt{5}}{4} \times BD$: l'hyperbole équilatere, qui entre les asymptotes DC, $D\varphi$, passera par le point ψ ainsi trouvé entre A & V, donnera la même chose que lorsqu'elle passoit par A, & sera précisément la même que XYC dans une autre position.

Si l'on veut se donner la peine de comparer entr'elles les deux aires hyperboliques ASYX, ADP, *du Corol.* 15. *on trouvera que le cas de* AT *infinie, les doit rendre non-seulement infinies l'une & l'autre; mais encore la premiere multiple de la seconde:*

la seconde : sçavoir AVCCX *à* OADO *en plus grande raison que* $\sqrt{5}$ *à* 2. *D'où l'on verra que leur difference* ASYX—ADP *seroit aussi pour lors infinie ; & qu'ainsi l'espace ici parcouru pendant un tems infini* ATC, *seroit pareillement infini. Il en faut dire autant de* $\varphi RZ\psi - ADP$ *dans le Corol.* 16.

COROLLAIRE XVII.

L'on aura ici de plus $PDp . NDn :: \overline{DP}^2 . \overline{DN}^2 :: \overline{DQ}^2 . \overline{DM}^2$. Or $\overline{DQ}^2 . \overline{DM}^2 :: \overline{QP}^2 . \overline{MN}^2$. Et conséquemment $\overline{DQ}^2 . \overline{DM}^2 :: \overline{DQ}^2 - \overline{QP}^2 . \overline{DM}^2 - \overline{MN}^2 :: \overline{DB}^2 . \overline{DM}^2 - \overline{MN}^2 :: DB . \frac{\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2}{DB}$. D'ailleurs la Solut. 2. art. 2. 3. 4. donnant $DB = a$, $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $MN = \frac{1}{2}a + u$, l'on aura $\frac{\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2}{DB} = \frac{\frac{5}{4}aa - \frac{1}{4}aa - au - uu}{a} = \frac{aa - au - uu}{a}$ (*Corol.* 15.) $= VS$. Donc $PDp . NDn :: DB . VS$. Donc aussi $VS = \frac{DB \times NDn}{PDp} = \frac{DB \times DM \times Nn}{2 \times PDp}$ (soit PDp constant, & supposé égal à $DB \times m$, dont m soit conséquemment un infiniment petit constant) $= \frac{DM \times Nn}{2m}$; & conséquemment $SY \left(\frac{VA \times AX}{VS}\right) = \frac{VA \times AX \times 2m}{DM \times Nn}$ (le Corol. 15. donnant $VA = a$, $AX = \frac{a\sqrt{5}}{4}$, $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$) $= \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{2}{a\sqrt{5}} \times \frac{2m}{Nn} = \frac{am}{Nn} = \frac{m \times DB}{Nn}$. Mais on vient de trouver aussi $VS = \frac{\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2}{DB}$, de qui la difference est $Ss = \frac{2MN \times Nn}{DB}$. Donc $SY \times Ss$ $(SYys) = 2 \times MN \times m$. Par conséquent ayant déja (*hyp.*) $PDp = DB \times m$, l'on aura aussi $SYys - PDp = 2m \times MN - m \times DB$ (la Solut. 2. art. 4. donnant $MA = \frac{1}{2} DB$) $= 2m \times MN - 2m \times MA = 2m \times AN = 2m \times TU$. Donc m étant (*hyp.*) constante, la somme (*Corol.* 15.) $ASYX - ADP$ des $SYys - PDp$, sera par tout ici comme la somme ATU des TU correspondantes, & conséquemment encore (*Lem. art.* 3.) en raison des espaces parcourus pendant les tems AT en vertu de ces vitesses TU restantes malgré les résistances supposées, ainsi que dans le Corol. 15.

Il est manifeste que si au lieu de $VS = \frac{\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2}{DB}$, l'on

employe de même $DR = \frac{\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2}{DB}$ dans le raiſonnement précedent ; on trouvera auſſi les eſpaces ici parcourus pendant les tems AT, en raiſon des differences $\varphi RZ\psi - ADP$ des aires hyperboliques $\varphi RZ\psi$, ADP, correſpondantes, ainſi que dans le Corol. 16.

COROLLAIRE XVIII.

Le Corol. 17. précedent peut encore être démontré plus ſimplement. Car puiſque (*Corol.* 15.) $\frac{ds}{2} \times udt = SYys - PDp$, ſi l'on prend les inſtans dt, ou (*Solut.* 2. *art.* 1. 2.) les ſecteurs élémentaires hyperboliques PDp pour conſtans, c'eſt à dire, tous égaux entr'eux ; il eſt viſible que les viteſſes u (TU ou AN) ſeront par tout ici en raiſon des differences hyperboliques $SYys - PDp$. Donc auſſi les ſommes de ces viteſſes, ou (*Lem. art.* 3.) les eſpaces ici parcourus pendant les tems AT (t), ſeront encore entr'eux comme les ſommes $ASYX - ADP$ de ces differences $SYys - PDp$.

COROLLAIRE XIX.

Suppoſons préſentement que le mouvement eſt ici directement de haut en bas, & avec Galilée que l'acceleration de la viteſſe primitive (v) en raiſon des tems écoulés (t) eſt ici cauſée par la peſanteur conſtante du mobile.

Cela poſé, puiſque (*Corol.* 15.) $AV = a$, & $AS = \frac{au + uu}{a}$, l'on aura ici $AV . AS :: a . \frac{au+uu}{a} :: aa . au + uu$. Mais la Solut. 1. donne $\frac{dr}{au+uu} = \frac{dt - du}{au+uu} = \frac{dt}{aa} = \frac{du}{aa}$; ce qui donne de même $dv . dr :: aa . au + uu$. Donc auſſi $AV . AS :: dv . dr$. C'eſt à dire (*Lem. art.* 4.) comme la peſanteur du mobile eſt à la réſiſtance actuelle du milieu. D'où l'on voit qu'en prenant la conſtante AV pour la peſanteur du mobile, l'on aura ici chaque AS pour la réſiſtance du milieu que ce mobile aura à ſurmonter à chaque inſtant de ſa chute ; & VS pour l'excés de force dont cette réſiſtance inſtantanée ſera ſurpaſſée par cette peſan-

teur, c'est à dire pour ce qu'il y aura de cette pesanteur employé à produire l'augmentation de vitesse qui survient au mobile à l'instant de cette résistance, ou pour ce qui reste alors de force motrice à cette pesanteur malgré cette résistance.

COROLLAIRE XX.

Donc lorsque $VS=0$, la vitesse du mobile n'augmente plus du tout. Mais ce cas, qui rend $AS=AV$, rendant pareillement (*Corol.* 15.) $\frac{2\times MA\times AN+\overline{AN}^2}{DB}=DB$, ou $2\times MA\times AN+\overline{AN}^2=\overline{DB}^2=\overline{DM}^2-\overline{MA}^2$, donne $\overline{DM}^2=\overline{MA}^2+2\times MA\times AN+\overline{AN}^2=\overline{MN}^2$, ou $MN=DM$ (*Corol.* 8.) ML, & conséquemment $AN=AL$. Donc aussi (*Sol.* 2. *art.* 4.) AL sera encore ici la plus grande des vitesses $AN(TU)$ que le mobile puisse jamais aquerir en vertu de sa pesanteur malgré les résistances supposées, même dans un tems infini. Par conséquent quoique ces vitesses s'accelerent toûjours, la plus grande d'entr'elles ne peut jamais devenir que finie. Ce qui s'accorde avec les Corol. 1. 8.

COROLLAIRE XXI.

Puisque (*Corol,* 19.) $dv.dr::AV.AS$ (*Corol.* 15.) $::BD.\frac{2\times MA\times AN+\overline{AN}^2}{BD}::\overline{DB}^2.2\times MA\times AN+\overline{AN}^2$ (à cause de $\overline{DB}^2=\overline{DM}^2-\overline{MA}^2$) $::\overline{DM}^2-\overline{MA}^2.2\times MA\times AN+\overline{AN}^2$. L'on aura aussi $dv.dv-dr\,(du)::\overline{DM}^2-\overline{MA}^2.\overline{DM}^2-\overline{MA}^2-2\times MA\times AN-\overline{AN}^2::\overline{DM}^2-\overline{MA}^2.\overline{DM}^2-\overline{MN}^2::\overline{DB}^2.\overline{DM}^2-\overline{MN}^2$. C'est à dire (*Lem. art.* 4.) que la pesanteur (dv) du mobile est à chaque résistance instantanée (dr) du milieu, & à chacun des excés (du) ou surplus de force sur chacune de ces résistances, comme chacune des grandeurs constantes $\overline{DB}^2$, $\overline{DM}^2-\overline{MA}^2$, & (la Solut. 2. art. 4. donnant $DB=2\times MA$) $4\times\overline{MA}^2$, est aux variables correspondantes $\overline{2\times MA+AN}\times AN$, $\overline{DM}^2-\overline{MN}^2$; ou aux correspondantes $\overline{DB+AN}\times AN$, $\overline{DM}^2-\overline{MN}^2$:

C'est à dire qu'en exprimant la pesanteur du mobile par celle qu'on voudra des trois grandeurs constantes $\overline{DB}^2$, $\overline{DM}^2 - \overline{MA}^2$, $4 \times \overline{MA}^2$; chacune de ces deux variables $2 \times MA + AN \times AN$, $DB + AN \times AN$, exprimera les résistances instantanées du milieu; & la variable $\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2$ exprimera l'excés dont chacune de ces résistances sera surpassée par cette pesanteur. D'où l'on voit que lorsque $MN = DM = DL$, cet excés ou reste de pesanteur sera nul, & conséquemment hors d'état d'augmenter la vitesse AN; & conséquemment encore AL sera la plus grande de toutes les vitesses ici possibles, ainsi qu'on l'a déja vû dans les Corol. 8. 20.

COROLLAIRE XXII.

On sçait que les aires hyperboliques $ASYX$ croissent ou décroissent en progression arithmetique à mesure que leurs abscisses VS décroissent ou croissent en progression géometrique. Mais on vient de voir (*Corol.* 19.) que ces abscisses VS sont ici comme les excés de force dont la pesanteur constante du mobile surpasse à chaque instant les résistances instantanées du milieu qui s'oppose à sa chutte. Donc en prenant ces excés de la pesanteur du mobile pardessus ces résistances, en progression géometrique, les aires hyperboliques $ASYX$ croîtront arithmetiquement à mesure que ces excés (du) diminuëront geometriquement. Par conséquent les tems écoulés du mouvement, étant ici (*Solut.* 2. *art.* 3.) comme les secteurs hyperboliques ADP correspondans; & (*Corol.* 15. 17.) les espaces ici parcourus pendant ces tems, comme les differences $ASYX - ADP$ correspondantes: ces espaces doivent pareillement être ici entr'eux comme des differences d'aires hyperboliques, dont la plus grande ($ASYX$) croisse en progression arithmetique à mesure que les excés de la pesanteur du mobile sur les résistances instantanées du milieu diminuent géometriquement, & la moindre (ADP) soit en raison des tems écoulés du mouvement, ainsi que M. Newton

l'a dit dans la Prop. 14. citée ci-dessus à la fin du Corol. 15.

COROLLAIRE XXIII.

La supposition qu'on fait par tout dans ce Memoire, de $v = t$, donnant aussi par tout $u . v :: u . t$. L'on aura ici (*Solut.* 2. *art.* 3. 4.) $u . v :: AN . \frac{2 \times ADP}{DM} :: \frac{AN \times DM}{2} . ADP$. C'est à dire que la vitesse effective ou restante (u) à la fin d'un tems quelconque$\left(t \text{ ou } \frac{2 \times ADP}{DM}\right)$dans le milieu résistant supposé, seroit à ce que le mobile en auroit à la fin d'un pareil tems dans un milieu sans résistance ni action, comme le triangle rectiligne $ADN\left(\frac{AN \times DM}{2}\right)$est au secteur hyperbolique ADP correspondant. D'où l'on voit encore qu'à la fin d'un tems infini AT (t) où la vitesse primitive (v) dans un milieu sans résistance seroit infinie de même que le secteur ADP qui alors seroit $= OADO$; la vitesse (u) restante de celle-là dans le milieu qu'on suppose lui résister, ne seroit que finie, le triangle ADN se trouvant seulement alors $= ADL$. Ce qui s'accorde encore avec les Corol. 1. 8. 20. 21.

COROLLAIRE XXIV.

Suivant le Lem. art. 3. l'espace ici parcouru pendant quelque tems AT (t) ou (*Solut.* 2. *art.* 3.) $\frac{2 \times ADP}{DM}$ que ce soit, malgré les résistances supposées, est à ce que le mobile en auroit parcouru pendant un pareil tems dans un milieu sans résistance ni action :: $\int udt . \int vdt$ (à cause de $v = t$ dans tout ce Memoire) :: $\int udt . \int tdt :: \int udt . \frac{1}{2} tt$ (*Corol.* 15. & *Solut.* 2. *art.* 3.) :: $\frac{2}{\sqrt{5}} \times \overline{ASYX - ADP} . 2 \times \frac{ADP \times ADP}{DM \times DM}$ (les articles 2. 3. de la Solution 2. donnant $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2} = DB \times \frac{\sqrt{5}}{2}$) :: $ASYX - ADP . 2 \times \frac{ADP \times ADP}{DB \times DM}$ :: $\frac{DB \times DM}{2} . \frac{ADP \times ADP}{ASYX - ADP}$ (à cause de $MA = \frac{1}{2} DB$ dans l'art. 4. de la Solut. 2.) :: $\frac{MA \times DM}{2} . \frac{1}{2} \times \frac{ADP \times ADP}{ASYX - ADP}$. C'est à dire, que l'espace ici parcouru pendant un tems quelconque $\frac{2 \times ADP}{DM}$

malgré les résistances supposées, seroit toujours au parcouru par le même mobile pendant un pareil tems dans un milieu sans résistance ni action, comme le triangle rectangle constant DMA $\left(\frac{MA \times DM}{2}\right)$ seroit à la fraction $\frac{1}{2} \times \frac{ADP \times ADP}{ASTX - ADP}$ correspondante.

REMARQUE II.

FIG. VII. Si au lieu de prendre $\frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au + uu$, comme l'on a fait dans la Solut. 2. art. 1. l'on y eût pris simplement $\frac{a^4}{xx} = aa + au - uu$, cette seconde supposition auroit donné toutes les mêmes choses que l'autre, excepté que VL auroit passé par le sommet B de l'hyperbole OPB, paralellement à MA qui auroit rencontré cette hyperbole, non-plus en A, mais en F : par lequel point F ayant mené DF qui rencontre VB en E; ensuite par ce point E la droite EC parallele à DC, & qui auroit rencontré MF en A sommet de la Courbe AVC des vitesses restantes $TU = EN$, dont la plus grande des possibles, même aprés un tems infini, auroit été EL : l'on auroit eu $DM = a$, $DB = \frac{2a}{\sqrt{5}}$, $MF = \frac{a}{\sqrt{5}}$, $MA = BE = \frac{2a}{5}$; les secteurs FDP en raison des tems AT (t); les grandeurs $DM \times DM \times l\frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} FDP$, ou $\frac{\sqrt{5}}{8} \times ESYX - \frac{2}{\sqrt{5}} FDP$, en raison des espaces parcourus pendant ces tems, en prenant ici $ES = \frac{\frac{5}{4} BE \times EN + \overline{EN}^2}{DM}$, $EX = 2DB$, & $EV = DM$; les grandeurs EV, ES, VS, en raison de la pesanteur du mobile, des résistances instantanées du milieu, & des excés dont cette pesanteur surpasse ces résistances à chaque instant : le reste sera pareillement le même à proportion que cy-dessus. Nous n'y avons preferé $\frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx}$ à $\frac{a^4}{xx}$, que parceque la seconde de ces deux fractions, quoique plus simple en soy que la premiere, l'est cependant beaucoup moins qu'elle dans ses conséquences.

REMARQUE III.

Le raport précedent (*Remarq.* 2.) de la pesanteur du mobile aux résistances instantanées que lui fait le milieu supposé, & aux excés de cette pesanteur sur ces résistances, déja trouvé dans les Corol. 19. 21. peut encore se déduire immédiatement des seules hypotheses de ce Problême-ci. Ces hypotheses sont $dt = dv = dr + du$, & $\frac{dr}{au+uu} = \frac{dt-du}{au+uu} = \frac{dt}{aa}$. Cela seul servira, dis-je, à trouver encore ces raports que voici.

1°. Puisque (*hyp.*) $\frac{dr}{au+uu} = \frac{dt}{aa} = \frac{dv}{aa}$; l'on aura $du.dr :: aa.au + uu$. C'est à dire (*Lem. art.* 4.) que la pesanteur du mobile sera ici à la résistance que lui fait le milieu à chaque instant, comme le quarré (aa) d'une vitesse (a) dont la terminale $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$ est un $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, est à la somme faite du produit (au) de cette vitesse (a) par la restante (u) à chaque instant, & du quarré (uu) de cette vitesse restante.

2°. Cette équation $\frac{dr}{au+uu} = \frac{dv}{aa}$ (*Lem. art.* 1. 2.) $= \frac{dr+du}{aa}$, donnant $aadr = audr + uudr + audu + uudu$, ou $aadr - audr - uudr = audu + uudu$; l'on aura pareillement ici $dr.du :: au + uu.aa - au - uu$. C'est à dire (*Lem. art.* 4.) que la résistance (dr) du milieu à chaque instant, sera ici à la difference ou excés (du) dont cette résistance est surpassée par la pesanteur du mobile, comme la somme ($au + uu$) faite du produit (au) d'une vitesse (a) dont la terminale $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$ est un $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, par la vitesse (u) restante à cet instant, & du quarré (uu) de cette vitesse restante, sera à la difference ($aa - au - uu$) dont le quarré (aa) de cette autre vitesse (a) surpassera cette somme ($au + uu$).

3°. L'équation $\frac{dt-du}{au+uu} = \frac{dt}{aa}$ donnant (*Solut.* 1.) $\frac{aadu}{aa-au-uu} = dt$ (*Lem. art.* 1.) $= dv$, l'on aura ici $dv.du :: aa.aa - au - uu$. C'est à dire (*Lem. art.* 4.) que la pesanteur du mobile sera ici à la difference ou à l'excés de force dont elle surpassera la résistance du milieu à chaque instant,

comme le quarré (aa) d'une vitesse (a) dont la terminale ($\frac{a\sqrt{5}-a}{2}$) est un $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, sera à la difference ($aa-au-uu$) dont ce quarré (aa) surpassera la somme ($au+uu$) faite du produit de cette vitesse (a) par la restante (u), & du quarré (uu) de cette vitesse restante.

4°. On voit de tout cela & de l'art. 4. du Lemme, que si l'on prend p pour la pesanteur (dv) du mobile, f pour la difference (du) dont cette pesanteur surpassera chaque résistance instantanée (dr) du milieu supposé, & z (comme ci-dessus) pour cette résistance instantanée; le nomb. 1. donnera $z = \frac{au+uu}{aa} \times p$; le second, $z = \frac{au+uu}{aa-au-uu} \times f$; & le troisiéme, $f = \frac{aa-au-uu}{aa} \times p$. De sorte que de ces cinq choses : *La résistance du milieu en quelque instant que ce soit, la pesanteur constante du corps qu'elle y fait tomber malgré cette résistance, l'excès dont cette pesanteur surpasse cette résistance, la vitesse de ce corps en cet instant, & la plus grande vitesse qu'il puisse jamais aquerir en vertu de sa pesanteur malgré cette même résistance* : de ces cinq choses, dis-je, trois étant données à volonté, l'on aura toûjours les deux autres.

SCHOLIE.

FIG. IV. Pour ce qui est de la Courbe KEC des résistances instantanées de la fig. 4. l'hypothêse de $z = \frac{au+uu}{a}$, qui fait une des conditions de ce Problême-ci, rendant $uu+au=az$, ou $uu+au+\frac{1}{4}aa = az+\frac{1}{4}aa = \frac{4az+aa}{4}$, donnera $u = -\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}\sqrt{4az+aa}$, & $du = \frac{adz}{\sqrt{4az+aa}}$. De plus la même hypothêse en rendant $uu+au=az$, donne aussi $aa-au-uu=aa-az$. Donc $\frac{aadu}{aa-au-uu} = \frac{aadz}{a-z \times \sqrt{4az+aa}}$. Mais la Sol. 1. donne $dt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$. Donc aussi $dt = \frac{aadz}{a-z \times \sqrt{4az+aa}}$ sera l'équation cherchée de la Courbe KEC des résistances instantanées, c'est à dire, dont les ordonnées TE (z) seront par tout proportionnelles à ces résistances instantanées

tanées (dr) à la fin de chaque tems AT (t). On voit de-là:

1°. Que $z=0$, réduisant cette équation de la Courbe KEC, à $dt=\frac{aadz}{aa}=dz$, cette Courbe passera par A en faisant un angle de 45. deg. avec son axe ATC. Ainsi (*Corol.* 2.) cette Courbe KEC & celle HUC des vitesses restantes (u) doivent se toucher en A.

2°. Lorsque $z=a$, la précedente équation $dt=\frac{aadz}{a-z\cdot\sqrt{4az+aa}}$ se réduisant à $dt=\frac{aadz}{0}$, aura dt infinie par raport à dz. Ainsi sa touchante au point de $z(TE)=a=AB$ sera parallele à son axe ATC: cette touchante BC en sera même une asymptote, ce point d'atouchement se trouvant à une distance infinie de AB perpendiculaire en A sur ATC.

3°. Cette valeur de $z=a$ substituée dans la seconde $aa-au-uu=aa-az$ des équations qu'on vient de trouver résulter de l'hypothese $z=\frac{au+uu}{a}$ du Problême précedent, rendant $aa-au-uu=0$, ou $uu+au+\frac{1}{4}aa=\frac{5}{4}aa$, donnera aussi $u\,(TU)=-\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{5}{4}aa}=\frac{a\sqrt{5}-a}{2}=a\times\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ à cette distance infinie de AB; ce qui fait voir (ce que l'on a déja vû dans le Corol. 1.) que si l'on prend $AD=\frac{a\sqrt{5}-a}{2}$, la parallele DC à ATC, sera de même une asymptote de la Courbe AUC des vitesses restantes (u): aussi cette valeur de u (AD) substituée dans l'équation $dt=\frac{aadu}{aa-au-uu}$ de cette Courbe, rend-elle dt infinie par raport à du; puisqu'elle rend $aa-au-uu=0$.

4°. D'où l'on voit encore (ainsi que dans les Corol. 1. 8. 20. 21. 23.) que les vitesses restantes TU (u) augmenteront à l'infini sans jamais arriver à l'égalité, c'est à dire, sans jamais devenir uniformes, quoiqu'elles ne puissent jamais devenir plus grandes que la finie AD dans la Fig. 4. qui est AL dans les Fig. 5. 6. ou EL dans la fig. 7. & qu'elles appro-

chent toûjours de sa valeur, ne pouvant l'égaler qu'aprés un tems *AT* (*t*) infini.

Voilà pour les mouvemens commencés à zero de vitesse, & primitivement accelerés en raison des tems écoulés, dans des milieux qui leur résisteroient en raison des sommes faites des vitesses actuelles aquises ou restantes à chaque instant, & des quarrés de ces mêmes vitesses. On verra dans un autre Memoire ce qui devroit arriver aussi dans ces milieux à des mouvemens primitivement accelerés de même en raison des tems écoulés, mais commencés par des vitesses quelconques, & non-plus à zero de vitesse comme dans ce Memoire-ci : Par exemple, quel seroit le mouvement d'un corps de pesanteur constante, jetté verticalement de haut en bas d'une force ou vitesse quelconque dans un milieu résistant comme ci-dessus : c'est, dis-je, ce qu'on verra dans un autre Memoire.

RE'PONSE A LA CRITIQUE DE M. DE LA HIRE

Du 20. Mars 1709.

PREMIERE PARTIE.

PAR M. MERY.

1710. 14. Juin.

DAns mon Memoire du 12 Novembre 1704, j'ay avancé ces trois Propositions : 1e. Que le raccourcissement des fibres de l'Iris dépend de leur ressort, & leur allongement de l'influence des esprits animaux. 2e. Que la Choroïde est la partie principale de l'œil, parceque c'est sur cette membrane que se peint l'image des objets. 3e. Qu'il entre beaucoup plus de lumiere dans les yeux, quand ils sont plongez dans l'eau, que lorsqu'ils sont dans l'air exposez à ses raïons.

M. de la Hire prétend au contraire, premierement; que le ressort des fibres de l'Iris les allonge, sans nous dire la cause qui les raccourcit. Secondement, que la Retine est l'organe principal de la vision, parceque c'est sur cette tunique de l'œil que se forme la peinture des objets; ce qu'il soûtient dans sa Dissertation des differens accidens de la vûë imprimée en 1694. Troisiémement, qu'il n'entre pas plus de lumiere dans les yeux, quand ils sont dans l'eau, que lorsqu'ils sont dans l'air exposez à ses raïons.

Je vais répondre à present aux objections que ce sçavant Academicien me fait sur ma premiere Proposition. Je donneray la défense de la seconde & de la troisiéme en deux autres Memoires separez.

Pour établir mon systême du raccourcissement & de l'allongement des fibres de l'Iris, je me suis servi de ces trois observations. 1e. Pendant la goutte serene, qui est une obstruction des nerfs optiques, les fibres de l'Iris tiennent toûjours la prunelle dilatée; elles sont donc alors raccourcies. 2e. Cet obstacle levé, elles la resserrent, l'œil étant exposé à la lumiere; elles s'allongent donc dans ce moment. 3e. Les esprits animaux étant éteints, la prunelle reste ouverte entierement, ces fibres demeurent donc raccourcies aprés la mort. Depuis ce tems-là j'ay observé le même effet dans la syncope, parce que le mouvement de ces esprits est alors arrêté. Reprennent-ils leur cours? Les fibres de l'Iris s'allongent aprés cet accident.

De ces remarques certaines j'ay tiré cette conclusion, que l'influence des esprits animaux dans les fibres de l'Iris, qui resserrent la prunelle pendant la vie de l'animal, devoit être la cause de leur allongement, & que le ressort devoit être celle de leur raccourcissement; puisqu'aprés la mort & dans la syncope, & pendant la goutte serene, ces fibres retiennent la prunelle dans sa dilatation.

M. de la Hire entreprend de détruire ce systême; mais

ſans penſer ſeulement à combattre aucune de mes obſervations, & de ſa propre autorité il décide ; que le rétréciſſement de la prunelle eſt produit par le reſſort des fibres de l'Iris qui les allonge, & pour ſoûtenir ſon opinion il n'apporte aucune preuve.

Il prétend auſſi que la dilatation de la prunelle eſt cauſée par le raccourciſſement de ces mêmes fibres de l'Iris, ce qu'il ſuppoſe encore ſans nous faire connoître le principe de ce dernier effet ; ce qu'on auroit peine à croire, ſans doute d'un Mechanicien auſſi habile que l'eſt M. de la Hire, ſi pour prouver ce que j'avance je ne rapportois mot à mot les termes de ſa Critiqûe : les voici.

Il eſt facile de voir dans la diſſection de l'œil que la membrane Iris eſt un muſcle circulaire, qui peut ſe raccourcir en ſe retirant vers ſa circonference, ce qui augmente alors l'ouverture de la prunelle ; mais en ſe relàchant ſes parties ſe rapprochent du centre de la prunelle par une vertu élaſtique, & c'eſt ce qui diminuë la prunelle : toutes ſes fibres paroiſſent tendre de la circonference vers le centre où elles n'arrivent pas, car elles ſe terminent au petit cercle qui forme la prunelle.

Tâchons de nous faire jour dans ce ſyſtême malgré toute l'obſcurité où l'Auteur l'a laiſſé. Je pourrois d'abord lui repreſenter que ce n'eſt pas par la diſſection de l'œil qu'on peut découvrir les differentes cauſes des mouvemens oppoſez de l'Iris, parceque dans un animal mort ſes fibres ſont en repos ; ce n'eſt donc que dans le vivant dans lequel elles ſont en action qu'on peut les reconnoître ſans diſſequer l'œil : mais ce n'eſt pas à quoy je m'arrête. Je veux ſeulement faire remarquer que puiſqu'il eſt facile de voir que toutes les fibres du muſcle de l'Iris tendent de ſa circonference externe à ſa circonference interne, comme font les raïons d'une rouë à ſon moyeu, il eſt évident que chaque fibre priſe ſéparément doit former un petit muſcle droit, qu'ainſi il n'a pas dû prendre l'Iris pour un muſcle circulaire, bien que cette membrane dans l'épaiſſeur de laquelle ces fibres ſont renfermées décrive un cercle.

Quand il ne voudroit pas convenir de cette verité, je pourrois la lui démontrer par ce qu'il nous dit, qu'*on pourroit bien imaginer un autre muſcle couché ſur le premier, dont les fibres ſeroient circulaires*. Le premier de ces deux muſcles doit donc être appellé droit, & le ſecond circulaire par rapport à la diſpoſition differente de leurs fibres. Ceci même eſt encore de peu de conſéquence : mais comme ni lui ni moi ne découvrons dans l'Iris que le muſcle droit, il importe bien plus d'examiner avec ſoin ſi l'explication qu'il nous donne de la dilatation & du rétréciſſement de la prunelle par le moïen du muſcle droit qui paroît ſeul dans l'Iris, eſt vraie ou fauſſe: aprés quoi nous verrons ſi la ſuppoſition de ſon muſcle circulaire, que perſonne n'a jamais vû, eſt bien ou mal fondée.

Ce muſcle, dit M. de la Hire en parlant du muſcle droit, *aïant une épaiſſeur aſſez conſiderable vers la tête, ſi ſes fibres s'écartent l'une de l'autre ſuivant l'épaiſſeur du muſcle où il doit y en avoir une grande quantité, leur extremité qui forme la prunelle doit ſe rapprocher de la tête, & par conſequent dilater la prunelle: mais lorſque l'action du muſcle ceſſera, le reſſort des mêmes fibres peut les remettre dans leur premier état; ou bien il pourroit y avoir dans ce muſcle des fibres à reſſort qui ne ſerviroient que pour cet effet.* Pourquoi nous cacher toûjours la cauſe de leur action? C'eſt un myſtere que je développeray dans la ſuite de ce Memoire.

Je ne remarque dans toute cette explication que ſuppoſitions entaſſées les unes ſur les autres, ſans qu'aucune ſoit ſoûtenuë de la moindre preuve. Car premierement M. de la Hire ne nous démontre point que les fibres de ce muſcle puiſſent s'écarter les unes des autres quand elles ſe contractent : c'eſt auſſi ce qui eſt impoſſible, parcequ'il eſt certain qu'en ſe raccourciſſant elles doivent ſe gonfler, comme font celles de tous les autres muſcles, & par conſéquent ſe rapprocher de plus prés les unes des autres quand elles ſe raccourciſſent, que lorſqu'elles ſe relâchent & deviennent plus menuës. Autrement il fau-

droit, toutes ces fibres étant situées à côté l'une de l'autre comme les raïons d'une rouë, que la circonference externe de l'Iris s'agrandît; ce qui ne peut lui arriver, parcequ'elle est jointe à la cornée, qui ne peut souffrir de dilatation par l'ouverture de la prunelle.

Secondement, si les fibres de ce muscle s'écartoient l'une de l'autre suivant leur direction sans se gonfler, ce qu'on peut inferer de ce que M. de la Hire n'admet point d'esprits animaux par le moïen desquels elles puissent se grossir, il est constant que la queuë de ces fibres ne pourroit pas s'approcher de leur tête par leur action, parce qu'étant placées à côté l'une de l'autre, il faudroit necessairement pour s'écarter qu'elles diminuassent de grosseur; ainsi en devenant plus menuës elles s'allongeroient pendant qu'elles s'éloigneroient l'une de l'autre, de sorte qu'au lieu de dilater la prunelle elles serviroient à la rétrecir par leur action.

Cependant cet habile Mechanicien prétend qu'elles l'élargissent par leur mouvement, ce qu'elles ne peuvent faire certainement sans se raccourcir & se gonfler. Il faut donc qu'il convienne que les fibres de ce muscle doivent s'approcher les unes des autres quand elles agissent, & qu'il reconnoisse que leur queuë ne peut pas s'approcher de leur tête sans se grossir.

Troisiémement, puisque toutes les fibres de ce muscle qui partent d'une grande circonference viennent s'attacher à une petite, elles doivent (contre sa pensée) former dans celle-cy une plus grande épaisseur que dans l'autre : aussi voit-on qu'elles font au bord de la prunelle où elles se touchent, un tissu plus épais, parcequ'il est plus serré que dans la circonference externe de l'Iris, où ces fibres sont plus écartées les unes des autres. On n'a qu'à regarder l'Iris pour en être convaincu. La même chose paroît proche le col de la véssie, & des deux orifices de l'estomach où les fibres musculeuses de ces parties se trouvant plus pressées les unes contre les autres, elles y forment un plan plus épais qu'au reste de

leur corps, parcequ'elles y ſont moins ſerrées.

Quatriémement, mais ce que je trouve de plus étrange dans cette explication que nous donne M. de la Hire des mouvemens opposez de l'Iris par un ſeul muſcle, c'eſt qu'il y ſuppoſe ſans preuve que les fibres de ce muſcle s'allongent par leur reſſort, & qu'elles ſe raccourciſſent, ſans nous marquer la cauſe de leur contraction. Car peut-il douter de bonne foy qu'au contraire leur reſſort doit les raccourcir, & qu'elles ne peuvent s'allonger que par l'influence des eſprits animaux, aprés les preuves que j'en ay données dans mon Memoire, qui fait le ſujet de ſa Critique? Au cas qu'il n'y ait pas pris garde, j'eſpere l'en convaincre dans celui-cy, s'il veut bien ſe donner la peine de faire avec moi cette remarque à laquelle il auroit dû faire attention, parcequ'elle lui auroit fait éviter une diſpute d'où il n'y a guere d'apparence qu'il puiſſe ſortir avec avantage.

Quand les eſprits animaux ceſſent de couler dans les muſcles, on obſerve toûjours que tout auſſi-tôt leur reſſort les remet dans leur état naturel, qui eſt leur relaxation, diſpoſition dans laquelle ils ne ſont ni allongez ni raccourcis au-delà de leur étenduë propre. Leur reſſort les maintient dans cette ſituation juſqu'au retour de ces eſprits, qui les raccourciſſent en les remettant en contraction. Mais il faut bien obſerver que quand de deux muſcles antagoniſtes l'un ſe raccourcit, il allonge l'autre bien plus qu'il n'eſt dans la relaxation où l'a mis ſon reſſort, & le ſurmonte.

Ces changemens alternatifs de repos & de mouvement continuënt dans les muſcles pendant la vie de l'animal; aprés la mort leur reſſort les retient tous dans leur état naturel juſqu'à ce que la pourriture ſe ſoit emparée de leur ſubſtance; ce que je vais prouver par deux obſervations : voici la premiere.

L'on trouve toûjours à un chat mort les dernieres phalanges des doigts relevées entierement, quoique les muſcles qui ſervent à les abaiſſer ſoient beaucoup plus

forts que ceux qui ſervent à les élever. Deux cauſes contribuënt à cet effet, l'une le permet, l'autre le produit. Celle qui le permet eſt une relaxation égale dans tous ces muſcles, qui fait qu'ils ne peuvent plus aprés l'extinction des eſprits animaux, agir les uns contre les autres. Celle qui produit cet effet immediatement, conſiſte dans des fibres à reſſort uniquement deſtinées à relever ces dernieres phalanges.

Ces fibres partent des parties laterales des ſecondes phalanges des doigts, & viennent s'attacher à la partie ſuperieure des dernieres: elles peuvent être auſſi facilement allongées aprés la mort que pendant la vie, pour peu qu'on les force en abaiſſant les dernieres phalanges; mais ſi-tôt qu'on ceſſera de leur faire violence, ces fibres à reſſort les releveront, en ſe raccourciſſant d'elles-mêmes par leur vertu élaſtique, parce qu'alors tous les muſcles antagoniſtes de ces phalanges ſont également relâchez.

J'ay fait la ſeconde obſervation ſur des Moules d'étang. Elles ont au-dedans de leurs coquilles deux muſcles attachez à l'une & à l'autre proche leurs extremitez. Ces muſcles ſervent à fermer leurs coquilles: en dehors elles ont ſur leur dos un reſſort qui ſert à les ouvrir; ce reſſort cede à la contraction de ces muſcles, il l'emporte ſur eux quand ils ſont relâchez.

Lorſque les eſprits animaux coulent dans ces muſcles, ils ſe raccourciſſent & ferment alors les coquilles; mais quand ces eſprits ne s'y portent plus, ces muſcles ſe relâchent, & alors le reſſort des coquilles les ouvre. Delà vient qu'aprés la mort des Moules, ces eſprits étant éteints, leurs coquilles reſtent toûjours entr'ouvertes. Ces remarques prouvent donc évidemment, & que les parties conſervent encore aprés la mort de l'animal leur vertu élaſtique, & que c'eſt leur reſſort qui rétablit pendant la vie les muſcles dans leur relaxation, ſi-tôt que les eſprits animaux ne s'y portent plus.

Ainſi s'il étoit vrai que les fibres du muſcle droit de l'Iris s'allongeaſſent par leur reſſort, ou qu'il y eût dans

ce muscle des fibres à ressort qui servissent à rétrécir la prunelle, comme le prétend M. de la Hire, il est certain que ces fibres elles-mêmes, ou ces ressorts devroient tenir la prunelle resserrée pendant la syncope, la goutte serene, & aprés la mort. Il est visible au contraire, qu'ils la tiennent dilatée. Donc le racourcissement des fibres de ce muscle dépend absolument de leur vertu elastique, & leur alongement de l'influence des esprits animaux; d'où j'ai conclu dans mon Memoire du 12 Novembre 1704, comme je fais encore dans celui-cy, que ces esprits produisent dans les fibres de l'iris le même effet qu'ils font dans les corps caverneux de la verge, qu'ils allongent quand ils s'y portent, & que le ressort de ces mêmes fibres les racourcit, comme fait le ressort des fibres de la verge les corps caverneux, lorsque ces esprits cessent d'y couler. Toutes mes Observations sont constamment vraïes. Donc la premiere explication que nous donne M. de la Hire, des mouvemens de la prunelle par un seul muscle, est certainement fausse.

J'ay peine à croire qu'il puisse rien répondre de plausible à cet argument, qui me paroît une démonstration, qui détruit entierement son sistême de l'allongement des fibres musculeuses de l'iris par leur ressort, & de leur racourcissement par l'influence des esprits animaux, qu'il reconnoît pour cause de leur mouvement dans sa Dissertation des accidens de la vûë; mais dont il semble nier l'existence dans sa Critique, puisqu'il nous y explique la vision par le seul ébranlement des fibres de la retine, sans rien dire de ces esprits : ce que je vais prouver par ses propres paroles tirées de ses deux Memoires.

Lorsqu'on fait, dit M. de la Hire dans sa Dissertation, *quelqu'effort ou en éternuant avec violence, ou en se mouchant fortement, on voit des étincelles de feu qui paroissent courir d'un côté & d'autre sur les objets. On ne peut pas chercher la cause de ce phénomene en d'autre endroit que dans la retine. Cet accident vient de ce que le cours des esprits étant interrompû dans les nerfs optiques, & coulant ensuite par réprises*

Page 265.

& secousses dans la retine, nous fait paroître ces étincelles.

Pouvoit il s'expliquer d'une maniere plus intelligible pour nous faire comprendre qu'il attribuoit alors la vision à la modification des esprits animaux. Aprés cela, qui ne sera surpris de luy entendre dire dans sa Critique: *Je ne croyois pas aprés toutes les raisons que j'ay raportées dans le Memoire dont j'ai parlé d'abord, qu'il pût rester aucun lieu de douter quelle étoit la partie qui doit être le principal organe de la vision; cependant un des plus celebres Anatomistes de cette Compagnie ayant examiné le fait, en a rendu raison d'une maniere fort sçavante par le moyen des esprits animaux dans l'œil du chat, & prend parti pour la choroïde contre la retine; cependant la choroïde ne peut être considerée que comme un organe moïen qui communique à la retine l'ébranlement ou le mouvement qu'elle reçoit de la lumiere avec ses differentes modifications. En effet peut-on chercher le principal organe d'un sens autre part que dans les nerfs qui ont communication avec le cerveau, & qui peuvent faire connoître à l'ame sous differentes apparences, ce qui se passe hors du corps par le moïen de leur ébranlement.* D'où il conclut, que toute la difference qu'il y a entre son systême de la vûë & le mien, ne consiste que dans nos explications differentes; il ne reconnoît donc plus à present d'esprits animaux: quelle contradiction?

Ce Memoire est sa Dissertation même des accidens de la vûë.

Or puisque de son aveu même, j'explique la vision par la modification de ces esprits, & luy par l'ébranlement des fibres de la retine, prévenu qu'il est aujourd'huy de l'opinion de quelques Philosophes modernes, qui nient l'existence des esprits animaux, & ne considerent les nerfs que comme des cordes tenduës, dont le mouvement peut se communiquer jusqu'au cerveau, quand ils sont ébranlez, il est évident qu'il a changé d'opinion: aussi ne voit-on aucun endroit dans toute sa Critique, où il se soit servi des esprits animaux pour nous expliquer l'action des fibres de l'iris, il ne luy reste donc plus pour nous rendre raison de leur mouvement, que le ressort, qui ne sert naturellement qu'à les mettre en repos.

Au reste je ne puis m'empêcher de faire connoître, que M. de la Hire ayant formé le dessein de détruire mon systême, devoit s'attacher à mes observations qui luy servent de fondemens, & faire voir qu'elles sont fausses; ou du moins prouver, que les conséquences que j'en tire ne sont pas justes. Or comme il n'a entrepris ni l'un ni l'autre, ne donne-t-il pas lieu de penser, qu'ayant bien senti la force de mes raisons, il a mieux aimé, pour ne pas paroître ceder à leur évidence, les éluder par une supposition imaginaire, que d'y répondre ? puisque peu satisfait luy-même de sa premiere explication des mouvemens de l'iris par un seul muscle, il a été obligé de nous en donner une seconde, où il admet un muscle circulaire pour servir d'antagoniste au muscle droit de cette membrane.

Ne pourroit-on pas aussi attribuër cette varieté au plaisir de combattre ce que j'ay voulu établir ? Mais quel sera le succés de son entreprise ? Car je vais démontrer encore, que sa seconde explication qu'il nous donne des mouvemens opposez de la prunelle par le moyen de ses deux muscles antagonistes, n'est pas plus vraïe que la premiere qu'il nous a donnée par un seul.

Enfin on pourroit bien imaginer, dit M. de la Hire, *un autre muscle de peu d'épaisseur, couché sur le premier, dont les fibres seroient circulaires, & qui luy serviroit d'antagoniste. Car les fibres circulaires de ce muscle venant à s'écarter l'une de l'autre suivant leur plan, fermeroient la prunelle, l'action de l'autre muscle ayant cessé; & c'est ce sentiment qui me paroît le plus naturel, & que je suis plus volontiers.*

Qu'il est à craindre pour cet ingenieux Méchanicien, que ce second sentiment ne paroisse à tout autre qu'à luy, contre nature, & tout aussi contraire à la dilatation & au retrécissement de la prunelle que le premier, pour peu qu'on fasse d'attention aux observations suivantes, qui en vont faire connoître la fausseté.

Pour défendre son second sentiment supposé sans preuves, M. de la Hire soûtient, qu'*entre deux muscles qui sont*

antagonistes l'un de l'autre, le plus fort l'emportera toûjours, lorsqu'il n'y aura aucune détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre; d'où il suit, dit-il, *que si celuy qui dilate la prunelle est le plus fort, comme il paroît, on jugera que l'état naturel de la prunelle est d'être dilatée.*

Avant que d'examiner, si par le moyen de ces deux muscles antagonistes M. de la Hire nous explique plus solidement les mouvemens contraires de la prunelle, qu'il n'a fait par un seul, montrons-lui auparavant, que l'experience détruit visiblement sa Proposition, & que la conséquence qu'il en tire, est certainement fausse.

En effet l'experience nous enseigne, que de deux muscles antagonistes, le plus fort ne peut jamais l'emporter sur le plus foible, lorsqu'il n'y a aucune détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre; parce qu'ils sont alors sans action, & également relâchez par leur ressort, qui ne fait que les mettre en repos sans les racourcir, ni les allonger au-delà de leur étenduë naturelle; delà vient que les membres demeurent entre la flexion & l'extension parfaites; situation que les Anatomistes appellent par cette raison, figure moïenne; parce qu'en cet état, les muscles ne sont ni étendus, ni racourcis, comme ils sont lorsqu'ils agissent alternativement.

Quand donc il arrive que de deux muscles antagonistes, l'un l'emporte sur l'autre, ce ne peut être que parce que les esprits animaux coulant dans un extenseur, ils le racourcissent en le gonflant, & obligent le flechisseur dans lequel ils n'entrent pas, à s'allonger en se retrecissant; parce que la puissance de ces esprits l'emporte sur la force du ressort de ces deux muscles, qui se trouve trop foible pour résister à leur impétuosité. Ainsi lorsqu'il n'y a aucune détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre des deux muscles antagonistes de l'iris, il est constant que le plus fort ne peut point l'emporter sur le plus foible par son ressort; donc la prunelle doit tenir dans son état naturel, le milieu entre son rétrecissement & sa dilatation. D'où je conclus que la Proposition de

M. de la Hire, & la conséquence qu'il en tire, sont trés certainement fausses.

Pour démontrer encore cette verité, & la faire entendre à ceux mêmes qui n'ont aucune connoissance d'anatomie, je vais me servir d'un exemple qui peut être conçû de tout le monde. Qu'on prenne deux cordes d'égale longueur; mais dont la grosseur de l'une soit double de celle de l'autre. Si on les attache dans une situation opposée aux extrémitez d'une baguette droite, mais flexible, sans les forcer, ni les étendre l'une plus que l'autre, l'on verra que la plus grosse ne pourra jamais l'emporter sur la plus menuë, tant qu'il n'y aura point de détermination particuliere ni pour l'une ni pour l'autre; mais que la plus petite l'emportera toûjours sur la plus grosse, quand il arrivera à la plus menuë une détermination particuliere. La preuve en est facile à faire.

Qu'on imbibe d'eau la plus foible, l'on verra que cette corde moüillée venant à s'enfler, s'accourcira & fera plier la baguette de son côté, qu'elle l'emportera sur la plus forte, & la contraindra de s'alonger. Ensuite l'on remarquera que l'eau renfermée dans la plus menuë, se dissipant avec le temps, ces deux cordes reprendront leur premiere longueur, & redeviendront égales par leur vertu élastique, & que la baguette se redressera, sans que la plus grosse corde la fasse plier de son côté, ni l'emporte sur la plus menuë. D'où il suit évidemment, que des deux muscles antagonistes de l'iris supposez par M. de la Hire, le plus fort ne peut pas l'emporter sur le plus foible par son ressort, tant qu'il n'y a point de détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre; parce que leur ressort ne peut les remettre l'un & l'autre, que dans leur étenduë propre. Donc la prunelle ne peut pas être dilatée dans son état naturel; c'est ce que je vais lui démontrer par son propre raisonnement. Car s'il étoit vray que les fibres musculeuses de l'iris s'alongeassent par leur ressort, comme il le croit, il est certain, le muscle droit étant de son aveu même plus fort que son muscle circulaire,

que la prunelle devroit être resserrée dans son état naturel; puisqu'il soûtient qu'entre deux muscles, qui sont antagonistes l'un de l'autre, le plus fort l'emportera toûjours sur le plus foible par son ressort, lorsqu'il n'y aura aucune détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre.

Qui auroit pû penser qu'un si habile homme qui a donné au Public un excellent Traité de Mechanique, pût tomber dans un paralogisme si évident, si l'on ne sçavoit que les plus grands esprits ne sont pas incapables d'inadvertance?

Examinons maintenant, si par le moïen de ces deux muscles antagonistes, M. de la Hire nous explique plus clairement les différens mouvemens de la prunelle qu'il n'a fait par un seul.

Puisque ni dans l'une ni dans l'autre de ses explications il n'établit aucune cause du raccourcissement des fibres musculeuses de l'Iris, l'on peut croire, sans crainte de se tromper, qu'il ne reconnoît point les esprits animaux pour principe de leur action, ce que j'ay prouvé par les deux passages de sa Critique que j'ay rapportez. Il n'a donc donné à l'Iris un muscle circulaire pour servir d'antagoniste à son muscle droit, qu'afin de nous expliquer la dilatation & le retrecissement de la prunelle par le moïen de ces deux prétendus muscles antagonistes, agissant l'un aprés l'autre par leur seul ressort, ce qu'il n'a pas pû faire par le seul muscle droit. Mais faisons-lui voir par l'effet naturel du ressort même, que la prunelle ne pourroit jamais se dilater dans cette hypothese, parce qu'outre qu'il est certain que l'effet propre du ressort est de retenir tous les corps en repos, il n'y a point de Mechanicien qui ne sçache que de deux ressorts inégaux en force, agissant l'un contre l'autre, le plus fort l'emporte toûjours sur le plus foible. Donc puisqu'il reconnoît que le muscle droit de l'Iris est plus fort que son muscle circulaire, il doit convenir que le ressort du muscle droit doit en l'allongeant tenir toûjours la pru-

nelle fermée, elle ne pourra donc jamais s'ouvrir dans ce systême ; ainsi il lui étoit inutile d'imaginer un muscle circulaire pour la fermer, puisque le ressort de celui-cy est plus foible que celui de l'autre.

Et quand bien même il supposeroit ces deux muscles de l'Iris égaux en force, il ne pourroit pas encore par cette supposition nous expliquer ni la dilatation, ni le retrecissement de la prunelle par leur vertu élastique ; car il est constant que quand deux ressorts parfaitement égaux en force agissent l'un contre l'autre, ils restent sans effet, parcequ'ils ne peuvent pas se surmonter l'un l'autre : d'où il suit que la prunelle resteroit toûjours sans mouvement, si les ressorts des muscles antagonistes de l'Iris étoient égaux en force.

Bien plus, j'ose soûtenir que si malgré l'impossibilité, le ressort des fibres du muscle droit de l'Iris, que M. de la Hire dit être le plus fort, pouvoit ceder à celui de son muscle circulaire, qui lui paroît le plus foible ; j'ose, dis-je, soûtenir qu'en ce cas-là même, son muscle circulaire qu'il destine au retrecissement de la prunelle, devroit tout au contraire servir à sa dilatation : en voici la preuve.

Si les fibres de l'Iris s'allongent par leur ressort, comme le prétend M. de la Hire, il doit convenir qu'il doit faire le même effet dans toutes ; d'où il suit évidemment que les fibres circulaires de l'Iris s'allongeant par leur vertu élastique, formeront de plus grands cercles qu'elles ne font quand les fibres droites de l'Iris tiennent la prunelle resserrée par leur ressort, parce qu'alors ces fibres circulaires sont plus proche de son centre. Donc ces fibres circulaires en décrivant de plus grands cercles quand elles s'en éloignent, doivent servir à ouvrir la prunelle & non pas à la fermer, comme il se l'imagine ; ainsi ces deux muscles de l'Iris seroient antagonistes.

Mais s'il prétend que les fibres circulaires de l'Iris resserrent la prunelle par leur vertu élastique, & que les fibres droites s'allongent par leur ressort, ce qu'il soû-

tient positivement; il est clair que le ressort doit produire dans les deux muscles de l'Iris deux effets tout contraires, qui se termineront neanmoins à une seule & même fin; car en même temps que les fibres droites seront allongées par leur ressort, les fibres circulaires seront raccourcies par le leur: donc en ce cas-cy ces deux muscles prétendus antagonistes seront congeneres, parceque l'un & l'autre serviront au seul retrecissement de la prunelle: donc son ouverture ne pourra point se dilater. Cependant il est visible que la prunelle s'ouvre si-tôt que l'œil est exposé à l'ombre? Que M. de la Hire nous fasse donc connoître la cause qui surmonte la résistance du ressort des deux muscles de l'Iris joints ensemble pour fermer la prunelle. Car ce que je trouve de plus surprenant dans les deux explications qu'il nous a données des mouvemens contraires ou opposez de cette membrane, c'est qu'aprés avoir avancé que les fibres musculeuses de l'Iris sont allongées par leur ressort, il ne s'est nullement expliqué sur la cause de leur raccourcissement. Il faut neanmoins de toute necessité qu'il y en ait une de cet effet, parce qu'autrement les muscles de l'Iris n'auroient jamais d'action, leur ressort ne pouvant servir qu'à les maintenir dans leur relaxation, qui est leur état naturel dans lequel il les retiendroit toûjours, si une cause plus puissante que lui ne les retiroit de leur repos pour les remettre en mouvement. Or M. de la Hire n'aïant point établi de cause de leur raccourcissement dans toute sa Critique, on peut dire que la seconde explication qu'il nous a donnée des mouvemens opposez de l'Iris par le moïen de ces deux muscles antagonistes, agissant par leur ressort, n'est pas moins fausse que la premiere qu'il nous a d'abord proposée par un seul. C'est ce que la suite de ce discours va faire connoître encore plus évidemment.

On me demandera peut-être pourquoy dans sa Critique il ne nous dit point quelle est la cause du raccourcissement des fibres musculeuses de l'Iris, qu'il ne peut pas ignorer. S'il m'est permis de hazarder sur son silence une

une conjecture, voici autant que j'en puis juger la raison la plus vrai-semblable qu'on en puisse rendre : c'est que la connoissance qu'il nous auroit donnée de la cause du raccourcissement des fibres de l'Iris, suivant son systême de leur allongement par leur ressort, auroit rompu les mesures qu'il avoit prises pour détruire mon opinion, & auroit fait voir trop clairement le peu de fondement de sa critique. Car ayant établi pour principe de l'allongement des fibres de l'Iris leur ressort, & ne pouvant pas par ce ressort même nous expliquer leur raccourcissement sans tomber dans une absurdité trop évidente, il auroit fallu pour l'éviter qu'il eût eu necessairement recours aux esprits animaux pour rendre raison de la contraction des fibres de l'Iris. C'est ce qu'il n'a eu garde de faire, parcequ'il sçait bien que ces esprits ne peuvent pas être la cause de leur raccourcissement. C'est ce que je vais prouver par une consequence tirée directement de deux passages de sa Dissertation sur les differens accidens de la vûë, dans lesquels il reconnoît que les nerfs sont des tuyaux qui portent les esprits aux muscles pour les mettre en action, en les retirant du repos où leur ressort les réduit.

Premier passage. *Il faut*, dit M. de la Hire, *que chacune de ces fibres du nerf optique soit un tuyau qui contienne des esprits, quoique sa grosseur ne soit que de la soixante-quatriéme partie de celle d'un filet de ver à soye.* Pag. 257.

Second passage. *Quand on a*, ajoûte-t-il, *tenu long-tems le bras ou la jambe dans une posture contrainte, le pied & la main deviennent engourdis; & si ces parties demeurent long-tems dans une même disposition, on sent dans cet engourdissement des élancemens, comme si on piquoit la chair en differens endroits. Il est facile de juger que ces accidens viennent de ce que le cours des esprits étant interrompu dans les nerfs, & coulant ensuite par reprises & secousses, nous fait sentir dans les chairs ces piqueures violentes.* Pag. 265.

Or puisque M. de la Hire reconnoît que l'interruption du cours des esprits animaux dans les nerfs est la cause

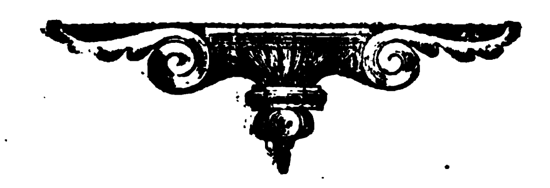
de l'engourdiſſement du pied & de la main qui les prive de mouvement, il faut qu'il convienne que l'action de leurs muſcles dépend de l'influence de ces eſprits, puiſque ſi-tôt qu'ils viennent à recouler par les nerfs dans ces muſcles, ils rentrent en mouvement comme ils faiſoient avant l'interception des eſprits animaux. Donc puiſqu'aprés l'extinction de ces eſprits les fibres du muſcle droit de l'Iris, qui eſt le ſeul muſcle qu'on puiſſe découvrir dans cette membrane, s'accourciſſent & tiennent la prunelle tout à fait dilatée aprés la mort, il eſt viſible que leur raccourciſſement dépend de leur vertu élaſtique; leur allongement ne ſçauroit donc dépendre pendant la vie d'autre cauſe que de l'influence des eſprits animaux, ce qu'il n'a pas pû ignorer; car ſuppoſé qu'il eût oublié ces deux paſſages de ſa Diſſertation ſi propres à détruire ſon opinion & à ſoûtenir la mienne, il ſçait bien que mon hypotheſe eſt fondée ſur ces deux obſervations qu'il n'a pû ne pas voir dans mon Memoire, puiſqu'il fait le ſujet de ſa critique : ma conjecture eſt donc fondée ſur une raiſon qui paroît évidente. Si M. de la Hire ne veut pas ſe rendre à cette démonſtration, tâchons de le convaincre par cet autre raiſonnement ſoûtenu de ces deux principes tirez de ſa Diſſertation & de ſa Critique.

Suppoſons avec lui que les deux muſcles antagoniſtes de l'Iris exiſtent, que leurs fibres s'allongent par leur reſſort alternativement, & que tour à tour elles ſe raccourciſſent par l'influence des eſprits animaux, & examinons quels effets pourront produire ces deux muſcles. Pour peu qu'on y faſſe d'attention, il n'y a point de Phyſicien qui ne reconnoiſſe qu'il ſuit évidemment de ces deux ſuppoſitions, que les fibres droites de l'Iris doivent s'allonger par leur reſſort, pendant que ſes fibres circulaires ſeront raccourcies par les eſprits animaux; qu'ainſi les unes & les autres ſerviront en même tems par ces moïens tous differens à reſſerrer la prunelle.

Il en ſera de même pour la dilater; car pendant que

ces fibres droites de l'Iris se raccourciront par le moïen des esprits animaux pour l'élargir, les fibres circulaires s'allongeront par leur ressort & produiront le même effet, ce qui est certainement faux ; car il est constant que la nature ne se sert que d'un seul moïen pour chaque action de l'Iris. En voici une preuve convaincante.

Les esprits animaux s'éteignent en mourant, & la prunelle se dilate ; ainsi il est clair qu'il n'y a que le ressort seul qui en raccourcissant les fibres droites de l'Iris, puisse servir à la dilatation de la prunelle : elle se resserre au contraire pendant la vie, les yeux étant exposez à la lumiere. Il est donc visible aussi qu'il n'y a que les seuls esprits animaux qui puissent en allongeant ces mêmes fibres être la cause de son rétrécissement ; donc la nature ne se sert que d'un seul moïen pour chacun de ces effets. D'où je conclus enfin que la seconde explication que nous donne M. de la Hire des mouvemens opposez de l'Iris par ses deux muscles antagonistes allongez par leur ressort & raccourcis par les esprits animaux, est tout aussi peu vraie que la premiere qu'il nous a donnée d'abord par un seul muscle, quoiqu'il nous dise dans sa Critique : *C'est ce sentiment qui me paroît le plus naturel, & que je suis plus volontiers.*



REMARQUES

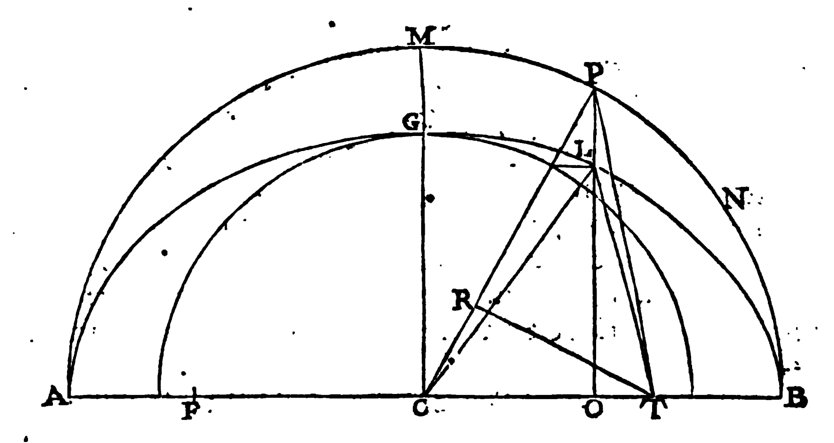
Sur le mouvement des Planetes, & principalement sur celui de la Lune.

PAR M. DE LA HIRE.

1710. 18. Juin.

LA methode dont Kepler s'est servi pour determiner l'Equation du centre des Planetes, comme nous l'appellons, m'a toûjours paru la plus vrai-semblable par rapport aux mouvemens des corps dans un liquide. Car il est assez naturel que si un liquide se meut autour d'un point fixe lequel ne soit pas au centre de son mouvement, ou au centre de l'espace dans lequel il est renfermé, il doit se mouvoir plus vîte dans l'endroit le plus étroit que dans celui qui est plus large. C'est aussi ce que nous observons dans les Planetes qui vont plus vîte dans leur Perihelie & Perigée que dans leur Aphelie & Apogée. Mais de plus on peut croire par la même raison que la matiere liquide parcourt des espaces égaux en des tems égaux autour de ce point excentrique à son mouvement, puisqu'elle y est emportée d'un mouvement continu & uniforme. C'est sur ce principe que Kepler détermine les mouvemens des Planetes dans des Ellipses, en considerant que le point fixe autour duquel se meut le liquide est un des foyers de cette Ellipse, & que les Planetes étant en équilibre dans ce liquide sont entraînées du même mouvement que le liquide. Il avoit déterminé que la figure de l'orbite des Planetes étoit Elliptique, en faisant une analyse exacte des mouvemens de Mars sur les observations de Tycho, comme il le rapporte fort au long dans le Livre qu'il a donné des mouvemens de cette Planete. Je ne considere icy le mouvement du liquide que dans un plan qui passe par son centre, ce qui suffit pour mon sujet.

Si nous supposons donc qu'en des tems égaux la matiere du liquide parcourre des superficies Elliptiques égales autour de son foyer, ces espaces égaux mesureront les moyens mouvemens des Planetes; & en commençant ce mouvement au grand axe de l'Ellipse que Kepler appelle la ligne des *Apsides*, on aura les angles que cet axe fera avec les lignes menées du foyer à la Planete dans ses differentes positions sur son orbite Elliptique, qui mesureront les vrais mouvemens de cette Planete par rapport aux moyens qui seront mesurez par les superficies Elliptiques comprises entre cet axe & les mêmes lignes menées du foyer à la Planete; & enfin la difference entre les angles du vrai mouvement, & les angles qui auront entr'eux même raison que les espaces Elliptiques par rapport à la demi-Ellipse, est ce que nous appellons *l'Equation du centre* pour les angles du moyen mouvement. Kepler la composoit de deux équations separées, l'une Physique & l'autre Optique. Voici de quelle maniere on en peut faire facilement le calcul dans cette hypothese.



Soit la ligne *ACB* le grand axe de l'Ellipse *AGLB* & son petit axe *CG*, & l'un des foyers soit le point *T*. Soit la Planete en *L* sur son orbite Elliptique. Si du centre *C* de l'Ellipse & pour rayon *CB* on décrit le cercle *APB*,

& que par le point *L* on méne l'ordonnée *PLO* perpendiculaire à l'axe *AB*; & ayant tiré le rayon *CP*, on aura par les proprietés de l'Ellipse *PO* | *LO* || *CB* ou *CM* | *CG*. Mais aussi l'on sçait que le segment circulaire *OPB* est au segment Elliptique *OLB* || *PO* | *LO* ou || *CB* | *CG*; c'est-pourquoy si l'on méne aussi *PT*, le triangle *TPO* étant au triangle *TLO* || *PO* | *LO*; il s'ensuit que le triligne circulaire *TPB* sera | triligne Elliptique *TLB* || *PO* | *LO* || *CB* | *CG*.

Enfin il s'ensuit aussi que le triangle *CPT* | triangle *CLT* || *PO* | *LO*; & par consequent il y aura même raison du secteur de cercle *CPB* au secteur d'Ellipse *CLB* || *CB* | *CG* ou || *PO* | *LO*, ou enfin || tout le demi-cercle *BMA* | la demi-Ellipse *BGA*, & par consequent aussi le triligne circulaire *BTP* sera | demi-cercle *BMA* || le triligne Elliptique *TLB* | demi-Ellipse *BGA*; on pourra donc se servir du cercle au lieu de l'Ellipse pour déterminer les moyens mouvemens.

Pour faire donc ce calcul & pour déterminer un triligne *BPT* par rapport à tout le demi-cercle *BMA*, je suppose d'abord toute la circonference *BMA* divisée en secondes ou en minutes, mais posons icy en minutes pour cet exemple, laquelle en contiendra 10800′, & cherchant la valeur du rayon *CA* dans ces minutes par le rapport de la circonference au rayon qui est 355 à 113, on trouvera le rayon de $3437'\frac{3}{4}$; & posant un arc *BP* à volonté comme de 45° ou de 2700′, il est certain que le produit de 2700′ par les minutes de la moitié du rayon donneront la valeur du secteur *BPC* en quarrés de ces minutes; ce qui n'est pas necessaire de trouver, comme on va voir.

Posons maintenant l'excentricité *CT* qui est la distance entre le centre *C* de l'Ellipse & son foyer *T* de $218\frac{1}{10}$ de ces mêmes minutes comme nous le trouverons dans la suite pour la Lune; si du point *T* nous abaissons la perpendiculaire *TR* sur *CP*, dans le triangle rectangle *CTR* dont on connoît l'angle *TCR* de 45° comme on l'a don-

né, & le côté *CT*, nous trouverons *TR* en valeur de ces mêmes minutes de $134' \frac{1}{10}$, lesquelles étant aussi multipliées par la moitié du rayon, donneront la superficie du triangle *CTP* qu'il faut ôter du secteur *BCP*; mais comme ces deux superficies ont une hauteur commune qui est la moitié du rayon, il suffira d'ôter des minutes de l'arc *BP* le nombre des minutes de *TR*, pour avoir un arc comme *BN* dont le secteur *BCN* sera égal au triligne *BTP*; & par conséquent aussi l'arc *BN* aura même raison à la circonference *BMA* que le triligne *BTP* a au demi-cercle *BMA*, ou que le triligne *BTL* à la demi-Ellipse *BGA*; cet arc *BN* détermine donc le moyen mouvement l'astre étant en *L* & l'angle *BTL* sera le vray mouvement ou l'apparent qui luy répond.

Mais il sera facile d'avoir l'angle *BTL*, car on a *CB* | *CG* || *PO* qui est le sinus de l'arc *BP* qu'on a pris d'abord | *LO*: on a aussi *CT* qui est l'excentricité de la Planete, laquelle doit être connuë dans les parties du Rayon & *CO* est le sinus de complement de l'arc *BP*; donc dans le triangle *TOL* rectangle en *O* on trouvera l'angle *OTL* qui peut être l'angle cherché du vray mouvement ou bien son suplément *BTL* comme dans cette figure.

Appliquons maintenant cette forme de calcul à la Lune. Nous avons par les Observations la distance de la Terre à la Lune dans son Apogée, comme je l'ay marquée dans ma Table, 18 de 6356 centiémes du demi-diametre de la Terre, & dans son Perigée de 5597 des mêmes parties; & par conséquent le grand axe *AB* de l'Ellipse sera de 11953 de ces parties: mais la distance *FT* des foyers doit être de 759 qui est la difference de ces deux nombres, & dont la moitié $379\frac{1}{2}$ est l'excentricité *CT*; & le demi-grand axe de l'Ellipse qui est *CB* sera de $5976\frac{1}{2}$.

Ensuite puisque *GT* doit être égale à *CB*, on trouvera *CG* de $5964\frac{1}{2}$ de ces mêmes parties centiémes dans la résolution du triangle rectangle *CTG*, dont on connoît les deux côtés *CT*, *GT* avec l'angle droit. On trouve aussi par la même résolution l'angle *CGT* de $3^{\circ}\, 38'\, 27''$.

On aura donc le raport de *CB* ou *CM* à *CG* comme $5976\frac{1}{2}$ à $5964\frac{1}{2}$, lequel doit servir pour tous les points de cette Ellipse. Mais il faut encore connoître *CT* en minutes de la circonference du cercle qui doit aussi servir pour tous les points de l'Ellipse.

On a déja le raport de *CB* à *CT* comme $5976\frac{1}{2}$ à $379\frac{1}{2}$; mais on a trouvé *CB* en minutes de $3437'\frac{3}{4}$, on trouvera donc *CT* de $218'\frac{1}{10}$, comme on l'a posé cy-devant.

C'est sur ces positions que nous avons trouvé *TR* pour le point *P* de $134'\frac{3}{10}$, lesquelles étant ôtées des minutes de *BP* qui son 2700', il nous restera *BN* de $2565'\frac{7}{10}$, ou bien $42° 45' 42''$ de moyen mouvement depuis le Perigée en *B*, ou bien $4^s\ 27° 14' 18''$ d'anomalie moyenne; il ne reste donc plus qu'à trouver l'angle *CTL* qui est le vrai répondant à ce moyen.

On a le rayon du cercle | $5976\frac{1}{2}$ || Sinus de l'arc *BP* | *PO* dans les mêmes parties de ce rayon, & || Sinus de complément de l'arc *BP* | *CO* dans ces mêmes parties; on trouve donc pour *PO* 4226, & comme le sinus de complément de 45° est le même que le sinus droit, on aura aussi *CO* de 4226.

Mais nous avons trouvé cy-dessus le rapport de *CM* à *CG*, & celui de *PO* à *LO* est le même; d'où l'on aura *LO* de $4217\frac{1}{2}$, mais *CT* est $379\frac{1}{2}$ des mêmes parties, & *CO* dans le cas proposé de 4226, donc *OT* est de $3846\frac{1}{2}$.

Et enfin si l'on fait comme *OT* | *LO* || rayon | à la tangente de l'angle *OTL* qu'on trouve de $47° 38' 15''$, qui est dans ce cas l'angle *BTL* à cause que *CO* est plus grande que *CT*, & son supplément l'angle *ATL* sera $132° 21' 45''$, ou $4^s\ 12° 21' 45''$ pour le vrai lieu de la Lune ou d'anomalie égalée; & par consequent la difference des deux anomalies sera $4° 52' 33''$ qui est l'équation du centre, ce qui est tres-éloigné de Kepler dans ce point d'anomalie moyenne; car on n'y trouve par ses Tables que $3° 32'$. Aussi dans la moyenne distance la Lune étant en *G*, l'Equation du centre seroit l'angle *TGF*, qui est double de l'angle *TGC* que nous avons trouvé cy-dessus de

de 3° 38′ 27″, ce qui la feroit de 7° 16′ 54″, laquelle par toutes les obſervations & le conſentement de tous les Aſtronomes & même par Kepler, ne peut être tout au plus que de 5°.

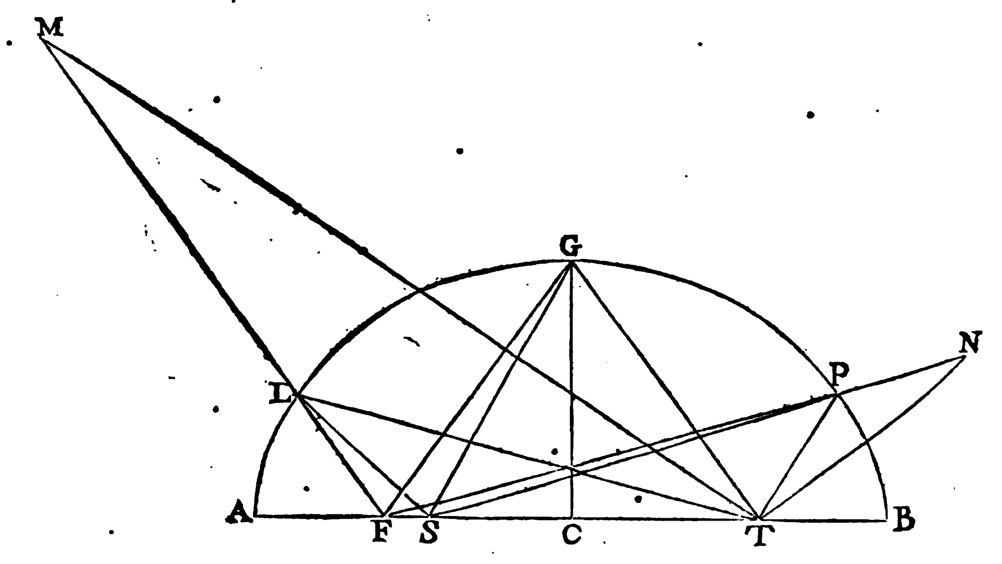
Cette grande difference de 7° 16′ 54″ à 5°, ne vient que de ce que Kepler a fait l'excentricité *CT* de la Lune, de 4362 parties ſeulement dont le rayon de l'orbite elliptique ou la moitié du grand axe eſt de 100000 parties, ce qui étant réduit en centiémes parties du demi-diametre de la Terre qui eſt de 5976 $\frac{1}{2}$ comme les obſervations nous l'ont donné, l'excentricité ne ſeroit que de 260 $\frac{7}{10}$, au lieu de 379 $\frac{1}{2}$ que nous avons trouvé par les obſervations.

L'hypothêſe de Kepler, quoique trés vrai-ſemblable, ne peut donc pas ſe ſoûtenir pour la Lune; & il y a grande apparence qu'elle ne conviendroit pas mieux aux autres Planetes, ſi l'on pouvoit déterminer leur excentricité par obſervation comme on a fait celle de la Lune; mais les Aſtronomes ſe ſont contentés de chercher ſur l'axe d'une Ellipſe dans laquelle ils ſuppoſoient que ſe faiſoit leur mouvement, deux points autour de l'un deſquels ſe faiſoit le moyen mouvement, & autour de l'autre le vray; & ils ont ſuppoſé que ces points en étoient les foyers, ils y ont employé au moins trois obſervations, & je donnai autrefois dans les Journaux la Solution de ce Problême d'une maniere trés-ſimple, à l'occaſion de ce que l'on avoit publié en Angleterre une maniere de la trouver par la rencontre de deux hyperboles. Cette proprieté de l'Ellipſe eſt inſerée dans mon Traité des Sections Coniques, Livre 8. Propoſition 25.

C'eſt ſur cette hypothêſe des deux foyers d'une Ellipſe, autour deſquels ſe font le moyen & le vray mouvement des Planetes quoique ſans aucun fondement phyſique, que pluſieurs Aſtronomes modernes ont calculé l'équation du centre des Planetes; mais on n'y trouvera pas mieux ſon compte pour la Lune que par l'hypothêſe de Kepler en poſant la diſtance des foyers telle que l'obſer-

vation nous la donne; & pour en faire une qui s'accorde en quelque façon aux apparences, il faut la poser beaucoup plus petite que celle-là.

Cependant on ne peut pas faire des suppositions contraires à la verité, & il faut necessairement retenir la position du foyer *T* où est la terre sur l'axe de l'Ellipse au lieu où nous l'avons déterminé. Mais comme je ne vois rien qui nous engage à placer l'autre point autour duquel se fait le moyen mouvement, sur l'autre foyer *F*; j'ai pensé que ce point pouvoit être en quelqu'autre endroit sur l'axe comme en *S*, & il sera facile de déterminer la place de ce point *S* si l'on donne la plus grande équation du centre comme de 4° 59′ dans la moyenne distance de la Lune à la Terre.



Car *TG* & *FG* étant égales à *CB*, nous avons trouvé cy-dessus l'angle *TGC* de 3° 38′ 27″ & *CTG* ou *CFG* de 86° 21′ 33″; & puisque nous posons l'angle *TGS* de 4° 59′, nous aurons donc l'angle *TSG* de 88° 39′ 27″. C'est-pourquoy dans la résolution du triangle *TGS* nous aurons le côté *TS* de 519 dont *TF* est de 759 des mêmes centiémes du demi-diametre de la Terre, & par conséquent *FS* sera 240 des mêmes parties.

Posons maintenant la Lune en quelque point *L* sur son orbite ; ensorte que l'angle *AFL* soit par exemple de 45° ; si l'on prolonge *FL* jusqu'en *M*, ensorte que *FM* soit égale à *AB*, & ayant mené *TM*, on aura dans le triangle *TMF* les deux côtés *FT*, *FM*, & l'angle compris *TFM* de 135°. Donc par la résolution de ce triangle on aura l'angle *FMT* ou son égal *LTM* à cause de l'Ellipse, de 2° 27′ 36″, & l'angle *TLF* qui en est le double, de 4° 55′ 12″, qui seroit l'équation du centre pour 45°, si le moyen mouvement se faisoit autour du foyer *F*, mais cette équation est beaucoup plus grande qu'il ne faut. On trouve donc aussi l'angle *MTF* de 42° 32′ 24″ ; & par conséquent l'angle *FTL* sera de 40° 4′ 48″ qui est l'angle du vray mouvement de la Lune en *L* depuis son Apogée en *A*. Mais aussi dans le triangle *TLF* dont on connoît l'angle *FTL* de 40° 4′ 48″, & l'angle *TFL* de 135° : & par conséquent l'angle *TLF* de 4° 55′ 12″ avec le côté *FT* de 759, on trouvera la grandeur *FL* de 5698 ; d'où il suit qu'on aura *TL* de 6255.

Maintenant il faut connoître l'angle *ASL*. Dans le triangle *TLS* on a l'angle *FTL* de 40° 4′ 48″, le côté *TL* de 6255, le côté *TS* de 519, & par la Trigonometrie on trouvera l'angle *TSL* de 136° 39′ 20″, & l'angle *ASL* qui est son Suplement de 43° 20′ 40″, qui est celuy du moyen mouvement la Lune étant en *L* ; & par conséquent pour ce moyen mouvement qui est aussi l'Anomalie moyenne de 1ˢ 13° 20′ 40″, sa difference au vray mouvement sera l'équation du centre de 3° 15′ 52″. Cette équation du centre pour ce degré d'Anomalie moyenne sera de deux minutes environ plus petite que celle de Kepler.

Mais comme c'est dans les Octans que l'équation du centre est la plus sensible suivant les differentes hypothêses, voyons ce que nous donnera ce même calcul, en posant la Lune en *P* sur son orbite, & supposant l'angle *AFP* de 135°, & par conséquent *TFP* de 45°.

Ayant prolongé *FP* en *N* & *FN* étant égale à *AB*,

on aura auſſi *TP* égale à *PN* par les proprietés de l'Elipſe : c'eſt-pourquoy dans le triangle *FNT* dont on connoît les deux côtés *FN* & *FT* avec l'angle compris *TFN* de 45°, on trouvera l'angle *FNT* de 2° 41′ 30″ ou ſon égal *PTN*, & l'angle *FTN* de 132° 18′ 30″ ; c'eſt-pourquoy on aura l'angle *FTP* de 129° 37′ 0″, qui ſera celuy du vray mouvement, la Lune étant en *P*.

Mais dans le triangle *FPT* dont on aura l'angle *FPT* de 5° 23′ 0″ qui eſt le double de *FNT* avec l'angle *TFP* de 45° ; & par conſéquent l'angle reſtant *FTP* de 129° 37′ 0″ comme on l'a déja trouvé, on trouvera les côtés *TP* de $5720\frac{1}{2}$ & *FP* de $6232\frac{1}{2}$.

Maintenant dans le triangle *TSP* on connoît le côté *TP* de $5720\frac{1}{2}$, le côté *TS* de 519 & l'angle compris *PTS* de 129° 37′ 0″, on trouvera donc l'angle *TSP* de 46° 36′ 12″, & ſon ſuplément l'angle *ASP* de 133° 23′ 48″, ou bien 4ˢ 13° 23′ 48″ pour l'Anomalie moyenne de la Lune en *P*, dont la difference à l'angle *ATP* du vray lieu de 129° 37′ 0″ ſera 3° 46′ 48″ pour l'équation du centre répondante au moyen. Kepler donne pour ce degré d'Anomalie moyenne la même équation à quelques ſecondes prés.

Si l'on juge que l'équation du centre telle qu'elle eſt dans Kepler, puiſſe ſervir à rendre les apparences de la Lune quoiqu'elle ſoit fondée ſur une fauſſe excentricité, celle que je propoſe icy qui eſt établie ſur la vraye y pourra ſuffire : mais cette excentricité de la Lune ou ſa diſtance à la Terre *T* dont elle eſt tirée dans l'Apogée en *A* & dans le Perigée en *B*, n'eſt pas toûjours la même, & elle n'eſt comme elle a été poſée cy-devant, que lorſque l'Apogée ou le Perigée de la Lune eſt joint au Soleil ; car lorſque le Soleil eſt éloigné de l'Apogée ou du Perigée de trois Signes, la Lune dans ſon Perigée ſe trouve plus éloignée de la Terre de 172 centiémes du demi-diametre de la Terre, qu'elle n'étoit lorſque l'Apogée ou le Perigée ſont en conjonction au Soleil, quoyque dans ce cas d'éloignement de trois Signes, elle ſoit toûjours à la même diſtance de la Terre étant dans ſon Apogée que

dans le premier cas, comme on le voit par ma Table 23: ainsi pour ce cas ou pour cette disposition de l'orbite de la Lune par raport au Soleil, cette orbite doit être differente de celle du premier cas, & elle doit changer peu à peu à proportion que son Apogée ou son Perigée se rapproche de la conjonction au Soleil.

Dans ce cas du plus grand éloignement de la Lune à la Terre dans son Perigée, tout l'axe entier *AB* de son orbite Elliptique sera donc de 12125 centiémes du demi-diametre de la Terre; mais *TB* sera de 5769 & l'excentricité *CT* de $293\frac{1}{2}$.

Si l'on pose maintenant pour ce cas l'angle *AFL* de 45°, & par conséquent *TFM* sera de 135°, on aura dans le triangle *FMT* les deux côtés, *MF* de 12125 & *FT* de 587 avec l'angle compris *TFM* de 135°, on trouvera par la résolution de ce triangle l'angle *FMT* ou son égal *MFL* de 1° 53′ 43″, & l'angle *MTF* de 43° 6′ 17″. Mais l'angle *FLT* de 3° 47′ 26″ qui est double de *FMT*, sera l'équation du centre pour le moyen *AFL* de 45°; & l'angle du vray sera *ATL* de 41° 12′ 34″. Cette équation du centre est plus grande que celle de Kepler de plus de 23′, ce qui ne peut pas servir.

Aussi si l'on cherche l'angle *TGF* dans la moyenne distance la Lune étant en *G* dans ce cas; on aura dans le triangle rectangle *CTG* le côté *TG* de $6062\frac{1}{2}$ & le côté *CT* qui est l'excentricité, de $293\frac{1}{2}$, d'où l'on trouvera l'angle *TGC* de 2° 46′ 30″ & son double *TGF* feroit l'équation du centre dans ce point. Mais cette équation est trop grande & elle ne peut être tout au plus que de 4° 59′ 0″ comme on l'a posée cy-devant, mais Kepler la fait de 5°; il faudroit donc chercher aussi dans ce cas un point *S* autour duquel se feroit le moyen mouvement, comme nous avons fait pour l'autre cas que nous avons examiné d'abord.

Pour trouver ce point *S* nous aurons dans le triangle *TGS*, l'angle *TGS* de 4° 59′ 0″. Nous aurons aussi l'angle *GTS* de 37° 13′ 30″ qui est le complement de l'angle *TGC*

que nous avons trouvé cy-devant de 2° 46′ 30″; & par conséquent l'angle *TSG* suplément de ces deux angles sera aussi connu de 87° 47′ 30″; & de plus nous avons le côté *TG* de 6062½, c'est-pourquoy nous trouverons *TS* de 527 & *FS* sera de 60.

Si nous posons donc maintenant la Lune en *L* & l'angle *AFL* de 45° comme nous avons fait d'abord, nous trouverons de même l'angle *FLT* de 3° 47′ 26″. Mais dans le triangle *TLF* dont on a le côté *TF* de 587 avec l'angle *TLF* de 3° 47′ 26″, & de plus l'angle *TFL* de 135; & par conséquent aussi leur suplément l'angle *FTL* de 41° 12′ 34″. D'où nous trouverons le côté *FL* de 5850 & par conséquent *TL* à cause de l'Ellipse de 6275.

Mais dans le triangle *TLS* on a le côté *TS* de 527, l'angle *STL* de 41° 12′ 34″, & le côté *TL* de 6275, c'est pourquoy on trouvera l'angle *TSL* de 135° 24′ 37′ dont le suplément 44° 35′ 23″ sera l'angle *ASL* du moyen mouvement, ou 1ˢ 14° 35′ 23″ d'Anomalie moyenne & l'angle *ATL* du vray de 41° 12′ 34″, ou 1ˢ 11° 12′ 34″, & leur difference *SLT* de 3° 22′ 49″ sera l'équation du centre pour ce degré d'Anomalie moyenne; cette équation s'accorde avec Kepler, quoique sa plus grande équation soit de 5° & celle sur laquelle nous venons de calculer ne soit que de 4° 59′, mais la difference de 1′ ne peut faire qu'environ 40″ dans ce point.

Maintenant si l'on pose aussi la Lune en *P*, & que l'angle *AFP* soit de 135° ou *TFP* de 45°; dans le triangle *FNT* on a le côté *FN* égal à *AB* de 12125, le côté *FT* de 587 & l'angle compris *TFN* de 45°; on trouvera l'angle *FTN* de 132° 58′ 12″, & l'angle *TNF* de 2° 1′ 48″ & son double l'angle *FPT* de 4° 3′ 36″, & aussi l'angle *FTP* de 130° 56′ 24″ du vray mouvement.

Deplus dans le triangle *FTP* on a l'angle *FPT* de 4° 3′ 36″, le côté *TF* de 587 & l'angle *TFP* de 45°, on trouvera donc le côté *TP* de 5862½.

Enfin dans le triangle *TPS* on a le côté *TP* de 5862½, le côté *TS* de 527 & l'angle compris *FTP* de 130° 56′ 24″.

On trouvera donc l'angle *TSP* de 44° 23′ 28″, & son suplément l'angle *ASP* de 135° 36′ 32″, ou l'Anomalie moyenne 4ˢ 15° 36′ 32″, la Lune étant en *P* dont l'équation du centre sera 3° 40′ 8″ qui est l'angle *TPS* l'équation de Kepler dans ce point est de 2′ plus petite quoiqu'elle dût être un peu plus grande.

On voit par ces calculs qu'il n'y auroit pas grande difference entre l'équation du centre de la Lune de Kepler & celle qu'on trouveroit par la méthode que je propose. qui est fondée sur son excentricité observée, supposé que son orbite fût Elliptique, ce qui ne peut pas être fort éloigné de la verité; & si l'on faisoit deux Tables pour les deux cas extrêmes d'excentricité dont nous venons de parler, on pourroit prendre une équation par parties proportionelles entre deux suivant la distance de l'Apogée ou du Perigée de la Lune au Soleil, ou bien au moins en faire une de correction à l'équation du centre trouvée dans le premier cas où l'Apogée ou bien le Perigée de la Lune est joint au Soleil. Cette Table de correction d'équation du centre conviendroit à ma Table 23 de correction des diametres &c. de la Lune, ce qui me sembleroit plus commode. Mais enfin quand on aura pris toutes ces précautions on ne peut point encore s'assurer de la verité, puisqu'on connoît que les mouvemens de la Lune sont si compliqués & qu'il y a tant de causes qui y concourrent, qu'on ne pourra pas facilement les démêler les unes d'avec les autres pour les réduire en regle. Ceux qui ne connoissent pas toutes ces difficultés, sont surpris de voir que les calculs des Eclipses s'écartent quelquefois de l'observation de plusieurs minutes; mais ils devroient plûtôt admirer qu'on soit parvenu à des prédictions si justes, puisque 4 ou 5 minutes de degré d'erreur dans la position de la Lune, en peuvent faire assez souvent une de 10 ou 12 minutes de tems dans les Eclipses, & une seule minute de difference dans la latitude en peut apporter une beaucoup plus grande à proportion & principalement dans les petites Eclipses, sans y faire en-

trer des causes physiques fort irrégulieres qui peuvent avoir grande part dans les Eclipses de Lune.

Pour ce qui est des Planetes, leurs mouvemens ne peuvent jamais être si composés que ceux de la Lune, puisqu'ils dépendent seulement du Soleil autour duquel ils se meuvent. On doit penser qu'il en sera de même des Satellites de Jupiter & de Saturne comme de la Lune, lesquels tournent autour de ces Planetes comme la Lune autour de la terre; mais à cause que ces Planetes sont beaucoup plus éloignées du Soleil que la Terre, les alterations que le Soleil peut causer aux mouvemens de ces Satellites, seront moins grandes & moins sensibles que dans la Lune; ensorte que si dans quelqu'aspect de la Lune au Soleil on doit luy faire une correction de plusieurs minutes, il n'en faudra peut-être qu'une dans un Satellite par la même cause; cependant quelle que soit cette correction, elle doit paroître vûë de la Terre, dans leurs Eclipses faites par l'ombre de leur Planete à trés peu prés comme si nous étions dans ces Planetes.



INSECTE

INSECTE DES LIMAÇONS.

PAR M. DE REAUMUR.

1710.
9. Juillet.

ON peut réduire à deux genres toutes les especes d'animaux dont on a parlé jusques-ici, ausquels un autre animal sert de monde: Ou ces Insectes vivent sur la surface exterieure du corps de quelque animal, tels sont les poux que l'on voit sur les quadrupedes, les oiseaux, & même sur diverses autres especes d'insectes, comme sur les mouches, frelons, scarabés &c. ou ces insectes vivent dans le cors de quelqu'autre animal, & l'on peut ranger sous ce dernier genre toutes les especes de vers, que la disection a fait découvrir dans les corps de diverses sortes d'animaux.

Le nouvel Insecte que j'ai observé sur les Limaçons, ne peut être compris sous aucun de ces deux genres, parce qu'il a quelque chose de commun à l'un & à l'autre: car tantôt il habite la surface exterieure d'une des parties du corps du Limaçon, tantôt il va se cacher dans les intestins de cet animal.

On sçait, que l'on entend par collier du Limaçon, cette partie qui entoure son cou; que ce collier a beaucoup d'épaisseur, & que c'est presque la seule épaisseur de ce collier que l'on apperçoit, lorsque le Limaçon s'est tellement retiré dans sa coquille, qu'il ne laisse voir ni sa tête ni son empâtement; & c'est de quoy la figure 1re peut retracer l'idée. L'espace triangulaire marqué par *B*, situé au milieu de l'ouverture de la coquille, est un reste de l'empâtement de l'animal, qui est entouré de tous côtez par l'épaisseur du collier. C'est sur cette partie du collier que l'on voit les Insectes dont je parle. Ils sont mar-

qués dans la même figure par les lettres *CCCC* &c. ou plûtôt par les lignes ponctuées, qui partant de ces lettres vont se terminer à ces petits animaux. Ils ne sont jamais plus aisé à observer, que lorsque le Limaçon est ainsi entierement renfermé dans sa coquille, quoiqu'on puisse les remarquer dans diverses autres circonstances. Les yeux seuls, sans être aidés du secours du microscope, les apperçoivent d'une maniere trés sensible. Mais ils ne les voïent gueres en repos, ils marchent presque continuellement, & avec une extrême vitesse, ce qui leur est assez particulier, car le mouvement de ces sortes d'Insectes est ordinairement lent.

Quelque petits que soient ces animaux, il ne leur est pas possible d'aller sur la surface superieure du corps du Limaçon, la coquille est trop exactement appliquée dessus. Mais en revanche ils ont bien d'autres païs où ils peuvent voïager. Le Limaçon leur en permet l'entrée toutes les fois qu'il ouvre son anus. Cet anus est aussi placé dans l'épaisseur du collier, la lettre *A* va le marquer dans la fig. 1re par une ligne ponctuée; cette figure le represente fermé : mais il n'arrive guere que le Limaçon sorte de sa coquille sans l'ouvrir, & il l'ouvre même souvent dans d'autres circonstances. On le peut voir ouvert, cet anus, dans la fig. 2e. il y est aussi marqué par la lettre *A*. Il semble que ces petits Insectes attendent avec impatience ce moment favorable qui leur donne une vaste entrée dans les intestins du Limaçon. Du moins ne sont-ils pas long-tems à profiter de l'occasion qui se présente d'y aller. Ils s'approchent du bord du trou, & s'enfoncent aussi-tôt dedans, en marchant le long de ses parois. De sorte qu'on ne voit plus au bout de quelques instans sur le collier aucuns des petits animaux qu'on y observoit. La lettre *D* marque dans la figure 2e quelques-uns de ces poux prêts à entrer dans l'intestin par l'ouverture de l'anus.

L'empressement qu'ils ont à aller dans les intestins du Limaçon, semble indiquer que c'est-là le séjour qu'ils aiment le mieux. Comment les voit-on donc sur le collier?

peut-être n'y sont-ils jamais que contre leur gré, les mouvemens continuels qu'ils se donnent alors en paroissent une preuve. Mais le Limaçon les oblige d'aller s'y loger toutes les fois qu'il fait sortir ses excremens; car ces excremens occupant à peu prés toute la largeur de l'intestin, chassent en avançant tout ce qui se présente en leur chemin. De sorte que lorsqu'ils arrivent au bord de l'anus, les petits insectes sont contraints d'aller sur le collier; & comme cette operation du Limaçon dure quelque tems, ils se promenent pendant ce tems-là sur le collier, d'où ils ne peuvent pas rentrer quand il leur plaît dans les intestins, parce que le Limaçon leur en a souvent fermé la porte, pendant qu'ils parcouroient le collier.

Au reste on peut observer tout ce que je viens de dire sur toutes les especes de Limaçons, quoique plus communément sur les gros Limaçons des jardins qui sont representez dans les fig. 1re & 2e; mais il est assez singulier, qu'il y ait certaines especes de Limaçons, chez lesquelles on peut découvrir ces Insectes jusques au milieu même de leurs intestins. Telle est sur tout la petite espece de Limaçon qu'on voit ici dans les fig. 3e & 4e. Ce qui caracterise cette espece, est un couvercle marqué *O*, d'une matiere aussi solide que celle de la coquille, par le moyen duquel l'animal se renferme de tous côtez, quand il le veut, comme font les Limaçons de mer; au lieu que le collier des Limaçons terrestres ordinaires est découvert, comme dans les fig. 1re & 2e, excepté dans l'hiver & dans certains tems secs, où ils bouchent l'ouverture de leur coquille avec une bave qui prend en séchant quelque consistence; mais ce couvercle n'est jamais adherant au corps de l'animal comme celui dont je parle, & ne lui est pas comparable aussi par sa solidité. Si l'on casse la coquille d'un de ces petits Limaçons autour de l'endroit marqué *E* fig. 3e, & qu'on laisse ainsi à découvert la peau de l'animal, comme elle l'est dans la fig. 4e. On a souvent le plaisir d'appercevoir ces insectes dans le corps même du Limaçon, la transparence de ses peaux en donne la facilité;

de sorte qu'on distingue ces poux alors, soit qu'ils soient en repos, soit qu'ils courent, comme si on les regardoit au travers d'une glace. La lettre *C* marque deux Insectes vûs aux travers des peaux de ce Limaçon.

Quoiqu'on trouve ces Insectes sur toutes les especes de Limaçons, il ne faut pas les y chercher indifferemment en tout tems, on en découvre rarement pendant les tems pluvieux; de sorte que pour ne se point donner la peine d'observer inutilement, il ne faut examiner les Limaçons qu'aprés une secheresse; apparemment qu'elle est propre à faire éclore ces insectes, ou peut-être aussi qu'elle empêche la destruction de ceux qui sont déja formez. Lorsque la terre est fort humide le corps du Limaçon est abreuvé d'une grande quantité d'eau, qui s'échape ensuite beaucoup plus visqueuse au travers du collier & de l'empatement du Limaçon, sur lesquels elle compose differentes goutes de liqueurs. Or il n'est pas une de ces goutes qui ne suffise pour faire perir plusieurs de ces Insectes. Ce n'est pas qu'ils ayent à craindre d'être submergez dedans comme dans une espece de petite mer, cette liqueur est pour eux un corps veritablement solide, mais chaque goute peut être à leur égard ce que la ruïne d'un bâtiment est au nôtre, je veux dire qu'elle peut les accabler par son poids lorsque les mouvemens du Limaçon font couler une de ces goutes d'un endroit à un autre.

Mais quoiqu'il en soit, il est certain comme je viens de le dire, que la secheresse contribuë fort à leur formation. Il n'en faut d'autres preuves que le fait suivant que j'ai repeté un grand nombre de fois. Aïant ramassé des Limaçons dans des tems humides, & aprés un examen exact n'aïant pû découvrir chez eux aucun de ces Insectes, je les ai mis dans des vases, dans lesquels ils ne pouvoient reparer la perte de l'humeur aqueuse qui s'évapore continuellement. Au bout de quelque tems j'ai regardé de nouveau les mêmes Limaçons, sur lesquels j'ai toûjours vû plusieurs de ces Insectes. J'en pouvois quelquefois compter plus de vingt sur le même animal. On

ne sçauroit au reste déterminer précisement le tems qu'il faut pour les appercevoir ainsi. J'en ai quelquefois vû au bout de 5 à 6 jours, mais je ne les ai jamais gardé trois semaines sans qu'ils en eussent une grande quantité.

Le corps seul du Limaçon est un terrain convenable à ces Insectes. On ne les voit jamais sur sa coquille; & si on use de force pour les obliger d'y aller, ils ne sont pas long-tems aprés qu'on leur a rendu la liberté, sans regagner le collier dont on les a chassés.

A la vûë simple, ils paroissent communément d'une couleur trés blanche; quelques-uns des plus gros cependant paroissent d'un blanc sale, & quelques-autres d'un blanc dans lequel on auroit mêlé une trés-legere teinture de rouge.

Un bon microscope est necessaire pour appercevoir nettement leurs differentes parties. Il les fait voir telles qu'elles sont representées dans les fig. 5e & 6e, dans la 1re desquelles ils sont dessinés vûs par dessus, & dans l'autre vûs par dessous. La lettre *T* marque leur trompe, dans l'une & l'autre fig. Il n'en paroît pourtant qu'une partie dans la 5e, mais on y peut observer comment elle se recourbe en dessous. Ils s'en servent apparemment à succer le limaçon. Elle est placée cette trompe au milieu de deux petites cornes *CC*, trés-mobiles non-seulement de haut en bas, de droit à gauche, comme celles de la plûpart des Insectes, mais encore en elle-même en s'allongeant & se racourcissant comme celle des Limaçons; aussi arrive-t-il qu'on considere souvent ce petit animal sans appercevoir ces cornes.

Son corps est divisé en six anneaux, & la partie anterieure à laquelle sont jointes la trompe & les cornes. Il a quatre jambes de chaque côté; les deux premieres de chaque côté sont articulées à la partie anterieure, & les deux autres au premier anneau. La 2e & la 3e sont attachées plus loin l'une de l'autre que la 1re ne l'est de la seconde, & la troisiéme de la quatriéme. Ces jambes sont garnies de grands poils, elles paroissent terminées par

trois ou quatre pointes, à peu prés comme le feroient les jambes de diverses especes de scarabés, ausquelles on auroit ôté la derniere articulation, qui est terminée par deux petits crochets.

Leur dos est élevé par raport aux côtez, mais arrondi; les côtez le sont aussi; ils ont chacun trois ou quatre grands poils. Leur anus est aussi entouré de quatre à cinq poils d'une pareille longueur, mais on n'en voit point sur le ventre.

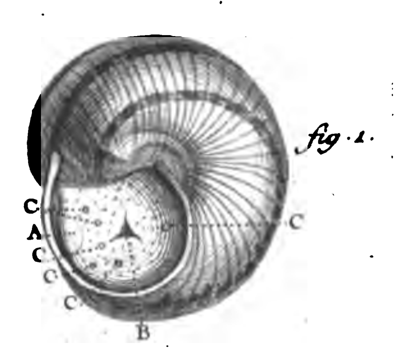
OBSERVATION DU PASSAGE DE JUPITER

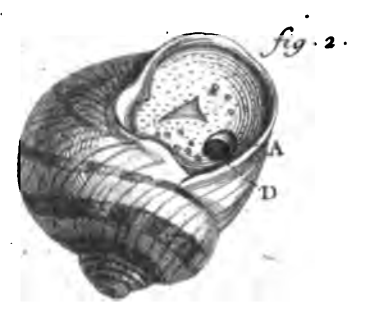
Proche de l'Etoile qui est dans le front du Scorpion, comparée avec une semblable Observation faite en 1627.

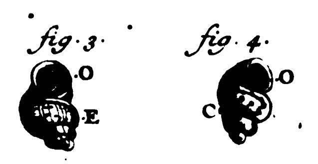
PAR M. MARALDI.

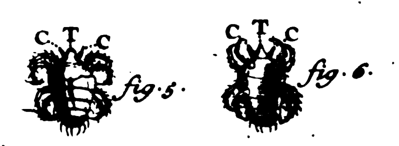
1710. 5. Juillet.

LEs Etoiles fixes ont toûjours été d'un grand usage pour déterminer la situation des Planetes. Les anciens Astronomes qui n'avoient pas de moïens faciles pour comparer les Planetes à l'Ecliptique qui n'est point visible, observoient la trace qu'elles décrivoient par leur mouvement propre à l'égard des Etoiles fixes, & étoient attentifs à remarquer leur passage proche de quelques-uns de ces termes visibles. Nous avons plusieurs de ces Observations avec le nom des Etoiles proche desquelles diverses Planetes ont été observées, aussi-bien que les circonstances des temps dont les plus anciennes sont de prés de deux mille ans. Cette méthode de déterminer la situation des Planetes est simple & facile, & elle peut avoir servi à découvrir les regles de leurs mouvemens, leurs directions & leurs retrogradations avant l'invention des instrumens. Elle est aussi exacte étant exempte des









P. F. Giffart sculp.

erreurs ausquelles sont sujetes les déterminations faites par le moïen des armilles qui étoient en usage parmi les Anciens, à cause des difficultez qu'il y avoit non-seulement à les construire exactement, mais à les poser dans leur veritable situation, & du mouvement qu'il falloit leur donner afin qu'elles suivissent celui du premier mobile.

C'est donc avec raison que les Modernes dans le besoin qu'ils ont des observations anciennes pour trouver les regles des mouvemens des Planetes, se fondent sur ces sortes de déterminations & les préferent à toutes les autres faites par d'autres méthodes. Elles ont encore cet avantage, qu'on peut rectifier par des observations modernes la situation des Etoiles fixes, & connoître par ce moïen la situation des Planetes à l'égard de l'Ecliptique avec plus de précision que celle qu'on avoit par les observations anciennes; ce qui ne se peut pas faire à l'égard des observations faites par d'autres manieres.

Quoique l'Astronomie moderne ait des méthodes de trouver exactement le lieu des Planetes à l'égard de l'Ecliptique sans le secours des Etoiles fixes, nous ne laissons pas de les emploïer dans cette détermination toutes les fois qu'il s'en presente l'occasion, à cause des commoditez & des avantages que nous y trouvons, & que nous avons indiqué en partie dans les Memoires de l'Academie de 1704.

Vers la fin d'Avril & le commencement de May de cette année 1710, Jupiter aïant passé proche de l'Etoile de la seconde grandeur qui est dans le front du Scorpion, nous avons observé ce passage autant que le temps l'a pû permettre.

Nous commençâmes ces observations le 23 du mois d'Avril lorsque Jupiter étoit environ un demi-degré plus oriental que l'Etoile, proche laquelle il devoit se trouver quatre jours aprés avec une fort petite difference de latitude Septentrionale; mais les nuages ne nous permirent de le voir que le 29 Avril, quand par son mouvement retrograde il étoit déja plus occidental, & que la

difference de leurs aſcenſions droites étoit de 9 minutes & demi, avec une difference de déclinaiſon ſeptentrionale de preſque quatre minutes. Nonobſtant cette diſtance qu'on détermina par les obſervations faites par le moyen des fils qui ſont au foyer de la lunete, l'Etoile ſe confondoit encore dans les raïons de Jupiter; de ſorte qu'on avoit de la peine à la diſtinguer à la vûë ſimple un peu plus à l'Orient; ce qui fait voir avec quel degré de préciſion on peut avoir ces conjonctions obſervées à la vûë ſimple avant l'invention de la lunete. Cette Etoile qui à la vûë paroît ſimple, étant regardée avec la lunete eſt compoſée de deux Etoiles inégales entr'elles & éloignées l'une de l'autre de deux diametres de la plus grande.

Depuis le 29 Avril nous avons continué pendant pluſieurs jours les obſervations en déterminant les differences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon entre l'Etoile & la Planete, par le moïen des fils qui ſe croiſent à angles de 45 degrez au foïer d'une lunette de 8 pieds montée ſur la machine parallatique. Voici le détail d'une de ces obſervations.

Le 23 Avril l'Etoile fixe qui étoit plus occidentale parcourant un fil, arriva à $11^h\ 13'\ 28''$ à la commune interſection de ce fil avec un autre qui lui étoit perpendiculaire, & à $11^h\ 15'\ 28''$ Jupiter par ſon mouvement à l'Occident arriva à ce même fil perpendiculaire; de ſorte que la difference du paſſage entre une Etoile & l'autre fut de 2 minutes de temps, qui donnent 30' de difference d'aſcenſion droite, dont Jupiter étoit plus oriental. L'aſcenſion droite de l'Etoile pour cette année eſt $337^\circ\ 11'\ 40''$, donc celle de Jupiter ſera $337^\circ\ 41'\ 40''$. La difference du paſſage de l'Etoile entre le fil perpendiculaire & un des obliques fut de 17" de temps qui à cette déclinaiſon donnent $3'\ 50''$ d'un grand cercle pour la difference de declinaiſon, donc Jupiter étoit plus meridional. La déclinaiſon meridionale de l'Etoile pour cette année eſt $18^d\ 59'\ 5''$; donc la déclinaiſon meridionale de Jupiter étoit de $19^d\ 2'\ 55''$.

Par

Par la même méthode nous avons déterminé les differences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon, & calculé le lieu de Jupiter par rapport à l'Equinoxial & à l'Ecliptique, comme dans la Table ſuivante.

		Differences d'Aſc.dr.	Differences de Declin.	Aſcenſion droite.	Declinaiſ. merid.	Longitud.	Latitude Sept.
Le 23 Avril à	11h 15	30 0	3 50	237 41 40	19 2 55	♏ 29 34 20	1 4 20
Le 29	10 7	9 30	3 50	237 2 10	18 55 1	♏ 29 1 0	1 4 40
Le 30	10 24	16 30	5 20	236 55 10	18 53 45	♏ 28 54 10	1 5 0
Le 1 May	10 18	23 48	7 10	236 47 50	18 51 55	♏ 28 47 0	1 5 10
Le 3 May	11 22	37 40	10 0	236 34 0	18 49 5	♏ 28 33 40	1 5 0
Le 4 May	9 57	45 20	11 40	236 26 20	18 47 25	♏ 28 26 10	1 5 5
Le 5 May	10 16	52 30	13 5	236 19 10	18 46 0	♏ 28 19 10	1 5 0

En comparant la longitude de Jupiter du 29 Avril avec celle de l'Etoile, qui ſuivant nos obſervations eſt pour cette année en 29° 10′ 20″ du Scorpion, on trouve que ſa conjonction avec Jupiter eſt arrivée le 27 Avril, Jupiter aïant 1d 4′ 35″ de latitude ſeptentrionale, & étant une minute & demi plus ſeptentrional que l'Etoile, qui ſuivant nos obſervations a 1° 3′ 5″ de latitude ſeptentrionale.

Nous avons une Obſervation de Jupiter avec la même Etoile faite l'an 1627 par deux differens Aſtronomes. Maria Cunitia dans ſon Livre d'Aſtronomie, intitulé *Urania propitia*, rapporte celle qui fut faite par Elias à Leonibus ſon mari le 3 & le 6 de Mai de l'an 1627. Le 3 de May Gregorien à 3h 22′ du matin il trouva Jupiter 18 minutes plus oriental que l'Etoile, & la latitude de Jupiter ſi approchante de celle de l'Etoile, qu'elle ſembloit devoir être cachée dans leurs conjonctions. Aprés deux jours de temps couvert, le 6 May nouveau ſtile, à une heure du matin le même Obſervateur trouva Jupiter plus occidental que l'Etoile du quart de l'ouverture de la lunete avec laquelle il obſervoit. Cet intervalle donne 3 minutes & demie de difference de longitude, dont celle de Jupiter étoit plus petite. En ſuppoſant le lieu de l'Etoile en 27° 58′ ½ du Scorpion avec une latitude ſeptentrionale de 1d 5′, il trouva le lieu de Jupiter en 27d 55′ 0″ avec une latitude ſeptentrionale de 1° 3′. La même obſervation

fut faite à Leide par Hortensius le 25 Avril vieux stile à onze heures du soir, lequel trouva Jupiter plus occidental que l'étoile de 5 minutes; de sorte que la difference de longitude déterminée par ces deux Observateurs s'accorde à une minute & demie prés.

Entre la conjonction de 1627 & celle de cette année, il y a un intervalle de 83 ans moins huit jours. En 83 années le mouvement des Etoiles fixes a été un degré & dix minutes vers l'Orient; c'est-pourquoi la conjonction de cette année qui est arrivée par le mouvement retrograde de Jupiter, a anticipé d'autant le lieu du Zodiaque où arriva la conjonction de 1627.

Jupiter est retourné cette année à peu de minutes prés dans le même degré de longitude & dans la même configuration avec le Soleil, que celle qui arriva en pareil jour 5ᵉ May 1627. Voici le fondement de ce retour, avec la maniere facile de connoître la conformité ou la difference des hypothêses avec les observations.

Entre le 5ᵉ May 1627 & le 5ᵉ du même mois 1710 il y a un intervalle de 83 années, parmi lesquelles il y a 20 bissextiles. En 83 années, dont 20 sont bissextiles, le Soleil par son moïen mouvement retourne au même point de l'Ecliptique où il s'étoit trouvé dans l'époque, aïant fait un nombre entier de révolutions moins $5' 35''$; Mais à cause du mouvement de l'Apogée qui en 83 ans est de $1^d 25' 25''$, l'équation du Soleil étant plus grande de deux minutes dans l'observation de cette année, que dans celle de 1627, on aura le vrai lieu du Soleil plus avancé que le moïen de ces deux minutes; les aïant ôtés de $5' 35''$, retardement du Soleil à l'égard du même point, on aura $3' 35''$, dont le vrai lieu du Soleil sera moins avancé dans l'Ecliptique le 5ᵉ May de cette année qu'il étoit en pareil jour & pareille heure de l'année 1627.

Pour ce qui est de Jupiter. En 83 années dont 20 sont bissextiles, le moïen mouvement de cet astre outre un nombre de révolutions entieres, est de $4' 20''$, dont il est plus avancé qu'en 1627, mais le mouvement de l'Apo-

gée qui en 83 années est de deux degrez selon la suite des Signes, fait une variation dans les équations, qui étant de 10′ 30″, fait anticiper d'autant son vrai lieu à l'égard du moïen; les aïant ajoûtez aux 4′ 20″ qui est l'anticipation du moïen mouvement, on aura 14′ 50″, anticipation totale du lieu de Jupiter dans l'observation de cette année à l'égard du lieu qu'il avoit dans le même jour de l'année 1627.

Dans l'observation du 5ᵉ May 1627 à 10ʰ heures du soir, le lieu de Jupiter étoit en 27° 58′ 10″ du Scorpion, & en pareil jour & heure de cette année 1710 nous l'avons déterminé en 28 19′ 10″ du Scorpion; par les observations l'anticipation est donc dans cet intervalle de 20′, à cinq minutes prés de ce que donnent les hypothêses. Ce qui fait voir, qu'entre les hypothêses & les observations il y a autant de conformité que l'exactitude des observations le peuvent permettre.

Pour ce qui est de la latitude de Jupiter, celle qui résulte des observations de cette année est assez bien representée par la situation des nœuds & par l'inclinaison que nous avons établie dans les Memoires de l'Academie de 1706: il n'en est pas de même de la variation qui résulte de la comparaison de ces deux observations.

La latitude Septentrionale de l'Etoile, à l'égard de laquelle on détermina la situation de Jupiter, est supposée d'un degré & 5 minutes; mais par nos observations cette latitude se trouva seulement d'un degré & 3 minutes. Suivant le raport de Maria Cunitia, Jupiter vû avec la Lunette étoit éloigné de l'étoile le 3ᵉ May de 18 minutes vers l'Orient, & insensiblement plus bas; de sorte qu'elle paroissoit devoir être cachée par Jupiter. Aprés deux jours de temps couvert, c'est à dire le matin du 6 May, lorsque Jupiter avoit passé la conjonction & n'étoit éloigné de l'Etoile vers l'Occident que de 3 minutes, il est remarqué que Jupiter étoit un peu plus bas que l'étoile. Cependant dans le calcul que cette Sçavante donne de cette observation, elle dit que la distance de l'Etoile & de Jupiter

fut trouvée de 3 minutes & demi. Si nous nous arrêtons à la premiere détermination en supposant nôtre latitude de $1^d 3'$, la latitude de Jupiter résultera de 1^d & un peu moins de trois minutes; mais si nous supposons la seconde détermination, la latitude de Jupiter résulte un peu moins d'un degré.

De quelle de ces deux manieres differentes qu'on prenne la latitude de Jupiter, elle ne sçauroit être representée exactement par les hypothêses ordinaires du mouvement des nœuds; car en supposant la premiere détermination qui lui est plus conforme, il y a entre la détermination & les hypothêses une difference de latitude de plus de deux minutes, lesquels demanderoient dans l'intervalle de 83 ans un mouvement des nœuds de $1^d 53'$; ce qui seroit un degré & un tiers plus grand que celui que nous supposons. Mais il vaut mieux se tenir au mouvement des nœuds établi dans les Memoires de l'Academie de 1706, que de le tirer des observations éloignées seulement de 83 ans, parce qu'une petite erreur dans la latitude dans un si petit intervalle de temps, peut faire une grande difference dans le mouvement des nœuds.

Nous avons comparé par la même méthode deux autres observations faites dans le même degré du Zodiaque & éloignées entr'elles d'un intervalle de 83 années. La premiere est celle que fit Longomontan l'an 1607 le 27 Septembre à $11^h 10'$ aïant trouvé Jupiter en $4° 10'$ d'Aries. La seconde est celle que nous fîmes l'an 1690 le 26 Septembre, aïant déterminé le lieu de Jupiter en $4° 5'$ du même Signe. La difference entre ces deux observations n'étant que de $5'$, dont le lieu de Jupiter retarde dans la derniere observation à l'égard de la premiere. Entre une observation & l'autre il y a 83 années moins un jour, parmi lesquelles il y a 21 bissextiles, ce qui fait la même chose que s'il y avoit 83 années précises, dont 20 seroient bissextilles; par conséquent l'anticipation du moïen mouvement est $4' 16''$; mais à cause du mouvement de l'Aphelie de Jupiter la variation de l'équation

dans ces deux obſervations étant ſouſtrative de 12 minutes, fera retarder de 8 minutes le vrai lieu de Jupiter à l'égard de celui qu'il avoit dans l'obſervation de 1607. Par les obſervations ce retardement eſt de 5 minutes, la difference n'eſt donc que 3 minutes; ce qui confirme l'accord des hypothêſes avec les obſervations. Nous avons trouvé à peu prés le même accord dans la comparaiſon que nous avons faite de quelques autres obſervations de Longomontan avec les nôtres. Mais nous avons trouvé une plus grande difference dans l'obſervation de la Conjonction de Jupiter avec le cœur du Lion faite par M. Boüillaud l'an 1623, & comparée avec une autre que nous fîmes l'an 1706. Par le moyen des fils qui ſe croiſent au foïer de la Lunete le 17 Octobre à trois heures du matin, nous déterminâmes leur difference d'aſcenſion droite & de déclinaiſon, d'où nous trouvâmes leur conjonction en longitude à deux heures aprés midy du 17 Octobre, Jupiter étant en $25^d 46' 30''$ du Lion, avec une latitude ſeptentrionale de $0^d 44' 55''$.

Par ces obſervations & par d'autres faites avant cette conjonction, nous trouvons le lieu de Jupiter pour le 12 Octobre à 3^h aprés la minuit ſuivante, en $25^d 4' \frac{3}{4}$ du Lion. M. Boullaud l'avoit trouvé l'an 1623 le 12 Octobre à 17 heures aprés midy en $24^d 39' 35''$: la difference eſt de 24 minutes, au lieu de 9 que donnent les hypothêſes. Ce qui donne lieu de croire que l'obſervation du ſiecle paſſé a été faite à la vûë ſimple, les rayons de Jupiter dont le cœur du Lion étoit proche aïant pû cauſer cette variation. Il y a des obſervations exactes, il y en a d'autres qui n'ont pas la même préciſion. Il ne faut pas prétendre de les repreſenter toutes également bien par les hypothêſes; c'eſt à la prudence de ceux qui doivent les emploïer, de diſtinguer les unes des autres, & faire un choix des meilleures. Outre la facilité qu'il y a dans cette méthode de comparer les obſervations avec les hypothêſes, elle peut ſervir utilement à diriger ceux qui calculent des Ephemerides.

Au reste ce n'est pas sans sujet qu'on examine avec tant de soin & en tant de manieres differentes les mouvemens des Planetes, & principalement ceux de Jupiter. Outre les connoissances plus précises qu'on tire des mouvemens des Planetes, & qui meritent d'être sçûës, on est encore engagé dans cette recherche par l'utilité qui en résulte ; car il n'est pas possible de perfectionner la theorie des Satellites de Jupiter, qui sont d'un si grand usage dans la Geographie & dans la Navigation, sans connoître avec précision le mouvement de Jupiter, d'où dépend celui de ses Satellites.

REFLEXIONS

Sur les Observations du Flux & du Reflux de la Mer, faites à Dunquerque par M. Baert Professeur d'Hydrographie, pendant les années 1701 & 1702.

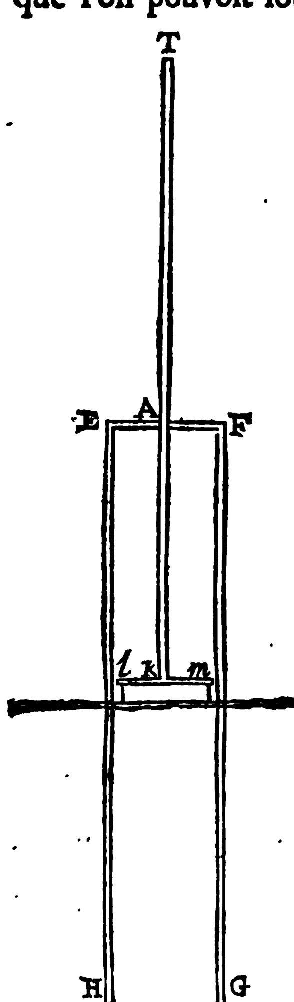
PAR M. CASSINI le fils.

1710. 12. Juillet.

LEs observations du Flux & du Reflux de la Mer étant d'une grande importance pour la sûreté de la Navigation & pour choisir les temps les plus propres pour entrer dans les Ports de l'Ocean ou pour en sortir ; étant d'ailleurs avantageux aux Sciences de connoître si elles ont quelque liaison avec les mouvemens de la Lune ; & si on peut trouver quelques regles des variations ausquelles elles sont sujettes ; l'Academie Royale des Sciences présenta un Memoire à Monsieur le Comte de Pontchartrain, pour qu'il lui plût ordonner qu'on fît dans quelques Ports de la France un Journal exact de ces sortes d'observations.

Ce Ministre qui est toûjours attentif à ce qui peut contribuer à la perfection des Sciences, donna ordre aux Professeurs d'Hydrographie entretenus par le Roy dans les Ports de l'Ocean, d'observer chacun dans leur dépar-

tement le flux & le reflux de la Mer. M. Baert Professeur d'Hydrographie à Dunquerque y fut chargé de ce soin; ce qu'il a executé avec toute l'attention & l'exactitude que l'on pouvoit souhaiter.



Il choisit pour faire ses observations un lieu dans le Parc de la Marine, où la Mer n'a d'autre mouvement remarquable que celui du flux & du reflux. Il fit construire à cet endroit une petite guerite, tant pour être à couvert des injures du temps que pour n'être point détourné dans ses observations; & il y plaça un tuyau quarré fixe *EFGH*, perpendiculaire à la surface de la Mer, composé de quatre planches, ouvert par le bas en *GH*, afin que l'eau y pût entrer librement & se mettre de niveau avec la mer, & fermé par le haut en *EF* par un couvercle *EAF* percé en *A* d'un trou de 14 lignes de diametre ou environ, par où passoit librement une regle de bois *TK* qui avoit à son extrémité inferieure une planchette *LM*, quarrée & un peu arrondie par les bords pour éviter le frottement. On avoit attaché sous cette planchette un liege de quatre pouces d'épaisseur qui nageoit sur la surface de l'eau, & faisoit élever ou abaisser la regle de bois *TK* à mesure que la marée montoit ou descendoit. Cette verge étoit divisée en pieds & en pouces, afin de pouvoir observer aisément l'accroissement ou la diminution de la marée qui faisoit hausser ou baisser la verge *TK* d'une égale quantité au dessus, ou au dessous du couvercle *EF*. On

obmet dans la deſcription de cette Machine diverſes circonſtances qui font voir la préciſion des obſervations de M. Baert & qui ſont rapportées au long dans une lettre qu'il a écrite au R. P. Gouye.

Il eſt à propos de remarquer, que toutes les meſures de la hauteur de la Mer ont été priſes à l'égard d'un point fixe qui eſt *de niveau avec le deſſus des Tablettes qui bordent le Quay proche l'Ecluſe du Baſſin, directement à la Montée du côté de la Citadelle qui eſt un endroit du Quay que la Mer ne ſurmonte jamais.* Il faut auſſi remarquer que l'alignement du Canal de Dunquerque eſt tourné au Nord-Oueſt quart de Nord; que ſa longueur depuis les Têtes des jettées proche la Rade juſqu'au lieu de l'obſervation, eſt de 1435 toiſes; que ſa largeur eſt de 36 toiſes à ſon embouchure, & de 16 toiſes à ſon plus étroit; & non-obſtant cette grande diſtance, on n'a trouvé aucune difference remarquable entre le temps de la haute Mer dans le Parc, & celui de la haute Mer vis à vis le Riſbanc, ce qu'on a eſſaïé par cinq fois differentes aux plus beaux jours de l'Eté par des horloges à minutes. Pour l'intelligence de ce que l'on dira dans la ſuite, il eſt à propos d'avertir qu'on appelle haute Mer lorſque le flux eſt monté à ſa plus grande hauteur, & baſſe Mer lorſque le reflux eſt deſcendu à ſa plus petite hauteur. On appelle auſſi les plus grandes Marées, celles où la haute Mer eſt le plus haut qu'il ſoit poſſible, & les plus petites Marées celles où la haute Mer eſt le plus bas qu'il ſoit poſſible.

Le Journal des Obſervations de la Marée de M. Baert commence au 24 Mars 1701, & finit au 31 May 1702. Il y a marqué preſque tous les jours dans le temps de la haute Mer & quelques heures avant & aprés, la hauteur de la Mer à l'égard du point fixe dont on a parlé cy-deſſus, *augmentant en nombre vers le bas, afin de trouver le rapport de toutes les hauteurs des Marées qu'il devoit obſerver.* Pour avoir le temps précis, il avoit tracé avec beaucoup de circonſpection une ligne meridienne pour regler de temps en temps les Horloges à minutes dont il ſe ſervoit.

voit. Il observoit à divers temps les heures & minutes ausquelles la Mer se trouvoit aux mêmes hauteurs tant en montant qu'en descendant; & il prenoit pour l'heure de la haute Mer le milieu entre le temps qui résulte de deux observations faites à la même hauteur le plus proche de la haute Mer, l'une avant & l'autre aprés; ce qu'il a jugé plus à propos de faire qu'à des distances plus éloignées, ayant remarqué par toutes les experiences, que la Mer descend avec un peu plus de lenteur qu'elle ne monte. Il a marqué aussi les vents & la temperature de l'air à chaque jour de ses observations.

A l'égard de l'irrégularité de la progression qu'on remarque dans la hauteur de la Marée, lorsqu'elle monte aussi-bien que lorsqu'elle descend, M. Baert n'ose déterminer, si les vents en sont la cause, ou si l'on peut supposer que la Mer est mûë par des vagues trés-éloignées entr'elles, & par d'autres qui s'entresuivent de prés. Pour ce qui est de son balancement de haut en bas & de bas en haut qu'on remarque à chaque haute Mer, il en croit la cause trés naturelle : car comme la Mer en s'avançant vers la Côte la trouve pour obstacle, elle peut surmonter un peu son niveau qui l'oblige aprés de retourner & faire ainsi des vibrations lentes prés du lieu où elle trouve quelque obstacle, qui ne peuvent être quelquefois apperçûës à cause des vents qui sont contraires.

Pour pouvoir comparer ensemble les observations de la haute Mer, & voir si on pourroit composer quelque regle plus certaine de leur irrégularité qu'on n'a eu jusqu'à present, M. Baert a dressé une Table où il a marqué jour par jour depuis le 24 Mars 1701 jusqu'au dernier May 1702, dans la 1re & 2e colomne la situation de la Lune en longitude & en latitude pour tous les jours à midy depuis le 24 Mars 1701 jusqu'au dernier May 1702. Dans la 3e, l'âge de la Lune au temps de la haute Mer. Dans la 4e, le temps de la haute Mer. Dans la 5e, la hauteur de l'eau sous le point fixe. Dans la 6e, le passage de la Lune par le Meridien: & dans la 7e & 8e, la situation du

vent, sa force & la disposition du temps.

En considerant d'abord les temps de la haute Mer observés à Dunquerque, on trouve que le jour des pleines Lunes la haute Mer y arrive vers le midy ; ce qui n'est pas si exact qu'il ne s'y trouve quelquefois une difference d'une heure entiere, comme on le remarque par 15 observations consécutives qui en ont été faites ; la haute Mer qui a le plus acceleré ayant été observée le 19 Juillet jour de la pleine Lune à $11^h\ 24'$ du matin, & celle qui a le plus retardé étant arrivée le 17 Septembre à $0^h\ 24'$ du soir, ce qui donne une variation d'une heure dans les temps des Marées pour le jour de la pleine Lune. Cette variation étant partagée en deux, on aura le temps moyen de la haute Mer à Dunquerque à $11^h\ 54'$ du matin, c'est à dire, un peu avant midy.

Pour établir quelque regle de cette variation du temps des Marées aux jours des pleines Lunes, il faut considerer que les retardemens de la Marée d'un jour à l'autre, ont quelque analogie avec le mouvement de la Lune, dont le passage par le Meridien retarde de 49 minutes ou environ d'un jour à l'autre. Suivant cette hypothêse, lorsque l'heure de la pleine Lune concourt avec l'heure de la haute Mer, il ne doit y avoir aucune anticipation ni retardement dans l'heure de la haute Mer. Mais lorsque la pleine Lune arrive le matin avant la haute Mer, alors le passage de la Lune par un cercle horaire retarde de deux minutes par heure à l'égard du Soleil ; il doit donc y avoir un pareil retardement dans l'heure de la haute Mer observée ; au contraire lorsque la pleine Lune arrive le soir aprés la haute Mer, alors la pleine Lune n'est pas encore dans son plein dans le temps de la haute mer, il doit donc y avoir quelque acceleration dans l'heure de la haute Mer observée.

En supposant cette acceleration ou retardement de 2 minutes par heure. On trouvera une regle pour déterminer à peu prés la variation des Marées aux jours des pleines Lunes.

Par exemple, le 19 Juillet de l'année 1701 la haute Mer eſt arrivée à 11^h 24′ du matin, qui eſt la plus grande acceleration que M. Baert ait obſervée, & la pleine Lune eſt marquée pour ce jour-là dans la Connoiſſance des Temps à 11^h 50′ du ſoir. La haute Mer a donc dû avancer d'environ 24 minutes qui étant retranchées de 11^h 54′ temps moyen des Marées à Dunquerque, donnent 11^h 30′ pour le temps de la haute Mer à 6 minutes prés de celle que l'on y a obſervée.

De même le 17 Septembre 1701, jour auquel on a obſervé le plus grand retardement de la Marée, la haute Mer eſt arrivée à 12^h 24′ & la pleine Lune à 5^h 56′ du matin. La haute Mer ſuivant la regle marquée cy-deſſus, a donc dû retarder de 12 minutes, qui étant ajoûtées à 11^h 54′ donnent 12^h 6′ pour le temps de la haute Mer à 18 minutes prés de celle qui a été obſervée.

Il eſt à remarquer, qu'au lieu que dans l'obſervation du 19 Juillet le vent étoit Nord un quart de Nord-Eſt petit vent, il étoit le 17 Septembre Sud beau frais dans le tems de la haute Mer, ce qui a pû contribuer au retardement de la Marée. Car les vagues de la Mer étant pouſſées par la Marée à la Côte de Dunquerque du Nord vers le Midy, leur mouvement a pû être retardé par le vent du Sud qui venant de la Terre faiſoit un effort contraire à celui de la Marée. Ayant conjecturé de cette obſervation, que les vents peuvent ſuivant leurs differentes directions cauſer quelques accelerations ou retardemens à la Marée; on a examiné l'obſervation qui a été faite à Dunquerque le 15 Novembre 1701 jour de la pleine Lune, le vent étant Sud eſt beau frais. Suivant la regle marquée cy-deſſus la pleine Lune étant arrivée à 5^h 4′ du ſoir, il faut retrancher 10 minutes de 11^h 54′ pour avoir le temps de la haute Mer à 11^h 44′ du matin, ſeize minutes plûtôt que ſuivant l'obſervation qui a été faite à 12^h 0′. Il y a donc eu dans cette obſervation, de même que dans celle du mois de Septembre, un retardement dans la Marée qu'on peut attribuer auſſi au vent

de Sud-Eſt qui eſt oppoſé au mouvement de la Marée. Au contraire dans la haute Mer du 12 Avril 1702 la pleine Lune arriva à 0^h 13′ du ſoir, & la haute Mer fut obſervée à 11^h 45′ du matin le vent étant Nord quart au Nord-Oueſt beau frais. Suivant la regle la haute Mer devoit arriver à 11^h 54′, c'eſt à dire 9 minutes plus tard qu'elle n'a été obſervée. Il y a donc eu dans cette obſervation une acceleration qu'on peut attribuer au vent de Nord-quart au Nord-Oueſt, qui étant directement oppoſé à la Côte concouroit avec la Marée pour la faire avancer plûtôt qu'elle n'auroit fait, ſi elle eût été privée de ce ſecours.

Dans les autres Marées qui ont été obſervées par M. Baert dans les pleines Lunes, les vents étoient ou foibles ou diſpoſez de ſorte qu'ils ne pouvoient contribuer ou s'oppoſer directement au mouvement de la Marée; ainſi on n'a pas eu égard à l'effet qu'ils ont pû produire ſur les Marées.

Si l'on compare de même les obſervations de la haute Mer faites à Dunquerque par M. Baert en 15 nouvelles Lunes conſécutives depuis le 8 Avril 1701 juſqu'au 26 May 1702. On trouvera que celle qui a le plus acceleré eſt arrivée le 29 Novembre 1701 à 11^h 20′ $\frac{1}{2}$ du matin, la nouvelle Lune étant marquée ce jour-là à 10^h 11′ *du ſoir*, & que celle qui a le plus retardé a été obſervée le 27 Avril 1702 à 0^h 47′ du ſoir, la nouvelle Lune étant arrivée ce jour-là à 3^h 54′ du matin. La difference entre le temps de ces deux marées étant partagée en deux, on aura le temps moyen de la haute Mer à Dunquerque à 12^h 4′ qui ne differe que de dix minutes du temps moyen des Marées dans les pleines Lunes.

Comme cette difference n'eſt pas ſenſible, on peut ſuppoſer que la haute Mer arrive à Dunquerque dans les nouvelles de même que dans les pleines Lunes à 11^h 54′ du matin; & ſe ſervant de la regle que l'on a preſcrite cy-deſſus pour déterminer la variation des Marées les jours des pleines Lunes, on aura l'heure de la haute Mer le 8 May

1701 à $12^h 15'$, à 20 minutes prés de celle qui a été obſervée, & l'heure de la haute Mer le 27 Avril 1701 à $12^h 30'$, à 37 minutes prés de l'obſervation; ce qui concilie en partie ces deux obſervations qui étoient éloignées l'une de l'autre de 1 heure & 26 minutes.

A l'égard des vents qui ſont marquez dans le temps de l'obſervation de la haute Mer dans les nouvelles Lunes, il ne paroît pas qu'ils contribuent à faire avancer ou retarder la haute Mer auſſi regulierement qu'on l'a remarqué dans les pleines Lunes, ce qui peut venir de ce qu'il y a pluſieurs cauſes compliquées enſemble qui contribuënt au mouvement de la Marée, dont il y en a peut-être quelques-unes qui ne nous ſont point aſſez connuës; outre qu'il eſt difficile de s'aſſurer de l'heure préciſe des Marées; le temps que la Mer étale, c'eſt à dire, qu'elle reſte dans ſa plus grande hauteur ſans hauſſer ou baiſſer ſenſiblement, étant à ce que remarque M. Baert, quelquefois de 12, 15, 20 ou 30 minutes.

Il eſt à remarquer que les Marées qui s'obſervent aux jours des nouvelles & pleines Lunes, ne ſont point les plus hautes Marées, mais qu'elles arrivent un, deux ou trois jours aprés, comme on le remarque par 30 obſervations qui en ont été faites, dont il n'y en a que deux où la plus haute Marée ſoit arrivée un jour avant la nouvelle Lune. Ainſi en prenant un milieu on peut ſuppoſer que la plus haute Marée arrive à Dunquerque deux jours aprés la nouvelle ou pleine Lune, comme M. Baert l'a remarqué.

On ſuppoſe ordinairement, que les plus grandes Marées arrivent dans les nouvelles & dans les pleines Lunes qui ſont prés des Equinoxes. Cependant par la comparaiſon des obſervations faites à Dunquerque, on voit que les plus grandes Marées ſont arrivées le 30 Novembre 1701, où la hauteur du point fixe a été obſervée un jour aprés la nouvelle Lune de 3 pieds 2 pouces; & le 27 & 28 Fevrier 1702 où on l'a trouvée de 3 pieds 3 pouces.

Il eſt vrai que l'on peut attribuer la grande hauteur de

ces deux Marées à quelque cauſe extraordinaire ; car le 29 Novembre 1701 jour de la nouvelle Lune, la haute Mer fut obſervée de 6 pieds 8 pouces au deſſous du point fixe qui eſt une des plus baſſes Marées qui ait été obſervée, & le jour ſuivant on la trouva de 3 pieds 2 pouces, qui eſt comme on l'a remarqué cy-deſſus la plus haute Marée qui ait été obſervée à Dunquerque. Il faiſoit ce jour-là & le précedent un trés grand vent Sud-Oueſt qui pourroit avoir refoulé le 29 Novembre jour de la nouvelle Lune les eaux de la Mer, & les empêcher de monter à leur hauteur ordinaire ; aprés quoy ces eaux revenant avec plus d'impetuoſité, auroient ſurmonté le jour ſuivant 30 Novembre leur état naturel, & fait pour ainſi dire, une eſpece de vibration ou balancement ; en effet on a remarqué, que le 1 Decembre la haute Mer fut obſervée de 4 pieds 2 pouces au deſſous du point fixe plus baſſe d'un pied que le jour précedent, & le 2 Decembre on l'obſerva de 3 pieds 11 pouces plus haute que le 1 Decembre, au lieu que ſuivant la regle ordinaire elle auroit dû toûjours diminuer de hauteur ; de ſorte qu'on peut ſuppoſer que cette eſpece de balancement alternatif cauſé par un vent violent de Sud-Oueſt a duré quatre jours.

On a remarqué à peu prés le même balancement dans l'obſervation du 27 & 28 Fevrier 1702 où la hauteur du point fixe au deſſus de la Mer fut obſervée de 3 pieds 3 pouces peu differente de celle du 29 Novembre 1701. Le 26 Fevrier jour de la nouvelle Lune la haute Mer fut obſervée 5 pieds 6 pouces au deſſous du point fixe par un grand vent Nord-Oueſt. Le 27 au matin le vent étoit Sud-Oueſt, & à 10^h il ſe mit au Nord-Oueſt, la haute Mer fut obſervée ce jour-là 3 pieds 3 pouces au deſſous du point fixe, plus haute de 2 pieds 3 pouces que le jour précedent. Elle fut obſervée le 28 à la même hauteur. Le 1 Mars la haute Mer fut trouvée plus baſſe de 2 pieds 7 pouces que le 28 Fevrier, & le 2 Mars elle fut obſervée plus haute que le 1 Mars d'environ un pied quoiqu'elle dût diminuer de hauteur ; ainſi il y a eu encore une eſpece de balan-

cement à la réserve qu'il n'y a point eu de variation entre la hauteur observée le 27 & le 28 Fevrier, ce qui peut venir de ce que le vent changea le 27 au matin de situation, ayant passé assez subitement du Sud-Est au Nord-Ouest.

On peut donc supposer avec assez de fondement, que les vents contribuent à augmenter ou diminuer la hauteur des Marées, de même qu'on a fait voir qu'ils peuvent y causer quelque acceleration ou retardement; & il y a apparence que la disposition du lit de la Mer & la situation des Côtes concourent aussi à produire les variations qu'on y remarque dont il est trés-difficile de donner des regles exactes.

Les plus grandes Marées qui suivent les nouvelles & pleines Lunes n'arrivant pas toûjours à Dunquerque vers les Equinoxes, on a consideré s'il n'y auroit pas quelque autre cause qui pût contribuer à les faire augmenter ou baisser, comme par exemple les diverses distances de la Lune à la Terre. Car si l'on suppose, comme il y a beaucoup d'apparence que la cause du flux & du reflux de la Mer vient de la pression de la Lune sur la matiere qui est entre la Lune & la Terre, il suit de-là que plus la Lune est éloignée de la Terre, moins cette pression est grande & la Marée par conséquent doit être plus basse. Au contraire plus la Lune est prés de la Terre plus la pression est grande & plus la Marée doit être élevée.

Suivant nôtre Theorie de la Lune qui represente assez exactement le mouvement de cette Planete & ses diverses distances à la Terre telles qu'on les observe par la variation apparente de son diametre; on suppose que lorsque le lieu du Soleil concourt avec le lieu de l'Apogée de la Lune, alors la Lune étant en conjonction est dans sa plus grande distance de la Terre, & au contraire dans sa plus petite distance lorsqu'elle est en opposition. Six mois aprés ou environ lorsque le Soleil est dans le Perigée de la Lune, alors la Lune est dans sa plus petite distance à la Terre dans les conjonctions, & dans sa plus

grande dans les oppositions ; & lorsque le Soleil est de côté & d'autre éloigné de 3 Signes de l'Apogée ou du Perigée de la Lune, alors la Lune est à égale distance de la Terre, soit qu'elle soit en conjonction ou en opposition.

Si l'on compare presentement les observations de M. Baert qui ont été faites lorsque le Soleil étoit prés de l'Apogée & du Perigée de la Lune ou vers les moyennes distances, on trouve que les grandes & petites Marées tant dans les nouvelles & pleines Lunes s'accordent aux diverses distances de la Lune à la Terre, & que lorsque le Soleil est dans les moyennes distances, alors la hauteur des Marées est à peu prés égale dans les conjonctions ou oppositions qui se suivent immédiatement.

Par exemple dans la pleine Lune qui est arrivée le 21 Mars 1701, le Soleil étoit prés de l'Apogée de la Lune ; sa distance à l'Apogée étant de $0^s 17^d 16'$. La Lune qui étoit alors en opposition étoit donc suivant nôtre Theorie prés de la Terre, & par conséquent la Marée devoit être haute. En effet on observa le 26 Mars deux jours aprés la pleine Lune la hauteur du point fixe sur le niveau de la Mer de 4 pieds 3 pouces qui est une des plus grandes marées qui aïent été observées.

Dans la nouvelle Lune suivante qui arriva le 8 Avril, la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune étant de $1^s 0^d 21'$, la Lune étoit alors plus éloignée de la Terre que dans l'opposition précedente ; d'où il suit que la Marée devoit être plus basse comme on l'observa en effet, la hauteur du point fixe sur le niveau de la Mer ayant été trouvée le 10 Avril de 5 pieds 8 pouces. Il est vray que suivant l'opinion commune, par laquelle on suppose que les plus grandes Marées arrivent prés des Equinoxes, la hauteur de la Marée devoit être plus grande le 26 Mars que le 10 Avril, mais par la même raison dans la pleine Lune suivante du 22 Avril la distance de l'Equinoxe étant plus grande la Marée auroit dû être plus petite que le 10 Avril, au lieu qu'elle fut observée le 24 Avril plus haute

de

de 1 pied 1 pouce que le 10 Avril, ce qui s'accorde à la ſituation de la Lune qui étoit plus éloignée de la Terre le 8 Avril que le 22. D'où l'on voit que les plus grandes & les plus petites Marées ont un plus grand rapport à l'éloignement de la Lune à la Terre, qu'aux diſtances du Soleil aux Equinoxes.

Pour faire cette comparaiſon avec plus de facilité, on a dreſſé la Table ſuivante, où l'on a marqué dans la premiere colomne les jours & heures des nouvelles & pleines Lunes; dans la 2e, le temps de la haute Mer obſervé à Dunquerque le jour des nouvelles & pleines Lunes; dans la 3e, le temps de la haute Mer calculé ſuivant la regle preſcrite cy-deſſus; dans la 4e, la hauteur du point fixe ſur le niveau de la Mer dans le temps de la haute Mer. Dans la 5e, la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune; dans la 6e, la diſtance de la Lune à la Terre dans les nouvelles & pleines Lunes par rapport à la diſtance moyenne que l'on ſuppoſe de 100000 parties; dans la 7e, le jour de la plus haute Marée; & dans la 8e, la hauteur du point fixe ſur le niveau de la Mer.

On obſervera dans cette Table, que lorſque la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, eſt d'environ 3 ou 9 Signes; alors la hauteur de la Mer au jour de la plus haute Marée eſt à peu prés égale tant dans les conjonctions que dans les oppoſitions.

A l'égard des plus petites Marées hors des nouvelles & pleines Lunes, elles n'arrivent pas ordinairement dans les quartiers de la Lune, mais un, deux ou trois jours aprés; de ſorte qu'on peut ſuppoſer qu'elles arrivent deux jours aprés le premier & le dernier quartier, de même que l'on a obſervé que les plus grandes Marées arrivent pour l'ordinaire deux jours aprés la nouvelle ou pleine Lune.

La plus petite Marée eſt arrivée le 8 Fevrier 1702, la haute Mer étant alors 10 pieds 2 pouces au deſſous du point fixe, & la plus grande Marée a été obſervée comme l'on a dit cy-deſſus le 30 Novembre 1701, la haute Mer étant 3 pieds 2 pouces au deſſous de ce point. Il y a donc

TABLE DU TEMPS ET DE LA HAUTEUR DES MARÉES dans les Nouvelles & Pleines Lunes à Dunquerque.

Jours & Heures des Nouvelles & Pleines Lunes.	Temps de la haute Mer observé.	Temps de la haute Mer calculé.	Hauteur du point fixe.	Distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.	Distance de la Lune à la terre dans les Conj. & Opp.	Jour de la plus haute Marée.	Hauteur de la Mer.
1701.	H. M.	H. M.	Pié. Pou. L.	S. D. M.			Piés Pou. L.
☉ Le 24 Mars à 8h 36' m.	11 45	12 1	4 11	0 17 16	93778	26 Mars.	4 3
● Le 8 Avril à 10 54 m.	12 21	11 56	5 11	1 0 21	105589	10 Avril.	5 8
☉ Le 22 Avril à 5 16 so.	11 44	11 43	5 3			24 Avril.	4 7
● Le 8 May à 1 42 m.	12 35	12 15	6 2			11 May.	6 1
☉ Le 22 May à 2 18 m.	12 8	12 13	5 3			23 May.	5 1
● Le 6 Juin à 2 28 so.	11 50	11 49	6 6			7 Juin.	6 0
☉ Le 20 Juin à 0 26 so.	11 43	11 53	6 2	3 2 33	99713	21 Juin.	5 7 6
● Le 6 Juillet à 0 58 m.	12 9	12 16	5 10	3 16 2	98372	7 Juillet.	5 5 6
○ Le 19 Juillet à 11 50 so.	11 24	11 30	6 6			22 Juill.	5 10
● Le 4 Aoust à 10 15 m.	11 48	11 57½	5 7 6			6 Aoust.	4 9 6
☉ Le 18 Aoust à 2 6 so.	12 2	11 50	5 10			22 Aoust.	5 1 6
● Le 2 Sept. à 6 5 so.	11 37	11 42	5 7 6			6 Sept.	3 10 6
☉ Le 17 Sept. à 5 56 m.	12 24	12 6	6 1	5 18 10	106340	19 Sept.	5 3
● Le 2 Octob. à 2 20 m.	11 46	12 13	3 11	6 1 13	93460	2 Oct.	3 11
☉ Le 16 Oct. à 11 24 so.	11 42	11 31	6 5			17 Oct.	4 0
● Le 31 Oct. à 11 24 m.	11 39	11 55	4 6 4			30 Oct.	3 10 6
☉ Le 15 Nov. à 5 4 so.	12 0	11 44	5 10			16 Nov.	5 6
● Le 29 Nov. à 10 11 so.	11 20½	11 33½	6 8			30 Nov.	3 2
☉ Le 15 Dec. à 10 16 m.	11 55	11 57	6 11			17 & 18 D.	6 3
● Le 29 Dec. à 10 47 m.	11 51½	11 56	5 0			30 Dec.	5 7
1702.						1702.	
☉ Le 14 Janv. à 1 12 m.	12 9	12 16	5 6	9 4 37	100013	14 Janv.	5 6
● Le 28 Janv. à 1 38 m.	11 46	12 15	5 9	9 17 19	100477	30 Janv.	5 6
☉ Le 12 Fevr. à 3 2 so.	11 32	11 48	6 2			13 Fev.	4 6
● Le 26 Fevr. à 6 15 so.	11 57	11 41	5 6			27 & 28 F.	3 3
☉ Le 14 Mars à 1 48 m.	12 13½	12 14	5 6			15 Mars.	4 6
● Le 28 Mars à 11 7 m.	12 10½	11 56	5 10			30 Mars.	5 2
☉ Le 12 Avril à 0 13 so.	11 45	11 53	4 3	11 22 55	93519	15 Avril	3 10½
● Le 27 Avril à 3 49 m.	12 47	12 10	5 11	0 5 52	106496	26 Avril.	5 4
☉ Le 11 May à 4 59 so.	11 36	11 44	5 6			13 May.	4 4
● Le 26 May à 8 27 so.	11 47	11 37	6 10			29 May.	6 4

eu à Dunquerque une difference de 7 pieds entre les plus grandes & les plus petites Marées qui y ont été observées dans le temps de la haute Mer. Mais ce qu'il y a de remarquable, est que la hauteur des Marées qui arrive dans les quartiers de la Lune, paroît dépendre aussi des diverses distances de la Lune à la Terre; car l'on observe que la haute Mer est plus élevée lorsque la Lune est proche de la Terre, qu'elle est plus basse au contraire lorsqu'elle en est plus éloignée; & qu'elle est à peu prés à la même hauteur dans le premier & dernier quartier lorsque la Lune se trouve à égale distance de la Terre.

Suivant la Theorie de la Lune, lorsque le Soleil est éloigné de 3 Signes de l'Apogée de la Lune ou environ, alors la Lune dans son premier quartier est dans le Perigée; & dans son dernier quartier dans l'Apogée; par conséquent la haute Mer doit être plus grande dans le premier quartier & plus basse dans le dernier quartier. Au contraire lorsque le Soleil est éloigné de l'Apogée de la Lune d'environ 9 Signes, alors la Lune dans son premier quartier est dans l'Apogée, & dans son dernier quartier dans le Perigée, par conséquent la haute Mer doit être plus basse dans le premier que dans le dernier quartier. Et lorsque le Soleil est dans l'Apogée ou dans le Perigée de la Lune, alors la Lune est à égale distance de la Terre, tant dans le premier que dans le dernier quartier; & par conséquent les marées doivent être égales de part & d'autre.

On remarquera avec plus de facilité l'accord qu'il y a entre la hauteur des Marées dans les quadratures & les diverses distances de la Lune à la Terre, par le moyen de la Table suivante du tems & de la hauteur des Marées dans les Quadratures à Dunquerque.



TABLE DU TEMPS ET DE LA HAUTEUR DES MARÉES dans les Quadratures à Dunquerque.

Jours & Heures des Quadratures.	Temps de la haute Mer observé.		Temps de la haute Mer calculé.		Hauteur du point fixe.			Distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.			Distance de la Lune à la Terre dans les Quadrat.	Jour de la plus petite Marée.	Hauteur de la Mer.		
1701.	H.	M.	H.	M.	Piés.	Pou.	L.	S.	D.	M.			Piés.	Pou.	L.
3. □ Le 31 Mars à 6h 32'm.	5	36 f.	5	27	8	6						2 & 3 Avr.	9	2	
1. □ Le 16 Avril à 2 8 m.	5	40	5	36	9	3	6					17 Avril.	9	5	
3. □ Le 29 Avr. à 10 25 so.	4	44	4	55	8	1	6					1 May.	9	10	
1. □ Le 15 May à 9 6 m.	5	30	5	22	8	4	6					16 May.	8	8	
3. □ Le 29 May à 3 38 so.	5	26	5	9	8	7						30 May.	9	4	
1. □ Le 13 Juin à 2 26 so.	5	7½	5	11½	7	7	4	2	26	40	97615	14 Juin.	7	11	2
3. □ Le 28 Juin à 9 14 m.	5	16m.	5	22	8	7	4	3	9	17	106250	30 Juin.	9	3	
1. □ Le 12 Juill. à 7 17 so.	4	48½	5	2	6	6	6					15 Juillet.	8	1	6
3. □ Le 28 Juill. à 2 23 m.	5	20½	5	36	8	8	2					29 Juill.	9	0	
1. □ Le 11 Aoust à 1 14 m.	5	23	5	38	7	0	6					15 Aoust.	8	6	
3. □ Le 26 Aoust à 6 6 so.	4	31	5	4	8	0	8					29 Aoust.	9	3	
1. □ Le 9 Sept. à 9 20 m.	5	39	5	22	5	7	6					11. Sept.	8	7	
3. □ Le 25 Sept. à 7 58 m.	5	18	5	24	9	2	6	5	25	8	102165	27 Sept.	10	1	
1. □ Le 8 Octob. à 8 47 so.	4	51	4	59	7	0		6	6	30	102275	11 Oct.	9	7	
3. □ Le 24 Oct. à 7 50 so.	4	43	5	1	8	5	6					26 Oct.	9	5	
1. □ Le 7 Nov. à 0 17 so.	5	34	5	16	6	11						9 Nov.	9	1	
3. □ Le 23 Nov. à 6 0 m.	5	24½	5	28	7	5						26 Nov.	8	4	6
1. □ Le 7 Dec. à 7 31 m.	5	58	5	25	7	5						8 Dec.	9	6	6
3. □ Le 22 Dec. à 8 48 so.	5	15½	4	59	7	6	8					23 Dec.	7	11	
1702.															
1. □ Le 6 Janv. à 5 47 m.	5	51	5	29	8	4	6	8	28	20	106425	5 Janv.	8	5	
3. □ Le 20 Janv. à 10 41 so.	4	49	4	55	7	8		9	10	2	97717	20 Janv.	7	8	
1. □ Le 5 Fevrier à 2 34 m.	5	18	5	35½	7	8						8 Fevr.	10	2	
3. □ Le 19 Fev. à 6 33 m.	5	23	5	27	6	2						21 Fevr.	8	7	
1. □ Le 6 Mars à 10 24 so.	4	33½	4	55	9	2						8 Mars.	10	1	
3. □ Le 20 Mars à 3 47 so.	4	35	5	9	7	10						22 Mars.	9	7	
1. □ Le 5 Avril à 2 9 so.	4	57	5	12	5	2						8 Avril.	8	10	
3. □ Le 19 Avril à 3 39 m.	5	27½	5	33	8	2		11	28	56	101725	20 Avril.	9	3	
1. □ Le 5 May à 1 59 m	5	45½	5	36½	9	3	3	0	12	40	100856	5 May.	9	3	3
3. □ Le 18 May à 4 4 so.	5	17	5	10	8	4						19 May.	9	1	3

Si l'on considere presentement le retardement des Marées d'un jour à l'autre, on trouvera qu'il est sujet à beaucoup d'irrégularités, y ayant du 2 au 3 Avril 1701 un retardement dans la Marée de $1^h 54'$, & du 15 au 16 Octobre une anticipation de $30'$ au lieu de quelque retardement qu'on y auroit dû observer. Ainsi il seroit difficile de donner des regles pour trouver à quelques minutes prés le temps de la haute Mer à Dunquerque pour tous les jours donnés, de même qu'on l'a fait pour les jours de la nouvelle & pleine Lune.

On a d'abord examiné, si ces irrégularités avoient quelque analogie avec celles du mouvement vray de la Lune, qui anticipe ou retarde à l'égard du moyen mouvement; mais ayant trouvé qu'elles étoient souvent d'un sens contraire, on a cherché ailleurs les causes de ces variations.

Pour cet effet nous avons comparé ensemble le temps de la haute Mer observé les jours des Quadratures & nous avons trouvé que le jour du premier & du dernier quartier de la Lune la haute Mer arrive à Dunquerque à peu prés à la même heure du jour, de même que l'on observe que la haute Mer arrive à peu prés à la même heure dans les nouvelles & pleines Lunes.

Entre 29 observations qui ont été faites dans les Quadratures, celle où la haute Mer a le plus acceleré est arrivée le 26 Aoust 1701 à $4^h 31'$, & celle qui a le plus retardé est arrivée le 7 Decembre 1701 à $5^h 58'$. Ainsi il y a une variation dans le temps de la haute Mer au jour des Quadratures de $1^h 27'$, plus grande seulement d'une minute que celle que l'on a observée dans les nouvelles & pleines Lunes que l'on a trouvé cy-dessus de $1^h 26'$.

Pour donner quelque regle de cette variation on suppose que le temps moyen de la haute Mer dans les Quadratures arrive à Dunquerque à $5^h 6'$ du soir, & on ajoûte ou ôte de ce temps 2 minutes pour toutes les heures que le temps de la Quadrature marqué dans quelques Ephemerides anticipe ou suit ce temps moyen de la haute Mer.

Par exemple le 31 Mars 1701 jour de la Quadrature, la haute Mer a été obſervée à Dunquerque à 5^h 36′ du ſoir. Le dernier quartier de la Lune eſt marqué ce jour-là dans la Connoiſſance des Temps à 6^h 32′ du matin. La difference entre 6^h 32′ du matin & 5^h 6′ du ſoir temps moyen de la haute Mer dans les Quadratures eſt de 10^h 34′, auſquels il répond à raiſon de 2 minutes par heure 21 minutes, qui étant ajoûtées à 5^h 6′ donnent 5^h 27′ pour le temps de la haute Mer du 31 Mars 1701 à 9 minutes prés du temps qui a été obſervé.

Le temps moyen de la haute Mer arrivant à Dunquerque dans les nouvelles & pleines Lunes à 11^h 54′ du matin, & dans les Quadratures à 5^h 6′, on a 5^h 12′ pour l'intervalle entre le temps des Marées depuis les nouvelles & pleines Lunes juſqu'aux Quadratures, qui eſt beaucoup plus court que depuis les Quadratures juſqu'aux nouvelles & pleines Lunes. Auſſi on remarque un plus grand retardement d'un jour à l'autre dans les Marées qui ſuivent les Quadratures, que dans celles qui ſuivent les nouvelles & pleines Lunes, dont on peut attribuer la cauſe à ce que les Marées étant plus baſſes vers les Quadratures que vers les pleines Lunes, il faut que la Mer, qui augmente de hauteur d'un jour à l'autre à meſure qu'on s'approche de la nouvelle ou pleine Lune, employe plus de temps pour ſurmonter la hauteur du jour précedent; au lieu que depuis les nouvelles & pleines Lunes juſqu'aux Quadratures, la Mer ne trouvant aucun obſtacle & aidée par ſon propre poids, deſcend avec plus de viteſſe, & rend par conſéquent les intervalles entre les Marées plus courts.

Aprés avoir établi le temps de la haute Mer dans les nouvelles & pleines Lunes & dans les Quadratures; on a conſideré toutes les obſervations des Marées faites à Dunquerque pendant l'eſpace de plus de 14 mois, & l'on a déterminé le temps moyen de la haute Mer pour tous les jours tant aprés les nouvelles & pleines Lunes qu'aprés les Quadratures.

On a aussi dressé des regles des variations ausquelles elles sont sujettes, ayant égard au temps des nouvelles & pleines Lunes & des Quadratures qui précedent le jour donné.

Suivant ces regles, entre 434 observations qui sont rapportées par M. Baert, il n'y en a que deux où le temps de la haute Mer déterminé par la regle, soit éloigné de 54 minutes d'heure de celui qui a été observé. Cette difference ne doit pas paroître trop grande si l'on considere toutes les irrégularités qui peuvent se rencontrer dans les observations; car l'on peut douter quelquefois d'une heure entiere dans la détermination du temps de la haute Mer, comme on le remarque par l'observation du 27 Fevrier 1702 où la haute Mer fut observée d'abord à $0^h\ 8'$ du soir. La Mer baissa ensuite de quelques pouces, & revint à $0^h\ 57'$ à la même hauteur où elle avoit été 49 minutes auparavant; elle y resta jusqu'à $1^h\ 10'$ du soir, & M. Baert détermina ce jour la haute Mer à $1^h\ 7'\frac{1}{2}$.

Pour trouver avec facilité le temps de la haute Mer pour tous les jours donnés, on a dressé la Table suivante du retardement des Marées tant aprés les nouvelles & pleines Lunes qu'aprés les Quadratures. On a marqué dans cette Table les Marées de douze heures en douze heures, afin de pouvoir trouver les Marées du matin & du soir.

On trouvera par le moyen de cette Table & des Regles suivantes, le vray temps de la haute Mer à Dunquerque pour tous les jours donnés, dont les Pilotes pourront se servir pour choisir les temps les plus propres pour entrer dans le port de Dunquerque ou pour en sortir.

11h 54′ Temps moyen de la haute Mer à Dunquerque le jour des nouvelles & pleines Lunes.	*5h 6′ Temps moyen de la haute Mer à Dunquerque le jour des Quadratures.*

TABLE DU RETARDEMENT des Marées.

Jours & heures aprés la nouvelle ou pleine Lune.		Retardement des Marées.		Diff.	Jours & heures aprés le premier ou dern. quartier		Retardement des Marées.		Diff.
Jou.	Heur.	Heur.	Min.	Min.	Jou.	Heur	Heur.	Min	Min.
0	0	0	0	26	0	0	0	0	32
	12	0	26	24		12	0	32	36
1	0	0	50	21	1	0	1	8	41
	12	1	11	19		12	1	49	43
2	0	1	30	18	2	0	2	32	39
	12	1	48	18		12	3	11	33
3	0	2	6	14	3	0	3	44	30
	12	2	24	18		12	4	14	26
4	0	2	42	19	4	0	4	40	24
	12	3	1	20		12	5	4	24
5	0	3	21	20	5	0	5	28	22
	12	3	41	21		12	5	50	22
6	0	4	2	19	6	0	6	12	22
	12	4	21	18		12	6	34	20
7	0	4	39		7	0	6	54	

PREMIERE REGLE.

Trouver à Dunquerque le temps de la haute Mer pour les jours de la nouvelle & pleine Lune & des Quadratures.

Cherchez dans quelques Ephemerides, comme la Connoissance des Temps, l'heure de la nouvelle ou pleine Lune & des Quadratures, & prenez la difference entre cette heure & le temps moyen de la haute Mer marqué à Dunquerque pour le jour de la phase. Doublez cette difference, & vous aurez le nombre des minutes qu'il faut ajoûter au temps moyen de la haute Mer, si l'heure de la phase anticipe le temps moyen de la haute Mer; & qu'il

qu'il faut retrancher au contraire, si cette heure suit le temps de la haute Mer: & vous aurez le vray temps de la haute Mer pour le jour de la nouvelle ou pleine Lune ou des Quadratures.

I. EXEMPLE.

On cherche le temps de la haute Mer le jour de la pleine Lune d'Avril de l'année 1701.

On trouvera dans la Connoissance des Temps, que la pleine Lune est arrivée le 22 Avril à 5^h 16′ du soir. La difference entre 5^h 16′ du soir, heure de la pleine Lune, & 11^h 54′ du matin, temps moyen de la haute mer dans les nouvelles & pleines Lunes à Dunquerque marqué dans la Table, est de 5^h 22′, dont le double qui est 10′ 44″ ou 11′ est le nombre des minutes qu'il faut retrancher de 11^h 54′ à cause que l'heure de la pleine Lune suit le temps de la haute mer, & on aura le vrai temps de la haute mer du 22 Avril à 11^h 43′ du matin. M. Baert l'a observé ce jour-là à 11^h 44′.

II. EXEMPLE.

On cherche le temps de la haute Mer le jour du premier quartier de la Lune du mois d'Avril 1701.

On trouvera dans la Connoissance des Temps, que le premier quartier de la Lune est arrivé le 16 Avril à 2^h 8′ du matin. La difference entre cette heure & 5^h 6′ du soir, temps moyen de la haute Mer à Dunquerque dans les Quadratures, est 14^h 58′ dont le double qui est 30 est le nombre des minutes qu'il faut ajoûter à 5^h 6′, à cause que l'heure de la Quadrature anticipe le temps moyen de la haute Mer, & on aura le vray Temps de la haute Mer du 16 Avril à 5^h 36′ du soir.

M. Baert l'a observé ce jour-là à 5^h 40′.

SECONDE REGLE.

Trouver à Dunquerque le temps de la haute Mer pour tous les jours donnés.

Cherchez d'abord par la premiere Regle le temps de

la haute Mer pour le jour de la nouvelle ou pleine Lune, ou de l'une des Quadratures, qui précede immédiatement le jour donné. Ajoûtez-y le retardement des Marées qui convient à la difference entre le jour donné & le jour de la phase précédente, & vous aurez le temps de la haute Mer pour le jour cherché. Pour trouver le temps de la haute Mer, qui précede ou qui suit immédiatement celle qu'on a trouvée, il faudra retrancher ou ajoûter la difference qui convient à 12 heures.

I. EXEMPLE.

On cherche l'heure de la haute mer le 26 Mars de l'année 1701.

On trouve dans la Connoissance des Tems que la phase qui a précedé immediatement le 26 Mars est la pleine Lune qui est arrivée le 24 Mars à 8^h 36' du matin. La difference entre 8^h 36' du matin, & 11^h 54' temps moyen de la haute mer à Dunquerque est 3' 18", dont le double 6'36" étant ajoûté à 11^h 54' donne le temps de la haute mer à Dunquerque le 24 Mars jour de la pleine Lune à 12^h 1'. Ajoûtez-y 1^h 30" qui est le retardement des marées qui convient à deux jours aprés la pleine Lune, & vous aurez le temps de la haute mer le 26 Mars 1701 à 1^h 31' du soir précisément, de même qu'il a été observé par M. Baert.

Pour trouver le temps de la haute mer qui est arrivée le matin, prenez la difference entre 1^h 30' & 1^h 14' qui est 19', qui étant retranchée de 1^h 31' temps de la haute mer le 26 Mars au soir, donne 1^h 12' pour le vrai temps de la haute mer le matin du 26 Mars.

II. EXEMPLE.

On cherche l'heure de la haute mer le 6 Avril de l'année 1701.

On trouve dans la Connoissance des Temps que le 3e quartier de la Lune, qui est la phase qui précede immediatement le jour donné, est arrivé le 31 Mars 1701 à 6^h 32' du matin.

La difference entre 6^h 32' du matin, temps du dernier

quartier, & $5^h 6'$ du soir temps moyen de la haute mer à Dunquerque dans les quadratures est $10^h 34'$, dont le double $21' 8''$ étant ajoûté à $5^h 6'$ à cause que l'heure du 3e quartier est avant $5^h 6'$; on aura le temps de la haute mer à Dunquerque le 31 Mars 1701 jour du dernier quartier à $5^h 27'$ du soir. Prenez la difference entre le 31 Mars jour du 3e quartier & le 6 Avril, qui est de 6 jours ausquels il répond dans la Table du retardement des marées $6^h 12'$, qui étant ajoûtées à $5^h 27'$ donne le temps de la haute mer à Dunquerque le 6 Avril 1701 à $11^h 39'$ du soir.

Pour trouver le temps de la haute mer qui est arrivée le matin, prenez la difference entre $6^h 12'$ & $5^h 50'$ qui est $22'$, qui étant retranchez de $11^h 39'$ temps de la haute mer le 6 Avril au soir, donne $11^h 17'$ pour le vrai temps de la haute mer le matin du 6 Avril. M. Baert l'a observé ce jour-là à $11^h 21'$ du matin.

TROISIE'ME REGLE.

Trouver dans un mois donné à Dunquerque les temps des plus grandes marées qui sont les plus propres pour entrer ou sortir du Port.

Cherchez par la Regle précedente l'heure de la haute mer, qui arrive deux jours aprés la nouvelle & la pleine Lune de ce mois, & vous aurez l'heure cherchée.

EXEMPLE.

La pleine Lune du mois de Mars étant arrivée le 24 à $8^h 36'$ du matin, on cherchera par la 2e Regle le temps de la haute mer du 26 Mars qu'on a trouvé dans le 1. Ex. devoir arriver à $1^h 31'$ du soir. M. Baert a observé ce jour-là la haute mer à $1^h 31'$ du soir, la marée étoit plus haute ce jour-là que les jours précedens & suivans.

QUATRIE'ME REGLE.

Trouver le jour & l'heure de la plus grande marée qui doit arriver dans un mois donné.

Prenez par le moyen des Tables Aſtronomiques le diametre de la Lune pour le jour de la nouvelle & pleine Lune. Si le diametre de la Lune eſt plus grand le jour de la nouvelle Lune, la marée ſera la plus haute du mois donné deux jours aprés la nouvelle Lune. Si le diametre de la Lune eſt plus grand le jour de la pleine Lune, la marée ſera la plus haute du mois propoſé deux jours aprés la pleine Lune.

EXEMPLE.

On cherche la plus grande marée du mois d'Avril 1701. On trouve par les Tables le diametre de la Lune le 8 Avril jour de la nouvelle Lune de 14′ 53″, & le 22 Avril jour de la pleine Lune de 16′ 24″. Donc la plus grande marée du mois d'Avril doit arriver le 24 de ce mois, comme il réſulte des obſervations de M. Baert.

CINQUIE'ME REGLE.

Trouver le jour & l'heure de la plus petite marée qui doit arriver dans un mois donné.

Cherchez dans des Tables Aſtronomiques le diametre de la Lune pour le jour du premier & du dernier quartier. Si le diametre de la Lune eſt plus petit le jour du premier quartier, la marée ſera la plus petite du mois donné deux jours aprés le premier quartier. Si le diametre de la Lune eſt plus petit le jour du dernier quartier, la marée ſera la plus petite du mois donné.

EXEMPLE.

On cherche la plus petite marée du mois de Juin 1701. On trouve par les Tables le diametre de la Lune le 13 Juin jour du premier quartier de 16′ 6″, & le 28 Juin jour du dernier quartier de 14′ 47″. Donc la plus petite ma-

rée du mois de Juin 1701 a dû arriver le 30 de ce mois, conformément aux obſervations de M. Baert.

OBSERVATIONS

Sur un eſpece de Talc qu'on trouve communément proche de Paris au-deſſus des bancs de pierre de plâtre.

PAR M. DE LA HIRE.

1710. 19 Juillet.

L'Une des pierres tranſparentes des plus curieuſes que nous ayons & qui peut donner plus d'exercice aux Phyſiciens pour rendre raiſon de ſes effets, eſt celle qu'on nomme communément le *Cryſtal d'Iſlande*. C'eſt une pierre fort tranſparente & bien plus claire que le plus beau verre; mais on pourroit l'appeller bien plus juſtement un Talc qu'un Cryſtal, pour les raiſons que nous dirons enſuite. C'eſt à M. Eraſme Bartholin celebre Mathematicien Danois qu'on eſt redevable de la découverte de cette pierre, puiſqu'il a été le premier qui en ait donné une connoiſſance au public, dans un Livre qu'il a compoſé à ce ſujet, lequel eſt imprimé à Copenhague & à la Haye en 1670. M. Hugens s'eſt auſſi fort étendu ſur les proprietés de cette pierre dans ſon Traité de la Lumiere imprimé à Leide en 1690.

Comme je me ſuis trouvé entre les mains deux morceaux fort gros de cette pierre, j'ay voulu l'examiner par un tres-grand nombre d'experiences & en differentes manieres, tant pour ma propre ſatisfaction, que pour verifier ce qui en a été raporté par ces Meſſieurs qui l'ont conſiderée avant moy.

Ce n'eſt pas ſans raiſon qu'on peut appeller cette pierre plutôt un *Talc* qu'un *Cryſtal*, puiſqu'une de ſes principales proprietés eſt de ſe fendre aſſez facilement en tous ſens, mais toûjours parallelement à l'une des ſix faces

qui en forment la figure, laquelle eſt toûjours un parallelepipede obliqu'angle, & par conſequent tous les fragmens ſeront des parallelepipedes dont les huit angles ſolides qui ſont de deux eſpeces, ſeront ſemblablement poſés dans les plus petits morceaux comme dans les plus gros.

Les ſix faces qui forment ce corps ſont des parallelogrammes obliqu'angles, & dont les deux angles obtus oppoſés ſont chacun de 101 degré & 30 minutes, & par conſequent les deux autres qui en doivent être les ſupplémens, ſont chacun de 78 degrés 30 minutes. C'eſt ce que m'ont donné mes obſervations.

Il y a dans ce parallelepipede deux angles ſolides ſeulement, qui ſont oppoſés & qui ſont formés par trois des angles obtus des faces; les ſix autres ſont chacun compris par un des angles obtus & par deux des aigus; car il y a en tout 12 angles obtus égaux entr'eux, & 12 angles aigus auſſi égaux entr'eux.

Les inclinaiſons des faces ſont deux eſpeces d'angles dont il y en a ſix d'obtus & chacun de 105 degrés, & ſix d'aigus de 75 degrés chacun qui ſont les ſupplémens des autres. Ces meſures ſont un peu differentes de celles de M. Bartholin & de M. Hugens, ce qui peut venir de la difficulté qu'on a pour en faire les obſervations avec exactitude, à cauſe que les angles aigus n'y ſont pas auſſi bien terminés que les obtus.

Voilà ce qui regarde la figure de cette pierre; mais ce qu'elle a de plus conſiderable, c'eſt de doubler tous les objets qu'on regarde au travers de deux de ſes faces paralleles quelles qu'elles puiſſent être, & la diſtance entre les deux images apparentes d'un même objet, eſt d'autant plus grande que les faces ſont plus éloignées l'une de l'autre, ou que le Cryſtal eſt plus épois. Cette apparence eſt plus ſenſible, ſi l'objet eſt un point ou une ligne noire marquée ſur la face de la pierre.

Ce n'eſt pas ſeulement la duplicité de l'objet qu'on doit conſiderer dans cette pierre, mais c'eſt encore la

maniere dont elle se fait, qui est partout dans la ligne qui passe par l'objet, laquelle est parallele à celle qui divise en deux également l'angle obtus de la face où cet objet est marqué.

Cette image double d'un même objet fait connoître qu'il se fait necessairement une double refraction dans ces corps; aussi on y en observe deux distinctes & differentes l'une de l'autre. La premiere qui lui est commune avec celle qu'on remarque dans tous les corps transparens, qui dépend de l'inclinaison que fait le rayon incident avec la ligne qui est perpendiculaire à la face du corps où se fait la refraction: la seconde qui est propre à ce Crystal, & qui vient d'une autre inclinaison que fait le rayon incident avec une autre ligne assez inclinée à la même face. D'où il suit que si le rayon incident est joint avec l'une de ces lignes, il ne souffrira point la refraction qui dépend de cette ligne, mais il souffrira celle qui dépend de l'autre, & par consequent il y aura toûjours une double image de l'objet comme dans toutes les autres inclinaisons.

J'ay fait aussi plusieurs experiences que j'ay repetées en bien des manieres, lesquelles m'ont fait connoître que dans la premiere des deux refractions de ce Crystal, le sinus de l'angle d'incidence dans l'air étoit au sinus de l'angle rompu dans ce corps, comme 5 à 3, ce qui marque que ce corps, quoique fort tendre, fait cette refraction plus grande que celle du verre, qui est comme $4\frac{1}{2}$ à 3, & qui est beaucoup plus dur.

Pour ce qui est de la seconde refraction qui est propre à ce corps & qui double l'objet, M. Bartholin croyoit qu'elle dépendoit d'une ligne ou rayon qui étoit toûjours parallele aux arêtes des faces qui sont aux côtés de celles où se fait la refraction; mais M. Hugens dit que cette ligne n'est pas parallele à ces arêtes; pour moy l'ayant examiné avec grande attention & en plusieurs manieres, j'ay trouvé que cette ligne étoit plus perpendiculaire à la surface du Crystal d'un degré, ce qui est peu de

chose dans des recherches aussi délicates que sont celles-là ; & enfin j'ay remarqué que les sinus des angles d'incidence dans l'air par raport à cette ligne & dans cette seconde refraction, étoit au sinus des angles rompus, à tres-peu prés comme $4\frac{1}{2}$ à 3, ce qui est comme celle du verre de 3 à 2.

On remarquera que l'image de la seconde refraction paroît toûjours plus basse que celle qui vient de la premiere, dont il est facile de rendre raison par les regles de Dioptrique & suivant ces differentes refractions ; & pourquoy chacune des images doublées ne paroît à peu prés que de la moitié de la force de ce qu'elle devroit paroître si on la regardoit sans aucun corps entre-deux ; c'est-pourquoy quand les parties des deux images se couvrent l'une l'autre, comme il arrive en un certain sens à un trait noir tracé ou appliqué contre le crystal, cet endroit paroît deux fois plus fort que partout ailleurs.

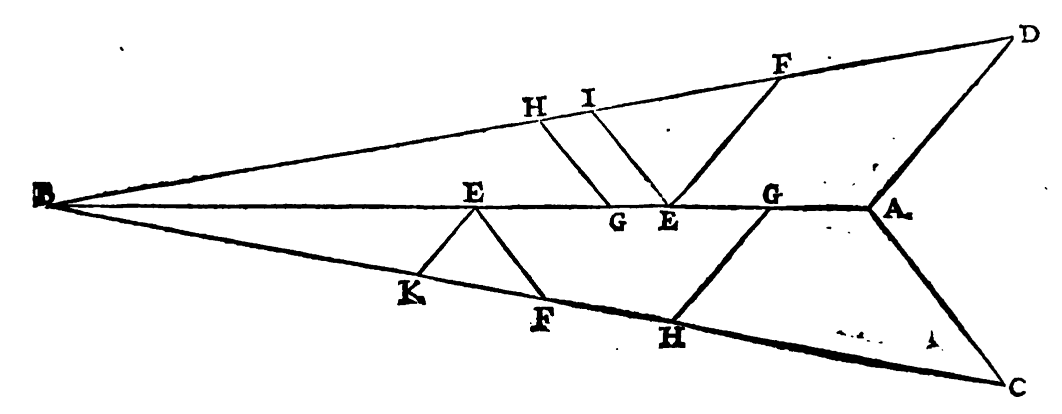
L'examen que j'ay fait de ce Talc d'Islande m'a engagé à considerer avec attention celui que nous avons en ces quartiers-cy, & qui se trouve communément au-dessus des bancs de pierre de plâtre ; car il ne faut pas negliger ce qui nous est familier & qui paroîtroit fort curieux dans un païs étranger, pour donner seulement toute nôtre attention à ce qui nous vient de loin.

Ce Talc de plâtre est une pierre transparente qui a beaucoup de raport au Talc qui nous vient du Levant ; mais sa figure naturelle est tout à fait singuliere, & elle est toûjours la même dans tous les morceaux que nous en voyons. Le plus grand raport qu'il ait avec le veritable Talc, c'est qu'il se peut fendre en lames ou feüilles tres-déliées ; mais les feüilles du nôtre sont plus petites & bien plus cassantes que celles du Talc ordinaire, mais les lames n'en sont pas moins transparentes.

On trouve ordinairement une infinité de morceaux de cette pierre, qui sont de mediocre grosseur, dans un banc d'une terre grasse & blanche qui est au-dessus des masses de la pierre dont on fait le plâtre, & ces morceaux

ceaux ne conſervent aucun ordre dans cette terre où l'on connoît qu'ils ſe ſont formés, ni même aucune diſpoſition uniforme, mais ils y ſont ſemés comme au hazard, & pluſieurs tiennent preſque les uns aux autres, n'en étant ſeparés que par quelque peu de la terre graſſe où ils ſont.

La figure de ce Talc eſt à peu prés ſemblable à un fer de fleche, comme on la voit icy en *ABCD* qui en repreſente une des faces, car il y en a toûjours deux qui ſont paralleles entr'elles, & ſelon leſquelles la pierre ſe peut fendre en lames; il y a auſſi une de ces faces qui eſt plus grande que l'autre. On en trouve des morceaux de 12 & 15 pouces de long qui ſont tous fourchus par l'un des bouts qui eſt le plus large, comme on le voit en *CAD*, & l'autre extremité vers *B* ſe termine en pointe; l'épaiſſeur eſt d'un pouce environ dans les morceaux de mediocre groſſeur. C'eſt au travers des deux faces paralleles qu'on voit les objets aſſez clairement, au moins dans les morceaux qui ſont nets & blancs, car il s'en trouve pluſieurs qui tirent ſur un jaune rouſſâtre.



Chaque morceau eſt diviſé naturellement en deux ſuivant ſa longueur, comme on le remarque ſur la face par la ligne droite *AB* qui va de la fourche *A* à la pointe *B*, & le plan qui les ſepare eſt perpendiculaire aux faces. Ces deux pieces ſe touchent pour l'ordinaire imme-

diatement, n'étant distinguées l'une de l'autre que par l'inégalité de la matiere qui se rencontre en cet endroit-là, où il se trouve aussi quelquefois un peu de la terre où se forme ce Talc, mais ce n'est que par quelques intervalles. On trouve aussi sur les côtés & en quelques endroits une espece de croute d'une pierre fort dure.

Les côtés exterieurs qui terminent cette pierre ne font pas pour l'ordinaire des angles droits avec les faces, mais un angle aigu du côté de la face la plus large de 75 degrés & son suplément de l'autre côté, & c'est ce qui fait que les deux faces ne sont pas de même grandeur dans chaque morceau. Les côtés de cette pierre ne sont point polis naturellement, n'étant formés que par les extremités de chaque lame qui sont toûjours couvertes d'une petite croute jaunâtre, aussi l'on ne peut appercevoir les objets que fort confusément au travers de ces côtés, à moins que d'ôter cette croute & y mettre quelque vernis, ce qui est fort difficile à executer, à cause du peu de liaison qu'il y a entre chaque lame, ce qui se voit fort bien par de petites félures qui regnent dans la longueur de ces côtés.

Il arrive quelquefois qu'une des pointes de la fourche est un peu separée de son morceau, auquel elle n'est jointe qu'assez irregulierement par un peu de la terre grasse qui est autour, & quand on la separe entierement, on trouve que ces pointes sont seulement adherentes au reste par des portions de lames époisses d'une ligne environ qui avancent plus ou moins dans le corps de la pierre, & qui y font liaison, comme parlent les Maçons.

Quand on a enlevé quelques lames brutes qui sont sur la surface de ces morceaux de Talc, on y apperçoit distinctement des traits comme *EF* qui vont de la ligne du milieu *AB* vers l'exterieur ou les bords, tant d'un côté que d'autre, lesquelles font avec la ligne du milieu *AB* un angle aigu *AEF* vers la fourche *A* de 60 degrés à tres-peu prés. On y remarque encore d'autres lignes comme *GH*, qui vont aussi du milieu vers les bords, &

qui font un angle aigu *BGH* vers la pointe *B* de 50 degrés, enſorte que l'angle aigu que font ces deux lignes quand elles ſe rencontrent eſt de 70 degrés.

Auſſi arrive-t-il toûjours que lorſqu'on fend ce Talc en des lames tres-minces, ce qui ne ſe peut faire qu'avec un couteau fort tranchant en commençant par l'exterieur dont on doit ôter auparavant la petite croute qui y eſt, la pluſpart de ces lames ſe rompent en figures triangulaires dont les angles ſont toûjours de 50, de 60 & de 70 degrés, ce qui eſt tres-ſingulier dans cette pierre. On voit auſſi quelques fragmens de ces lames minces qui ont la figure d'un parallelogramme qui eſt compoſé de deux de ces triangles joints enſemble.

On peut conjecturer delà aſſez vrai-ſemblablement que la maſſe de ces morceaux de Talc n'eſt compoſée que de lames tres-déliées & qui ne ſont pas fort attachées les unes aux autres, & que chacune de ces lames eſt formée par de petites lames triangulaires qui en ſont les élemens, leſquelles ſont fortement collées enſemble par leurs côtés, ce qui fait qu'elles ont beaucoup de fermeté, quoyqu'elles ſoient terminées. Chacun de ces petits triangles élementaires ayant trois angles aigus & inégaux de 50, 60 & 70 degrés, comme on le voit dans les morceaux de ces lames qui ſe rompent, leſquelles ne ſont que des aſſemblages de ces mêmes triangles élementaires qui forment des triangles ſemblables à leurs élemens; car ces lames qui ſont aſſez caſſantes, donnent toûjours ces mêmes angles quand on les rompt.

Si les côtés de ces triangles élementaires ne font pas un angle droit avec leurs faces, mais de 75 degrés d'un côté & ſon ſuplément de l'autre, ce qu'on ne ſçauroit obſerver, il arrivera auſſi qu'en ſe joignant enſemble dans un même ordre, tout le côté du morceau qu'ils formeront aura cette inclinaiſon avec la face, ce qu'on obſerve tres-bien.

La difference des angles des triangles élementaires fera auſſi que ſuivant leurs differens arrangemens en for-

mant les lames, les côtés de ces lames seront paralleles à la ligne du milieu, ou bien inclinés de 10 degrés à cette ligne, ce qui forme aussi la pointe des morceaux dont les faces sont toûjours inclinées à la ligne du milieu de 10 degrés de chaque côté quand ils leur sont inclinés, ce qui arrive presque partout. Car l'angle *AEF* étant toûjours de 60 degrés, & l'angle *BGH* ou *BEI* ou *BEK* de 50, l'angle *FEI* ou *FEK* sera necessairement de 70; & si le triangle *FEI*, qui doit avoir son angle *FEI* de 70 degrés, a son angle *EFI* de 60 degrés, & par consequent l'autre *EIF* de 50, il s'ensuivra que le côté *FI* sera parallele à *AB*. Mais si l'angle *EFI* ou *EFK* est de 50 degrés & l'autre *EKF* de 60, la ligne *FK* fera avec la ligne du milieu *AB* vers *B* un angle de 10 degrés, & c'est ce qu'on voit ordinairement. Ces deux cas peuvent arriver dans la premiere formation des lames, les triangles comme *FEK* prenant une situation renversée, l'angle en *E* demeurant toûjours le même. Et comme on peut croire qu'avant que les lames fussent formées, leurs élemens triangulaires nageoient dans une matiere, qui ayant un mouvement les rangeoit les uns à côté des autres dans un certain ordre où ils se plaçoient par raport à leur figure, il est arrivé que les côtés de ces lames ont pû être inclinées l'un à l'autre d'un angle de 10 degrés; car je ne considere icy que la moitié d'une lame entiere qui est toûjours divisée en deux par une ligne comme *AB*: mais enfin si dans cette formation des lames il est arrivé par quelque cas particulier qu'un seul de ces élemens ait pris une position differente, les autres qui se sont accommodés à celui-là par le mouvement du liquide où ils étoient, ont disposé les côtés de la lame à être paralleles entr'eux.

C'est dans la premiere formation de ces lames qui s'est faite d'abord qu'elles ont pris une fermeté considerable, leurs élemens s'étant joints les uns aux autres par leurs côtés: mais alors toutes ces lames ayant encore entr'elles une matiere liquide qui n'a pû se dissiper ou s'échaper

qu'avec le tems, les lames n'ont pû se joindre tres-fortement les unes aux autres par leur superficie, ensorte que pour peu de matiere étrangere qui soit restée entre-deux, on aura toûjours beaucoup plus de facilité à separer les lames des morceaux de ce Talc, lesquelles paroissent aussi separées les unes des autres, qu'à rompre ces mêmes morceaux de travers, car ils ont une tres-grande fermeté en ce sens-là, ce qui peut venir encore de ce que chaque triangle élementaire d'une lame superieure ne répond pas exactement à ceux de la lame inferieure.

Pour ce qui est de la fourche *CAD*, voici ce que j'y ay observé & comme je pense qu'elle auroit pû se former. L'angle de ces cornes, comme *ACH* ou *ADH* est ordinairement de 50 deg. qui est le plus petit des trois angles des élemens; & si le côté exterieur du morceau fait avec la ligne du milieu un angle de 10 degrés vers la pointe, il s'ensuit que l'angle de la fourche *CAD* doit être de 120 degrés, & c'est aussi à peu prés ce qu'on y observe, car pour l'ordinaire elle n'est pas distincte. On remarque aussi en quelques morceaux de ce Talc que les cornes sont separées du corps du morceau par un peu de la terre grasse qui est autour, ce qui a pû arriver dans le tems de la formation, & cette separation n'est pas reguliere, car il y a plusieurs couches épaisses d'une ligne environ qui s'avancent plus ou moins, & qui tendent à se joindre au morceau, en conservant la figure naturelle des angles des superficies.

Pour ce qui est de la formation des cornes, je dis que s'il s'est rencontré quelque corps étranger vers *A* qui ait empêché les deux triangles élementaires qui devoient s'y placer de se joindre à ceux des côtés; alors la liaison entre les deux parties des lames étant interrompuë dans cet endroit, le reste a dû achever de se former & se terminer dans la pointe de la corne par des lignes paralleles à *EF* d'un côté & d'autre en *AC* & en *AD*; car la figure naturelle des triangles élementaires en se joignant, formera toûjours des triangles semblables aux élemens.

Tout ce que j'ay dit jusqu'icy des mesures des angles qui se remarquent dans ce Talc, c'est seulement ce que j'y ay trouvé de plus general; car il s'y rencontre plusieurs irregularités qui peuvent avoir été causées dans le tems de la formation, par des parties & par des corps étrangers qui ont détourné les triangles élementaires, & qui leur ont fait prendre à l'exterieur seulement des figures differentes de celles qui doivent naître de l'assemblage des élemens, sans qu'on puisse l'appercevoir dans ce corps, à cause de la petitesse de ces élemens, comme on le voit par des côtés un peu en ligne courbe, par quelques angles un peu plus petits ou plus grands que ceux des élemens, & alors ces côtés doivent avoir de petits redents dont on en apperçoit quelques-uns dans les fractures irregulieres des lames; & enfin on voit des morceaux de ce Talc qui en ont d'autres attachés par leurs côtés, quelques-uns ont leur pointe qui s'allonge en parallelepipede seulement d'un côté, d'autres où vers la pointe il s'est formé un autre morceau semblable à l'ordinaire & qui lui est opposé, & enfin mille varietés de cette nature qui ne sont, pour ainsi dire, que des jeux de cette formation.

Aprés avoir examiné la figure de ce Talc, j'ay fait toutes les observations necessaires pour en reconnoître les refractions. Je les ay considerées d'abord entre les deux faces paralleles qui est le seul endroit par où cette pierre est naturellement transparente, & dans des plans perpendiculaires à ces faces, comme on fait ordinairement pour mesurer la refraction; & de plus dans tous les sens differens, comme suivant sa longueur par le milieu de la pointe vers la fourche, dans sa longueur suivant le côté, & dans sa largeur, perpendiculairement à la ligne du milieu & aux côtés, & j'ay trouvé partout & dans tous les differens angles d'inclinaison que le sinus de l'angle d'incidence dans l'air étoit au sinus de l'angle rompu dans le corps, comme 5 à $3\frac{1}{3}$, qui est la même que celle de l'air dans le verre de 3 à 2; & cette refra-

ction est aussi la même que celle qui est particuliere au Crystal d'Islande, ce qui merite d'être consideré avec attention.

Enfin ayant separé un des morceaux de ce Talc en deux par le plan qui en divise la longueur & qui est perpendiculaire aux faces, j'ay examiné aussi quelle étoit la refraction par le côté au travers de son épaisseur, & cette refraction se faisant dans un plan parallele aux faces, ce qu'on ne peut pas faire quand les deux moitiés sont jointes ensemble à cause de la trop grande épaisseur, & que le milieu où est la separation n'est pas assez net. Mais ayant dressé ce milieu, & l'ayant frotté ou enduit d'un peu d'eau de gomme, comme aussi le bord exterieur qui n'est pas poli, pour pouvoir appercevoir au travers un corps noir, j'ay remarqué que la refraction en ce sens-là étoit aussi la même que la précedente de 5 à 3 $\frac{1}{7}$.

Mais n'étant pas encore content de toutes ces observations, j'ay voulu voir si les fentes ou félures qu'on apperçoit par le côté de cette pierre, ne produiroient point quelque effet particulier, & pour le faire plus sensiblement j'ay appliqué un fil de fer suivant la longueur de ces fentes, & en regardant au travers du Talc, son image me paroissoit en deux endroits differens ou beaucoup plus large qu'elle n'étoit en effet, avec un espace plus clair entre-deux, ce qui est une espece de duplication de refraction; & faisant mouvoir doucement ce fil de fer & toûjours suivant la longueur des fentes, je voyois son image comme sautant d'une place à une autre & toûjours doublée. Pour rendre ces observations plus sensibles à cause que ce Talc est fort trouble par le côté, il faut l'exposer fort proche de la lumiére d'une chandelle, & appliquer le fil de fer tout contre le corps.

Il faudroit maintenant apporter des raisons physiques de tous ces effets, non seulement pour cette espece de Talc, mais aussi pour celui d'Islande auquel il a beaucoup de raport, ce qui serviroit pour expliquer ceux de

la plufpart des autres corps tranfparens, comme du Diamant, du Cryftal de roche, de l'Alun & d'autres, lefquels fe forment naturellement & fuivant toutes les apparences, d'un affemblage d'élemens tous femblables entr'eux qui en déterminent leur figure; mais cette recherche me meneroit trop loin, c'eft-pourquoy je la referverai pour un autre Memoire.

On trouve encore à Paffy proche de Paris aux environs de la Fontaine des Eaux minerales, de petits morceaux d'un Talc qui eft de la même efpece que celui des Carrieres de plâtre, car il fe peut fendre de même par lames tres-minces; il eft fort clair & fort tranfparent, & l'on voit qu'il eft formé des mêmes élemens triangulaires que celui de plâtre; mais la figure de fes deux faces qui font paralleles & fuivant laquelle il fe peut fendre, eft un parallelogramme qui a deux angles aigus de 50 degrés chacun.

Les côtés de ce Talc font avec les faces d'un côté & d'autre de chaque face des angles de 125 degrés environ, car il eft difficile de les mefurer exactement à caufe que les faces des côtés ne font pas unies, n'étant formées que par les extremités des lames qui y font des inégalités fuivant la longueur de ces côtés.

Ce qu'il y a de particulier à ce Talc, c'eft qu'il fait un angle faillant de 110 degrés à peu prés vers le milieu de fon épaiffeur des deux côtés, enforte que fa figure feroit un parallelepipede à fix faces fi fes deux extremités ou bafes étoient planes, mais elles font auffi un angle faillant vers le milieu de 140 degrés environ.

Pour ce qui eft de la mefure des refractions de ce Talc, je n'ay pas pû en faire des obfervations exactes à caufe que les morceaux en font trop petits, & je n'ay point remarqué que les objets paruffent doubles en les regardant au travers des faces paralleles.

M. Nevton raporte dans fon Optique fes obfervations fur le Cryftal d'Iflande, avec des raifons fort recherchées de fes effets.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS

Sur la variation de l'Aiguille par raport à la Carte de M. Halley : Avec quelques Remarques Geographiques faites sur quelques Journaux de Marine.

PAR M. DE LISLE.

1710. 16. Juillet.

LE R. P. Gouye m'ayant communiqué huit Journaux faits par des Pilotes qui ont conduit des Vaisseaux de France en Terre-neuve & aux Isles de l'Amerique, j'en ay tiré ce qui m'a paru de plus utile à la Navigation & à la Geographie ; & ayant eu d'ailleurs communication de deux autres Journaux, l'un de M. Hebert Envoyé du Roy aux Indes, & l'autre de M. Bigot de la Canté Lieutenant en second sur le Vaisseau du Roy la Sphere aux Côtes de Guinée & à la Riviere de la Plate, j'ay crû devoir joindre ensemble toutes les observations qui ont été faites dans ces differens voyages, parcequ'elles ont été faites à peu prés dans le même tems, c'est à dire en 1706, 1707, 1708 & 1709.

Les observations de la variation de l'Aiguille ont paru dans ces derniers tems si essentielles à la Navigation, que les Pilotes ne negligent plus aucune occasion de les faire. En effet, ils ne peuvent reconnoître quel est le rumb de vent qu'ils parcourent sans l'avoir observée, & quand le tems ne leur permet pas de l'observer, ils sont obligez de la supposer sur les observations que d'autres Navigateurs ont faites à peu prés dans les mêmes endroits.

Ils commencent même à s'en servir pour rectifier leur estime, & pour s'assurer en quelque maniere de la longitude lorsque par eux-mêmes ou par d'autres ils sçavent la variation qu'ils doivent trouver en tels & en tels en-

droits. Le Sieur Daumas premier Pilote du S. Loüis crut connoître par-là qu'il passoit la Ligne plus à l'Ouest que son estime ne marquoit, & à la hauteur des Isles du Cap Verd il prétendit par la variation qu'il venoit d'observer qu'il en passoit à 30 lieuës vers l'Ouest.

Il marque aussi qu'aux approches de l'Isle de Bourbon dans la Mer des Indes, ayant observé 21 degrés de variation Nord-Ouest, il connut par-là qu'il étoit à l'Est de cette Isle, l'estime ne déterminant pas assez pour s'en assurer.

Il seroit inutile de rapporter icy des variations estimées. Il s'en faut bien que l'on ait assez de connoissance de cette matiere pour faire une estime juste des variations. Je ne rapporteray dans ce Memoire que celles qui ont été observées, entre lesquelles j'ay préferé encore celles qui ont été observées par les amplitudes à celles qui l'ont été par l'azimuth, parceque ces premieres me paroissent plus sûres & moins sujettes à erreur.

Les longitudes que je rapporte dans ce Memoire sont prises du Pic de Teneriffe, selon la Carte de Pieter Goos, qui est celle dont la plûpart de nos Navigateurs se servent aujourd'hui pour pointer leur route.

Un de ces Pilotes observa en 1709 à 120 lieuës des Côtes de France & à 44 degrés $\frac{3}{4}$ de latitude, la variation de 8 degrés Nord Ouest par l'amplitude occase du Soleil. Le Sieur Daumas avoit observé un peu auparavant & dans le même endroit la même variation de 8 degrés. M. Halley n'y marque que 6 deg. & demi.

A $45^d\ 7'$ de latitude & $11^d\ 31'$ de longitude, il observa $6^d\ 40'$ de variation, où M. Halley marque 6 degrés & demi.

A $45^d\ 20'$ de latitude & $358^d\ 15'$ de longitude, il observa 11^d de variation, où M. Halley en met 9 seulement.

Un autre Pilote parti de la Rochelle en 1708 pour les Isles du Vent, étant à $35^d\ 35'$ de latitude & sous le meridien de Teneriffe, trouva par le coucher du Soleil $4^d\ 35'$ de variation, où M. Halley met 4 degrés.

A 27^d 58′ de latitude & 353^d 40′ de longitude, il observa 4^d 32′ de variation, où M. Halley met seulement 2 degrés 10 minutes.

A 36^d de latitude & 325^d 46′ de longitude, il observa au lever du Soleil 5^d 8′ de variation, où M. Halley met seulement 3 degrés & demi.

Un autre de ces Pilotes étant à 46^d 50′ de latitude & à 230 lieuës de la Rochelle, observa le 22 Mars 1709 par le coucher du Soleil 7^d 50′ de variation, où M. Halley marque 7 degrés & demi.

Peu de tems aprés étant à 260 lieuës de la Rochelle & à 47^d de latitude, il observa 8^d de declinaison, où M. Halley met aussi 8 degrés.

La même année étant à 33^d 45′ de latitude & 5^d de longitude, il observa 6^d de variation, où M. Halley marque seulement 3 dég. $\frac{3}{4}$.

Le premier Pilote de la Marianne étant le 15 Mars 1709 par les 43^d 45′ de latitude, & se faisant par les 340^d 46′ de longitude, observa 13^d de variation, où M. Halley met seulement 8 degrés.

Toutes les observations que je viens de rapporter ont été faites en deçà de la Ligne, que M. Halley dit être exemte de variation, & que l'on peut appeller Ligne de Direction, parceque c'est le long de cette Ligne que l'Aiguille se dirige droit au Nord. Si ces observations sont exactes, les variations auront augmenté en deçà de cette Ligne depuis le tems de M. Halley, mais moins en un endroit qu'en un autre.

M. Bigot de la Canté dans son voyage à la Riviere de la Plate, observa le 30 Aoust 1707 à 44^d 45′ de latitude & 52 lieuës du Cap Finistere 7^d 20′ de variation N. O, où M. Halley met seulement 6 deg. $\frac{1}{4}$. Il trouva la même variation les 4 jours suivans pendant lesquels il fit 60 lieuës au Sud-Ouest. M. Halley met environ 6 deg. tout le long de cette Ligne.

A 7^d 15′ de latitude & 1^d 50′ de longitude, il observa 2^d & demi de variation, où M. Halley n'y met que 50 min.

A la Rade de Juda aux Côtes de Guinée, il observa le 12 Janvier 1708, 8d 20′ de variation. M. des Marchais y avoit observé 8d en 1705. M. Halley y met seulement 5 degrés.

A la partie Orientale de l'Isle de San-Thomé sous la Ligne, il observa 11d & demi, où M. Halley n'y marque que 5 deg. & demi.

M. Bigot ayant fait le tour de cette Isle, fit le Sud-Est jusqu'à 4 deg. de latitude meridionale pas loin des Côtes de Congo, d'où il tira toûjours au Sud Ouest & à l'Ouest Sud-Ouest jusqu'à l'embouchure de la Riviere de la Plate où il arriva le 27 Avril 1708. Cette traversée qui est de 1400 lieuës est une des plus propres que l'on puisse trouver pour examiner les variations que M. Halley marque dans cette mer, d'autant plus qu'elle coupe presque perpendiculairement toutes les Lignes que M. Halley y a tracées.

Le long de cette route il trouva toûjours la variation Nord-Ouest plus petite de jour en jour, jusqu'à ce qu'ayant fait 560 lieuës il la trouva nulle. Dans la suite les variations se trouverent au Nord-Est, au lieu qu'elles avoient été jusqu'alors au Nord-Ouest. M. Halley marque cette Ligne où il n'y a point de variation 120 lieuës plus à l'Est que M. Bigot ne l'a trouvée, & marque 1d & demi de variation Nord-Est, où M. Bigot a trouvé la variation nulle. Il ne faut pas s'étonner par consequent si la variation que M. Bigot a observée avant que de parvenir à cette Ligne s'est trouvée plus grande que M. Halley ne la marque d'un degré, de deux degrés & quelquefois davantage.

M. Bigot étant parti le 16 Avril 1709 de la Riviere de la Plate, suivit à peu prés la même route qu'il avoit tenuë en allant l'espace d'environ 800 lieuës : mais les observations qu'il fit dans ce retour ne se rapportent pas à celles qu'il fit en allant, quoiqu'il se crût par son estime aux mêmes endroits où il avoit observé auparavant. Le lieu où il trouva en allant 20 minutes de variation Nord-

Eſt, ſe trouve par cette eſtime de 9 degrés plus oriental que celui où il en trouva 26 en revenant, & les autres endroits à proportion de la diſtance de ces endroits à l'embouchure de la Riviere de la Plate, ce qui vient vrai-ſemblablement des eaux de cette Riviere qui eſt une des plus grandes qui ſoient au monde, & qui communiquant ſon courant à cette Mer par une embouchure large de 30 lieuës & tournée du côté de l'Eſt, aura pû retarder le mouvement du Vaiſſeau en allant, & l'aura acceleré au retour.

M. Bigot paſſa delà à la Martinique, & dans ſa traverſée depuis cette Iſle juſqu'en France, il obſerva le 13 Aouſt 1709 à 28 deg. & demi de latitude & 316 & demi de longitude la variation Nord-Oueſt d'un degré & demi. M. Halley y marque un degré Nord-Eſt. Ainſi la variation a paſſé dans cet endroit du Nord-Eſt au Nord-Oueſt, & la Ligne de Direction qui étoit à l'Eſt de cet endroit, a paſſé à l'Oueſt depuis M. Halley, ſi l'on en croit ces obſervations.

A 32^d 15′ de latitude & 321^d 45′ de longitude, il obſerva 4^d 10′, où M. Halley met 2 deg. de moins.

A 36^d 50′ de latitude & 329^d de longitude, il trouva 7^d 10′ de variation, où M. Halley met 4 deg. & demi.

A 45^d 8′ de latitude & 305^d & demi de longitude, il trouva 10^d 10′ de variation; c'eſt 2 deg. de plus que la Carte de M. Halley.

Il paroît par toutes ces obſervations, ſi elles ſont juſtes, 1°. Qu'au parallele de 22^d de latitude Sud, la Ligne de Direction s'eſt avancée en Occident de 120 lieuës depuis l'an 1700 qui eſt le tems de la Carte de M. Halley, juſqu'en 1708 qui eſt celui de M. Bigot. 2°. Que la variation a augmenté en deçà de cette Ligne pendant qu'elle a diminué au delà, quoiqu'en trois ou quatre endroits M. Bigot l'ait trouvée égale à celle qui eſt marquée dans la Carte de M. Halley, & qu'en quelques autres endroits il l'ait même trouvée plus grande. Quoiqu'il ſoit incertain ſi cette irregularité vient de la choſe

en elle-même ou des obſervations du Pilote; cependant comme la nature a des regles plus certaines que nos connoiſſances, j'aime mieux croire qu'il y a du défaut dans quelques obſervations, que dans la conduite de la nature.

Le Vaiſſeau le S. Loüis eſt un des trois qui partirent pour la Mer du Sud le 14 Juillet 1706. La Toiſon & le Maurepas étoient les deux autres Vaiſſeaux. M. Caſſini le fils a rapporté dans l'Hiſtoire de l'Academie de 1708 les obſervations faites ſur le Maurepas; mais le S. Loüis aprés avoir accompagné les deux autres Vaiſſeaux dans la Mer du Sud, s'en ſepara à la Conception ville maritime du Royaume de Chili, étant deſtiné à porter aux Indes M. Hebert Envóyé du Roy pour l'execution des ordres de Sa Majeſté.

Outre le Journal de M. Daumas premier Pilote de ce Vaiſſeau, j'ay encore eu communication de celui de M. Brunet un des Officiers du Vaiſſeau, qui fait pluſieurs remarques curieuſes que je n'ay pas trouvées dans le Journal du Pilote.

Ce Pilote étant parti du Port-Loüis le 14 Juillet 1706, obſerva à 25 lieuës au Nord Nord-Eſt de l'Iſle de Porto-Santo prés de Madere la variation de 5 degrés Nord-Oueſt, où la Carte de M. Halley en met 4 ſeulement.

Tout proche de Madere au Sud-Oueſt il en trouva $4\frac{1}{2}$, où M. Halley n'en met que $3\frac{1}{2}$.

Entre l'Iſle de Madere & l'Iſle de Fer 4, où M. Halley en met 3.

A 50 lieuës au Sud Sud-Oueſt de l'Iſle de Fer 3, où M. Halley en met 2.

A 18^d 15' de latitude & 357 de longitude 2^d & demi. Entre cet endroit & le banc des Biſagos ſur les Côtes de Guinée, il obſerva quatre fois la variation & la trouva toûjours de 2 deg. & demi; M. Halley la marque en ces endroits d'environ un degré.

A 358^d de longitude & 6^d de latitude, il trouva 2^d de variation auſſi-bien qu'à 3^d 15' de latitude & 10 minutes

de longitude. M. Halley marque dans ces endroits un demi degré de variation.

Depuis cet endroit tirant au Sud-Eſt juſqu'à la Ligne Equinoxiale qu'il coupa par les 7 deg. de longitude le 6 Septembre 1706, la variation changea au bout de 50 lieuës de 2 à 3 degrés, 50 lieuës plus loin de 3 à 4, & 50 autres lieuës au-delà de 4 à 5. M. Halley ne met dans ces endroits qu'un degré ou un degré & demi de variation, & au lieu de 50 lieuës marque 80 lieuës entre chaque degré de variation.

Ayant paſſé la Ligne il tira au Sud-Oueſt juſqu'à 9^d de latitude meridionale & 356^d 15$'$ de longitude, & trouva auſſi que la variation changeoit d'un degré au bout de 50 lieuës, diminuant ainſi de 5 à 4, de 4 à 3, de 2 à 1, enſorte qu'elle ſe trouva nulle au bout de 250 lieuës, & 50 lieuës plus loin d'un degré Nord-Eſt, au lieu qu'elle avoit été Nord-Oueſt juſqu'alors. Ainſi le lieu où le Vaiſſeau coupa la Ligne que l'on peut appeller de Direction, ſe trouve par leur eſtime plus occidentale de 100 lieuës que celle que M. Halley dit être exemte de variation.

M. Daumas continuant ſa route juſques vers l'Iſle de l'Aſcenſion, obſerva le 24 Septembre 1706 à 20 lieuës au Nord-Eſt de cette Iſle 6 degrés de variation, où M. Halley marque pareillement 6 deg. Nord Eſt.

Il fit route delà à l'Iſle Grande ſur les Côtes du Breſil. M. Brunet rapporte qu'on y trouva 11 deg. $\frac{1}{2}$ de variation, à peu prés comme M. Halley le marque.

Delà il paſſa au Détroit de Magellan. Il obſerva 12^d Nord-Eſt de variation où M. Halley en met 12 $\frac{1}{2}$, 13 où il en met 13$\frac{1}{2}$, 16 où il en met 16$\frac{1}{2}$, 17 où il met 18 $\frac{1}{2}$, 18 où il met 19, 19 où il met 19$\frac{1}{2}$, & 19 $\frac{1}{2}$ où il met 20 degrés. Je rapporte toutes ces obſervations parcequ'elles ſe confirment les unes les autres, ſurquoi l'on peut encore remarquer que cette derniere obſervation qui eſt rapportée par M. Brunet a été faite à la hauteur de 40 deg. 30 minutes de latitude Sud, & que le Vaiſſeau ayant fait icy 60 lieuës ſous le même parallele, trouva toûjours la mê-

me variation par trois obſervations qu'il fit à cette hauteur; ce qui s'accorde parfaitement à l'inclinaiſon que M. Halley donne aux Lignes de variation vers cet endroit, car elles y ſont inclinées de l'Eſt à l'Oueſt l'eſpace de 50 ou 60 lieuës, d'où elles tournent inſenſiblement vers le Sud-Oueſt en forme d'Ellipſe juſqu'au Détroit de Magellan.

Etant parvenus le 5 Decembre 1706 à la hauteur de 57^d 10′ & 60 lieuës au Sud-Oueſt du Détroit de le Maire, M. Brunet rapporte que la variation fut obſervée de 26^d Nord-Eſt, & que l'on trouva la même variation l'eſpace de 40 lieuës juſques par les 57^d 40′ de latitude. Je ne fais point icy de raport avec la Carte de M. Halley, parcequ'il ne marque pas les variations dans cette Mer.

Ayant doublé le Cap de Horne au midy de la Terre de Feu, ils vinrent à la ville de la Conception ſur les Côtes de Chili, où M. Brunet obſerva 9^d 30′ de variation. Delà ils paſſerent à Valparaiſe, où ils trouverent 8 degrés à Piſque, & à Cañete 6½, & au Callao qui eſt le Port de Lima 6 deg. Ces obſervations ſe rapportent toutes à un demi degré prés à celles qui furent faites ſur le Maurepas, & qui ſont rapportées par M. Caſſini le *fils*, qui remarque dans l'examen qu'il a fait de la route de ce Vaiſſeau, qu'à meſure qu'il s'élevoit en latitude la variation augmentoit; à quoi l'on peut ajoûter ſur les obſervations de Mrs Brunet & Daümas, qu'en même parallele à meſure qu'ils s'éloignoient des Côtes vers l'Occident, la variation diminuoit.

Car à 44^d 45′ de latitude & environ 30 lieuës des Côtes du Chili, ils obſerverent 12^d de variation, & au même parallele à 120 lieuës des Côtes ils n'en trouverent que 7.

Entre les 40 & 41 deg. de latitude à 10 lieuës des Côtes, ils trouverent 9^d de variation, & 6 ſeulement à 130 lieuës de mêmes Côtes.

Entre le 30 & le 31e degré de latitude à 60 lieuës des Côtes ils trouverent 7 deg. de variation, & 5 ſeulement à 220 lieuës.

Ce

Ce Vaiſſeau étant parti de la Conception le 27 Decembre 1707, doubla le Cap de Horne une ſeconde fois, & vint moüiller à la Riviere de Gallegue peu éloignée du Détroit de Magellan.

Ils en partirent pour faire voile au Cap de Bonne-Eſperance. C'eſt le premier Vaiſſeau, que je ſçache, qui ait fait cette route; ainſi ſes obſervations en ſont d'autant plus précieuſes.

A leur départ de la Riviere de Gallegue ils obſerverent 23^d de variation Nord-Eſt.

A 60 lieuës de cet endroit ils trouverent 22^d Nord-Eſt.

30 lieuës plus loin 20^d.

150 lieuës plus loin 18.

à 110 lieuës delà 16.

150 lieuës plus loin 14.

à 60 lieuës 13.

à 50 lieuës delà 12.

20 lieuës plus loin 11.

à 30 lieuës delà 10.

à 20 lieuës delà 8.

100 lieuës plus loin 4^d ſeulement.

Enfin 120 lieuës plus loin la variation ſe trouva nulle.

Toutes ces variations ſont du côté du Nord-Eſt juſqu'à l'endroit où elle ſe trouva nulle. Les ſuivantes ſont Nord-Oueſt.

Ainſi 60 lieuës plus à l'Eſt ils trouverent 2^d de variation Nord-Oueſt.

80 lieuës plus loin 4^d.

60 lieuës au-delà 7^d.

140 lieuës au-delà 9^d & demi.

Enfin 60 lieuës plus loin proche le Cap de Bonne-Eſperance où il arriva le 18 Mars 1708, il obſerva 8^d de variation.

Suivant la Carte de M. Halley la variation auroit dû augmenter depuis le lieu de leur départ dans l'eſpace de 240 lieuës de 20 à 23 degrés, & dans le reſte de la traverſe elle auroit dû diminuer environ d'un degré pour 2

degrés de longitude jusqu'à la Ligne de Direction, & de-là jusqu'au Cap augmenter au Nord-Oueſt dans la même proportion qu'elle avoit diminué au Nord-Eſt.

Mais il paroît au contraire par ces obſervations que la plus grande variation qu'ils ont obſervée dans toute cette traverſée, a été au lieu même de leur départ où elle a été trouvée de 23 degrés. Il paroît auſſi que lorſqu'elle a diminué, ce n'a pas toûjours été dans la même proportion qu'elle eſt marquée dans la Carte de M. Halley, enſorte que pendant les 500 premieres lieuës la variation a diminué d'un degré pour 4 degrés en longitude, aprés quoi dans l'eſpace d'un degré & demi de longitude, ils trouverent la variation diminuée d'un degré qu'ils n'avoient trouvée qu'en 4 auparavant, & cela dans l'eſpace de 250 lieuës, aprés quoi les variations ont changé comme dans la Carte de M. Halley d'un degré pour 2 en longitude.

Il paroît auſſi par ces obſervations que depuis 1700 qui eſt l'Epoque de la Carte de M. Halley juſqu'en 1709, la Ligne de Direction a changé de 50 lieuës à l'Oueſt à la latitude de 35 degrés Sud. Nous avons dit cy-deſſus qu'à la latitude de 22 degrés elle avoit changé de 110 lieuës, ſi l'on en croit les obſervations de M. Bigot; que par les 7 degrés Sud il l'avoit trouvée plus occidentale de 100 lieuës; enfin qu'à la hauteur de 28 degrés Nord, elle s'étoit trouvée auſſi plus occidentale par ſes obſervations que M. Halley ne la marque à cette hauteur; ainſi le mouvement de cette Ligne vers l'Oueſt eſt confirmé par pluſieurs obſervations.

Du Cap de Bonne-Eſperance en allant en Orient, ils trouverent que la variation augmentoit toûjours juſqu'à 530 lieuës à l'Eſt du Cap & à $33^d \frac{1}{2}$ de latitude Sud, où ils trouverent $24^d \frac{1}{2}$ de variation Nord-Oueſt. C'eſt la plus grande variation qu'ils ayent trouvé dans la Mer des Indes. Delà à l'Iſle Bourbon, & juſqu'à Pontichery & Merguy ils la trouverent toûjours moindre de jour en jour, & à leur retour ils la trouverent tous les jours plus gran-

de jusqu'au même terme environ à la même distance du Cap. M. Halley n'est different que d'un demi degré de ces observations.

Les autres observations de ces M^rs dans la Mer des Indes se trouvent peu éloignées de celles que M. Cassini a rapportées dans l'Histoire de l'Academie de 1708, c'est-pourquoy je renvoye à ce qu'il en a dit.

Voilà les observations que j'ay pû faire par les Journaux qui m'ont été communiquez sur les variations de l'Aiguille. Voici quelques remarques que j'ay trouvées dans ces mêmes Journaux qui peuvent servir à la correction des Cartes Marines, & en particulier de celles de Pieter Goos, que l'on pourra rendre un jour plus utiles aux Navigateurs, si l'on a un assez grand nombre de pareils Journaux pour aider à les rectifier.

Le premier Pilote du Royal Dauphin reconnut les Salvages qui sont des Isles dangereuses au Nord des Canaries, dont les Pilotes ne sçauroient par consequent connoître la situation avec trop d'exactitude. Il remarque qu'elles sont tres-mal marquées sur les Cartes Marines, & qu'elles y sont placées trop à l'Est par rapport à l'Isle de Porto-Santo. Pour la latitude il l'observa de 30 degrés, étant au Sud-Ouest à une lieuë & demie de ces Isles. Il dit que ce sont deux Isles dont la plus septentrionale est la plus grande, & qu'il y a un recif ou une chaîne de rochers qui s'étend depuis cette Isle environ 3 lieuës vers le Sud-Ouest, au bout desquels il y a un petit Islot rond, & un peu de terre basse où la mer brise beaucoup.

Le premier Pilote du S. Loüis remarqua en passant à l'Isle de l'Ascension qu'elle étoit marquée par Pieter Goos un demi degré trop au Nord, & assure qu'il y a observé 20^d $22'$ de latitude, au lieu de 19^d $52'$ où cet Auteur la marque.

J'ay rapporté cy-dessus que le S. Loüis étoit le premier Vaisseau qui avoit passé du Détroit de Magellan au Cap de Bonne-Esperance en droiture. Etant parti de

la Riviere de Gallegue, il fit toûjours l'Eſt Nord-Eſt juſqu'à ce Cap l'eſpace de 1350 lieuës; mais étant parvenu à la hauteur de 36ᵈ 54′ de latitude & 353ᵈ 10′ de longitude par eſtime, il découvrit le 27 Fevrier 1708 une Iſle à une lieuë de diſtance; peu aprés on en vit 2 autres au Sud-Oueſt à 3 ou 4 lieuës, & enſuite une 4ᵉ au Nord-Oueſt, ce qui ſurprit beaucoup l'équipage qui ſe faiſoit à 300 lieuës de terre.

M. Brunet trouva ces Iſles reſſemblantes à celles de Triſtan de Cugne qu'il avoit vûës allant à la Chine ſur l'Amphitrite.

Mais M. Hebert & le premier Pilote ſe perſuaderent le contraire, parceque ſuivant leur eſtime ils n'avoient encore fait que 750 lieuës depuis la Riviere de Gallegue, au lieu de 1050 qu'il falloit faire pour attraper la longitude de 12 deg. que Pieter Goos donne à ces Iſles. Ils furent confirmez dans cette opinion par leur aterrage au Cap de Bonne-Eſperance, ayant trouvé par leur eſtime 35 deg. de longitude entre ces Iſles & le Cap, au lieu de 26 deg. que Pieter Goos y marque, ce qui fait une difference de 150 lieuës en ce parallele. Enſorte qu'ils n'heſiterent pas à regarder ces Iſles comme une nouvelle découverte, & à leur donner le nom d'Iſles Hebert ou de Nouvelles Iſles de Triſtan de Cugne.

L'opinion de M. Brunet qui a prétendu que c'étoient les Iſles mêmes de Triſtan de Cugne, me paroît bien plus vrai-ſemblable.

Et ce ne ſeroit pas la premiere fois que des Pilotes auroient traité d'Iſles nouvelles, & impoſé de nouveaux noms à des Iſles qui avoient été découvertes long-tems avant eux. Je donneray pour exemple l'Iſle Sainte Helene, qui ayant été placée par les premiers Navigateurs plus à l'Oueſt qu'elle n'eſt effectivement, fut reconnuë par d'autres Navigateurs plus à l'Eſt qu'elle n'étoit marquée ſur les Cartes, ce qui leur fit croire que c'étoit une nouvelle Iſle ſituée à la même latitude, mais à une longitude differente de la premiere. Ils lui donnerent le

nom de nouvelle Isle Sainte Helene, & ne feignirent pas de l'ajoûter sur les Cartes Marines, dans la plûpart desquelles on la voit encore marquée entr'autres sur celles de Pieter Goos. L'Isle Sainte Apollonie dans la Mer des Indes est la même que l'Isle de Bourbon, l'Isle des Chiens dans la Mer du Sud trouvée en 1616 par Jacques le Maire n'est autre que l'Isle des Tiburons que Magellan avoit découverte en 1520, & il en est peut-être de même des Isles que nos Navigateurs ont reconnuës, qui pourront bien être les mêmes que celles de Tristan de Cugne. Car M. Halley qui fut en 1700 aux Isles de Tristan de Cugne, les marque dans sa Carte à la même distance ou environ que l'estime de ces M^rs l'exige, quoiqu'ils soient differens de Pieter Goos de 150 lieuës. Et pour ce qui est de la distance de ces Isles à la Riviere de Gallegue qui est de 750 lieuës par leur estime, il est vrai que M. Halley la fait encore de 170 lieuës plus grande; mais la longitude que M. Halley donne à l'embouchure de cette Riviere doit être encore diminuée de dix degrés ou environ, comme j'ay fait dans ma Carte de l'Amerique meridionale sur plusieurs observations, entr'autres sur celle de l'Eclipse du 13 Mars 1653 faite à la Vallée de Bucalene au Chili par le P. Mascardi. Par cette observation comparée avec celles qui furent faites à Paris, Bucalene est de 72^d & demi plus occidental que Paris. La Riviere de Gallegue dont la distance à Bucalene est connuë, ne doit être par consequent qu'à 68 degrés de Paris. Nous sçavons d'ailleurs par les observations du P. de Fontaney que le Cap de Bonne-Esperance est plus oriental que Paris de 17^d 45'. Ainsi la distance du Cap à la Riviere de Gallegue sera de 84^d 15' à un degré & demi prés de l'estime de nos Navigateurs.

REFLEXIONS

Sur les Observations du Flux & du Reflux de la Mer, faites au Havre de Grace par M. Boissaye du Bocage Professeur d'Hydrographie, pendant les années 1701 & 1702.

PAR M. CASSINI le fils.

1710.
13. Aoust.

MOnsieur Boissaye du Bocage Professeur d'Hydrographie au Havre de Grace ayant reçû ordre de M. le Comte de Pontchartrain d'observer dans ce Port le Flux & le Reflux de la Mer, choisit pour faire ses observations le lieu du Port qui est le plus à l'abri. Il plaça à cet endroit une planche divisée en pouces de dix piés & demi de longueur qu'il attacha contre la muraille de ce Port, & il y observa seulement les Marées qui arrivoient de jour, n'ayant pas eu la commodité d'y prendre celles de la nuit.

Il remarque que la mer en montant porte au Sud-Est, & au Nord-Ouest en baissant ; que le vent traversier de la Rade est Ouest Nord-Ouest, & que le vent d'Ouest Sud-Ouest enfile l'entrée du Port.

Le Journal des observations de M. du Bocage commence au 9 Avril de l'année 1701, & finit au 26 May 1702.

Il s'est contenté d'abord de marquer jour par jour l'endroit de la planche où la haute mer a monté, avec les vents qu'il faisoit tant dans le flux que dans le reflux ; mais deux mois aprés, à commencer du 10 Juin, il a marqué les heures & minutes de la haute mer, ce qu'il a continué de faire jusqu'à la fin de ses observations, à la réserve de l'intervalle qui est entre le 11 & le 28 Novembre 1701, pendant lequel il fut obligé de faire raccom-

moder la Montre dont il ſe ſervoit.

Si l'on examine d'abord les temps de la haute mer obſervés au Havre de Grace, on trouve que le jour des pleines Lunes la haute mer y arrive pour l'ordinaire un peu aprés 9 heures du matin. La haute mer qui a le plus acceleré eſt arrivée le 19 Juillet jour de la pleine Lune à 8^h 39′ du matin, & celle qui a le plus retardé eſt arrivée le 12 Avril à 9^h 39′, ce qui donne une variation d'une heure dans le temps des marées pour le jour de la pleine Lune.

Si l'on ſuppoſe que le jour de la pleine Lune l'heure de la haute mer arrive au Havre de Grace à 9^h 26′ du matin, lorſque l'heure de la pleine Lune concourt avec celle de la haute mer, & qu'on ait égard à l'acceleration ou retardement de deux minutes pour chaque heure que le temps de la pleine Lune retarde ou anticipe à l'égard du temps de la haute mer, comme on l'a établi à Dunquerque, on trouvera moins de variations dans les temps de la haute mer obſervés au Havre de Grace.

Par exemple, le 19 Juillet de l'année 1701 la haute mer eſt arrivée à 8^h 39′ du matin, qui eſt la plus grande acceleration que M. du Bocage ait obſervée. La pleine Lune eſt marquée pour ce jour-là dans la Connoiſſance des Temps à 11^h 50′ du ſoir. La difference entre 9^h 26′ du matin & 11^h 50′ du ſoir eſt 14^h 24′, auſquels à raiſon de 2 minutes par heure il répond 29′, qui étant retranchées de 9^h 26′, donnent 8^h 57′ pour le temps de la haute mer, à 18 minutes de celle qui a été obſervée au Havre de Grace.

Il eſt à remarquer que le 19 Juillet 1701 eſt le même jour que celui auquel on a obſervé à Dunquerque la plus grande acceleration de la haute mer dans les pleines Lunes, dont on a attribué la plus grande partie à l'acceleration cauſée par la pleine Lune qui eſt arrivée le ſoir à 11^h 50′.

A l'égard de la haute mer qui a le plus retardé aux jours des pleines Lunes, on l'a obſervé le 12 Avril à 9^h 39′,

la haute mer étant arrivée à 0^h 15' du soir, il a donc dû y avoir une anticipation de 6 minutes, qui étant retranchée de 9^h 26' donnent le temps de la haute mer le 12 Avril 1701 à 9^h 20', à 19 minutes prés de celui qui a été obſervé.

Si l'on examine pareillement les obſervations de la haute mer faites au Havre pendant les nouvelles Lunes, il paroît d'abord que les hautes mers dans les nouvelles Lunes arrivent plus tard que dans les pleines Lunes d'environ 12 à 13 minutes l'une portant l'autre. Cependant ayant égard à l'acceleration ou retardement de deux minutes par heure que l'on a preſcrit cy-deſſus, ſi l'on ſuppoſe que l'heure de la haute mer arrive au Havre dans les nouvelles Lunes à 9^h 26' du matin, de même que dans les pleines Lunes, on accordera enſemble les obſervations des pleines Lunes avec celles des nouvelles Lunes, à la réſerve de deux dans leſquelles on a trouvé une irrégularité extraordinaire, y ayant eu dans le temps de la haute mer une anticipation de pluſieurs minutes d'un jour à l'autre, au lieu du retardement que l'on y obſerve ordinairement. La nouvelle Lune dans laquelle la haute mer a été obſervée le plutôt, eſt celle du 29 Novembre 1701; la haute mer arriva à 8^h 56' du matin, & la nouvelle Lune eſt marquée ce jour-là dans la Connoiſſance des Temps à 10^h 11' du ſoir. La difference entre 9^h 26' du matin & 10^h 11' du ſoir eſt 12^h 45' auſquelles il répond 25' $\frac{1}{2}$, qui étant retranchées de 9^h 26' à cauſe que la nouvelle Lune eſt arrivée le ſoir, donne le temps de la haute mer à 9^h 0' $\frac{1}{2}$, à 4 minutes prés de celui qui a été obſervé.

Il eſt à remarquer que cette nouvelle Lune eſt la même que celle dans laquelle on a obſervé à Dunquerque la plus grande acceleration de la haute mer, ce qu'on a auſſi attribué à l'heure de la nouvelle Lune qui eſt arrivée le ſoir à 10^h 11'.

La nouvelle Lune dans laquelle la haute mer a été obſervée le plus tard eſt celle du 4 Aouſt 1701. La haute mer arriva à 9^h 48' du matin, & la nouvelle Lune eſt marquée

marquée ce jour-là à $10^h\ 15'$ du matin. Suivant la regle prescrite cy-dessus la haute mer devoit arriver à $9^h\ 24'$ du matin à 24 minutes prés de celle qui a été observée; mais il faut remarquer que du 4 au 5 Aoust il y a eu une anticipation de 11 minutes dans le temps de la haute mer au lieu d'y avoir eu quelque retardement, & qu'ainsi on ne peut rien établir sur cette observation, non-plus que sur celle du 2 Septembre 1701 jour de la nouvelle Lune, où la haute mer fut observée à $9^h 46'$ du matin, y ayant eu aussi du 2 au 3 Septembre une anticipation de 20 minutes.

Pour ce qui est des plus hautes marées, elles n'arrivent point ordinairement au Havre de Grace le jour des nouvelles & pleines Lunes, mais un, deux ou trois jours aprés, comme on l'a remarqué à Dunquerque, & comme il a été observé par Mrs de l'Academie, non-seulement dans les Ports de la Manche, mais même sur les Côtes de l'Afrique & de l'Amerique.

La plus haute Marée qui a été observée au Havre par M. du Bocage est celle du 15 Fevrier 1702, où la marée monta à la hauteur de $18^p\ 3^p$, trois jours aprés la pleine Lune qui étoit arrivée le 12 du même mois à $3^h\ 2'$ du soir. Il faisoit alors un vent tres-fort de Sud Sud-Ouest, qui concourant avec la marée pour la faire avancer vers le Port, a pû contribuer à la grande hauteur qu'on y a observée ce jour-là.

A l'égard des marées qui sont prés des Equinoxes tant dans les nouvelles que dans les pleines Lunes, il s'en trouve quelques-unes qui sont hautes & d'autres qui sont basses; de sorte qu'on ne peut pas prendre pour regle generale que les grandes marées arrivent au Havre de Grace dans les marées qui sont prés des Equinoxes.

Ce qu'il y a de remarquable, c'est que les hauteurs des marées suivent assez exactement le rapport des diverses distances de la Lune à la Terre, soit qu'elles soient prés des Equinoxes, soit qu'elles en soient éloignées, de même qu'on la fait voir à Dunquerque.

Par exemple, le 10 Avril 1701 deux jours aprés la nou-

velle Lune qui suit l'Equinoxe du Printemps, la hauteur de la mer fut observée de 15p 6p 6l, plus basse d'un pied & trois pouces ½ que le 10 May deux jours aprés la pleine Lune suivante, qui est cependant plus éloignée de l'Equinoxe; ce qui s'accorde à la distance de la Lune qui étoit plus éloignée de la Terre le 8 Avril jour de la nouvelle Lune, que le 24 Avril jour de la pleine Lune.

De même le 19 Septembre 1701 deux jours aprés la pleine Lune qui étoit la plus proche de l'Equinoxe d'Automne, la hauteur de la mer fut observée de 15p 11p plus basse d'un pied 10 pouces que le 4 Octobre deux jours aprés la nouvelle Lune suivante, où la haute mer fut observée de 17p 9p qui est une des plus hautes qu'on ait remarquées. Le 16 Octobre suivant jour de la pleine Lune, la haute mer fut observée de 16p 3p plus basse que le 4 Octobre, & le 1 Novembre elle fut observée de 16p 11p plus haute que le 4 Octobre.

Ces diverses hauteurs des marées ne peuvent convenir aux diverses distances du Soleil aux Equinoxes, puisque la mer a été plus basse prés de l'Equinoxe que dans les autres observations qui en étoient plus éloignées; *mais* elles s'accordent parfaitement aux diverses distances de la Lune à la Terre dans le temps des nouvelles & pleines Lunes. Car le 17 Septembre la Lune étoit plus éloignée de la Terre que dans les autres observations. Le 2 Octobre elle en étoit plus prés. Le 16 Octobre elle étoit plus éloignée que le 4, mais à une moindre distance que le 17 Septembre; & le 31 Octobre elle étoit plus proche que le 17, mais à une plus grande distance que le 4 Octobre.

Il seroit trop long de montrer le rapport des observations qui s'accordent aux diverses distances de la Lune à la Terre, & il suffira de remarquer que le 15 Mars 1701 la haute mer fut observée de 17p 1p ½; que le 30 Mars à égale distance à peu prés de l'Equinoxe, elle fut observée de 15p 8p; que le 15 Avril on l'observa de 17p 6p ¾, & le 28 Avril de 15p 2p, ce qui s'accorde aux diverses

distances de la Lune qui étoit plus proche de la Terre le quinze Avril, & plus éloignée le vingt-huit Avril que dans les observations précedentes, comme on le peut voir dans la Table cy-jointe, où l'on a marqué dans la premiere colomne les jours & heures des nouvelles & pleines Lunes; dans la seconde le temps de la haute mer observé; dans la troisiéme le temps de la haute mer calculé; dans la quatriéme la hauteur de la mer le jour de la nouvelle & pleine Lune; dans la cinquiéme la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune lorsqu'il étoit prés de l'Apogée ou du Perigée de la Lune ou des moyennes distances; dans la sixiéme la vraie distance de la Lune à la Terre dans les nouvelles & pleines Lunes par rapport à la distance moyenne que l'on suppose de 100000 parties; dans la septiéme colomne le jour de la plus haute marée; & dans la huitiéme la hauteur de la mer pour ce jour.

Si l'on examine presentement le temps de la haute mer observé dans les Quadratures, on trouve qu'il arrive au Hâvre sur les 2 heures & demi du soir.

Entre 23 observations qui en ont été faites, la haute mer qui a le plus acceleré est arrivée le 6 Mars 1701 à $1^h\ 55'$ du soir, & celle qui a le plus retardé est arrivée le 5 May à $3^h\ 30'$.

Pour donner quelque regle de cette variation on suppose que le temps moyen de la haute mer dans les Quadratures arrive au Havre à $2^h\ 40'$ du soir, & on ajoûte ou ôte de ce temps deux minutes pour toutes les heures que le temps de la Quadrature marqué dans quelques Ephemerides anticipe ou suit le temps moyen de la haute mer déterminé à $2^h\ 40'$ du soir.

Par exemple, le 6 Mars 1701 la haute mer a été observée à $1^h\ 55'$ du soir, le premier quartier est marqué ce jour-là dans la Connoissance des Temps à $10^h\ 24'$ du soir. La difference entre $2^h\ 40'$ & $10^h\ 24'$ du soir est de $7^h\ 44'$, ausquels il répond à raison de 2 minutes par heure 15 minutes $\frac{1}{2}$, qui étant retranchées de $2^h\ 40'$, don-

TABLE DU TEMPS ET DE LA HAUTEUR DES MARÉES
dans les Nouvelles & Pleines Lunes au Havre de Grace.

Jours & Heures des Nouvelles & Pleines Lunes.	Temps de la haute Mer observé.	Temps de la haute Mer calculé.	Hauteur de la Mer.	Distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.	Distance de la Lune à la terre dans les Conj. & Opp.	Jour de la plus haute Marée.	Hauteur de la Mer.
1701.	H. M.	H. M.	Piés. Pouc. L.	S. D. M.			Piés Pou. L.
● Le 8 Avril à 10h 54' m.				1 0 21	105589	10 Avril.	15 6 6
☉ Le 22 Avril à 5 16 so.			16 3			24 Avril.	16 10
● Le 8 May à 1 42 m.			15 2			9 & 10 M.	15 6 3
☉ Le 22 May à 2 18 m.			15 11			23 May.	16 0 6
● Le 6 Juin à 2 28 so.		9 16	14 11 6			8 & 9 Juin.	15 7
☉ Le 20 Juin à 0 26 so.	9 1	9 20	15 4	3 2 33	99713	21 Juin.	15 5 9
● Le 6 Juillet à 0 58 m.	9 25	9 43	15 0 3	3 16 2	98372	7 Juillet.	15 3 3
○ Le 19 Juillet à 11 50 so.	8 39	8 57	14 6 9			22 Juill.	15 0 3
● Le 4 Aoust à 10 15 m.	9 48	9 24	15 8 6			7 Aoust.	16 10
☉ Le 18 Aoust à 2 6 so.	9 6	9 16½	15 4			19 Aoust.	15 11 6
● Le 2 Sept. à 6 5 so.	9 46	9 8½	15 11 6			4 Sept.	17 6
☉ Le 17 Sept. à 5 56 m.	9 30	9 34	15 4	5 18 10	106340	19 Sept.	15 11
● Le 2 Octob. à 2 20 m.	9 33	9 40	17 2	6 1 13	93469	4 Oct.	17 9
☉ Le 16 Oct. à 11 24 so.	9 12	8 58	16 3			16 & 17 O.	16 3
● Le 31 Oct. à 11 24 m.	9 34	9 22	16 7 6			1 Nov.	16 11
☉ Le 15 Nov. à 5 4 so.		9 11	15 10			16 Nov.	15 11
● Le 29 Nov. à 10 11 so.	8 56	9 0	17 0			30 Nov.	17 10
☉ Le 15 Dec. à 10 16 m.	9 30	9 24	15 4 8			18 Dec.	15 6
● Le 29 Dec. à 10 47 m.	8 59	9 23	15 11 9			30 Dec.	16 5 6
1702.						1702.	
☉ Le 14 Janv. à 1 12 m.	9 25	9 43	16 5 8	9 4 37	100013	14 Janv.	16 5 8
● Le 28 Janv. à 0 57 m.	9 45	9 43	16 1 6	9 17 19	100477	29 Janv.	15 4 9
☉ Le 12 Fevr. à 3 2 so.	9 16	9 15	15 9 4			15 Fevr.	18 3
● Le 16 Fevr. à 6 15 so.	9 25	9 8	15 6			28 Fevr.	17 2
☉ Le 14 Mars à 1 48 m.	9 34	9 41½	16 7			15 Mars.	17 1 6
● Le 28 Mars à 11 7 m.	9 38½	9 23	15 3			30 Mars.	15 8
☉ Le 12 Avril à 0 13 so.	9 39	9 20	16 9	11 22 55	93519	15 Avril	17 6 9
● Le 27 Avril à 5 49 m.	9 40	9 33	15 0 9	0 5 52	106496	28 Avril.	15 2 3
☉ Le 11 May à 4 59 so.	9 23	9 11	16 3 3			12 May.	17 0
● Le 26 May à 8 27 so.	9 25	9 4	14 1 6				

nent $2^h\ 24'\frac{1}{2}$ pour le temps de la haute mer à $29'\frac{1}{2}$ prés de celui qui a été obſervé.

De même le 5 May 1702 jour auquel la marée a le plus retardé dans les quadratures, la haute mer a été obſervée à $3^h\ 30'$; le premier quartier eſt marqué ce jour-là dans la Connoiſſance des Temps à $1^h\ 59'$ du matin. La difference entre $1^h\ 59'$ du matin & $2^h\ 40'$ du ſoir eſt de $12^h\ 41'$, auquel il répond à raiſon de 2 minutes par heure 25', qui étant ajoûtées à $2^h\ 40'$, donnent $3^h\ 5'$ pour le temps de la haute mer à 25 minutes prés de celui qui a été obſervé.

On auroit trouvé dans ces deux obſervations le temps de la haute mer plus exactement, ſi au lieu de 2 minutes d'anticipation ou de retardement par heure on avoit ſuppoſé trois minutes, ce qui s'accorde mieux au retardement de la marée d'un jour à l'autre vers les Quadratures, qui excede pour l'ordinaire une heure.

La haute mer arrivant au Havre dans les nouvelles & pleines Lunes à $9^h\ 26'$ du matin & dans les Quadratures à $2^h\ 40'$, on a $5^h\ 14'$ pour l'intervalle entre le temps de la haute mer depuis les nouvelles & pleines Lunes juſqu'aux Quadratures. On avoit trouvé à Dunquerque cet intervalle de $5^h\ 12'$, ce qui fait voir qu'il y a une grande conformité dans le temps des marées obſervé dans ces deux Ports.

A l'égard des plus petites marées que l'on a obſervé au Havre de Grace, elles n'arrivent pas pour l'ordinaire dans les Quadratures, mais un ou deux jours aprés le premier ou le dernier quartier.

La plus petite marée eſt arrivée le 8 Mars 1702 deux jours aprés le premier quartier de la Lune, la mer étant montée ce jour-là à la hauteur de $9^p\ 8^p\ 4^l$, & la plus haute marée a été obſervée, comme on l'a dit cy-deſſus, le 15 Fevrier à la hauteur de $18^p\ 3^p$. Il y a donc eu au Havre une difference de $8^p\ 7^p$ entre les plus hautes & les plus petites marées qui y ont été obſervées, au lieu qu'on n'a trouvé à Dunquerque qu'une difference de 7 pieds dans la hauteur des marées.

TABLE DU TEMPS ET DE LA HAUTEUR DES MARÉES dans les Quadratures au Havre de Grace.

Jours & Heures des Quadratures.	Temps de la haute Mer observé.	Temps de la haute Mer calculé.	Hauteur de la Mer.	Distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.	Distance de la Lune à la Terre dans les Quadrat.	Jour de la plus petite Marée.	Hauteur de la Mer.
1701.	H. M.	H. M.	Piés. Pou. L.	S. D. M.			Piés. Pou. L.
1.☐ Le 16 Avril à 2h 8'm.		3 6	11 2 6			17 Avril.	10 10
3.☐ Le 29 Avr. à 10 25 so.		2 24	12 2 6			1 May.	10 10 6
1.☐ Le 15 May à 9 6 m.		2 51	13 0 6			16 May.	12 7 6
3.☐ Le 29 May à 3 38 so.		2 38	12 3 0			30 May.	11 4
1.☐ Le 13 Juin à 2 26 so.	3 1 s.	2 40½	13 6	2 26 40	97615	14 Juin.	13 0
3.☐ Le 28 Juin à 9 14 m.	3 10	2 51	11 9	3 9 17	106250	29 Juin.	11 3
1.☐ Le 12 Juill. à 7 17 so.	2 5	2 31	13 11			14 Juill.	12 11
3.☐ Le 28 Juill. à 2 23 m.	3 0	3 5	11 10			29 Juill.	11 6
1.☐ Le 11 Aoust à 1 14 m.	2 50	3 7	13 11 6			13 Aoust.	12 7
3.☐ Le 26 Aoust à 6 6 so.	2 0½	2 33	12 4 3			28 Aoust.	11 8 6
1.☐ Le 9 Sept. à 9 20 m.	2 42	2 51	13 7 8			10. Sept.	11 8 9
3.☐ Le 25 Sept. à 7 58 m.	2 24	2 53½	11 3 6	5 25 8	102165	26 Sept.	10 7
1.☐ Le 8 Octob. à 8 47 so.	2 29	2 28	13 6 4	6 6 30	102275	10 Oct.	11 2 3
3.☐ Le 24 Oct. à 7 50 so.	2 30	2 30	11 7 9			25 Oct.	10 4 8
1.☐ Le 7 Nov. à 0 17 so.	2 51	2 45	12 5			8 Nov.	11 5
3.☐ Le 23 Nov. à 6 0 m.		2 58	12 6			23 Nov.	12 6
1.☐ Le 7 Dec. à 7 31 m.	2 51	2 54½	12 4				
3.☐ Le 22 Dec. à 8 48 so.	2 59	2 28	13 6				
1702.							
1.☐ Le 6 Janv. à 5 47 m.	3 4	2 58	14 3½	8 28 20	106425		
3.☐ Le 20 Janv. à 10 41 so.	2 13	2 24	15 0 9	9 10 2	97717	22 Janv.	13 2 8
1.☐ Le 5 Fevrier à 2 34 m.	2 36	3 4	12 5 3			6 Fevr.	10 10
3.☐ Le 19 Fev. à 6 33 m.	2 24	2 56½	13 4			21 Fevr.	12 7 9
1.☐ Le 6 Mars à 10 24 so.	1 55	2 24½	11 3 6			8 Mars.	9 8 4
3.☐ Le 20 Mars à 3 47 so.	2 46	2 38	13 4 9			22 Mars.	10 10 4
1.☐ Le 5 Avril à 2 9 so.	2 12	2 41	11 8			6 Avril.	10 6 3
3.☐ Le 19 Avril à 3 39 m.	3 14	3 2	12 2 9	11 28 56	101725	20 Avril.	11 6 3
1.☐ Le 5 May à 1 59 m.	3 30	3 6	11 5	0 12 40	100856	7 May.	11 6
3.☐ Le 18 May à 4 4 so.	3 10½	2 37	12 2 8			20&21M.	11 4

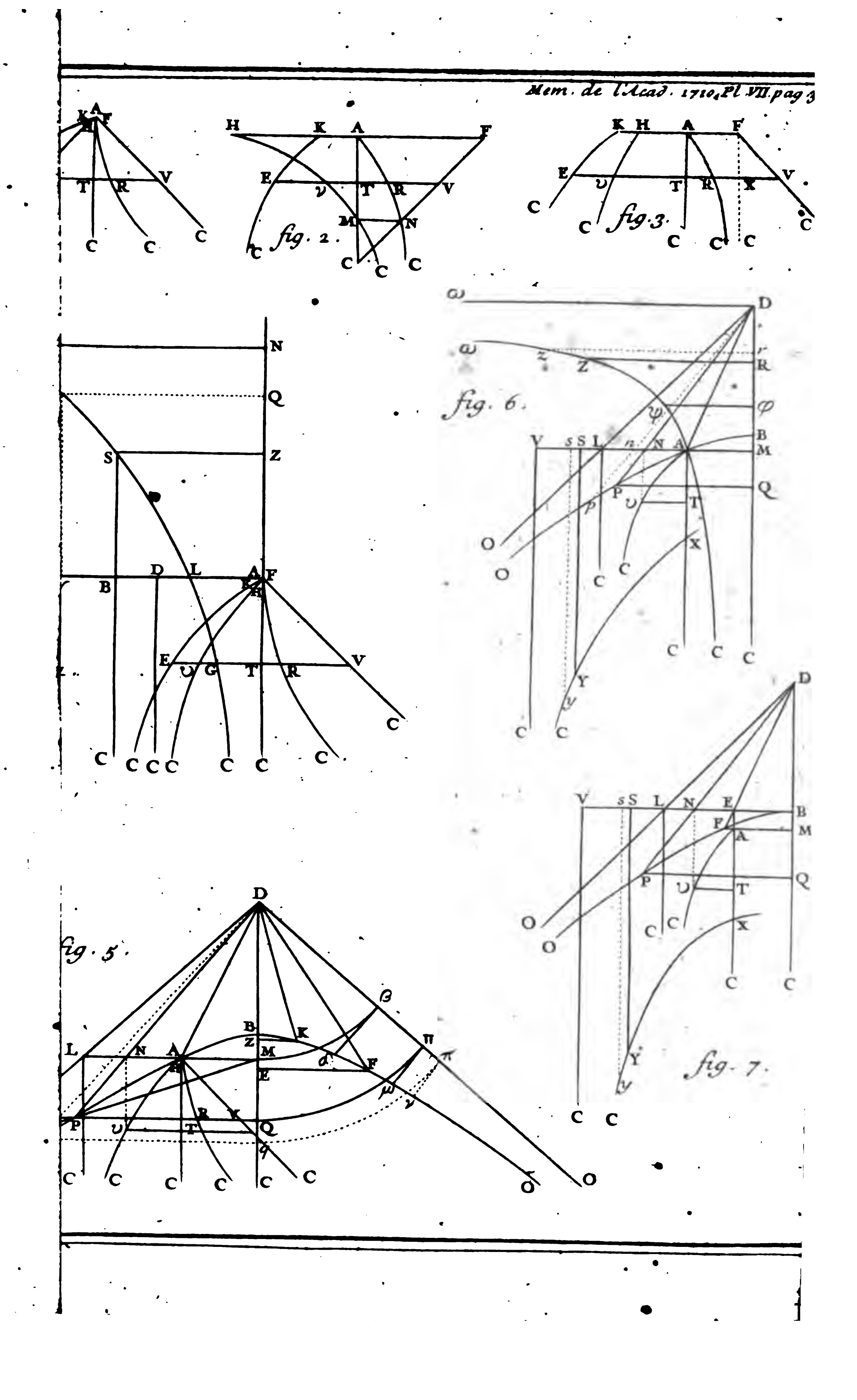


fig. 2.
fig. 3.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 7.

En comparant les diverses hauteurs des marées observées au Havre vers les Quadratures, on trouve qu'elles ont aussi beaucoup de rapport aux diverses distances de la Lune à la Terre, comme on peut le voir par la Table cy-jointe du temps & de la hauteur des marées dans les Quadratures, où l'on remarquera que le 22 Janvier 1702 la Lune étant dans son Perigée vers les Quadratures, la hauteur de la mer fut observée de 13P 2P 8l plus petite seulement de deux pieds que le 28 Avril 1702, deux jours aprés la nouvelle Lune qui étoit alors dans son Apogée.

Aprés avoir établi le retardement des marées dans les nouvelles & pleines Lunes & dans les Quadratures, l'on a examiné toutes les observations qui ont été faites au Havre de Grace, & on a trouvé que le retardement moyen de la marée d'un jour à l'autre étoit presque entierement semblable à celui qu'on avoit observé à Dunquerque; ensorte qu'on peut se servir de la même regle pour trouver dans ces deux Ports le temps de la haute mer pour tous les jours de l'année, & l'on a dressé une Table de ces retardemens semblable à celle que l'on a construit pour Dunquerque, par le moyen de laquelle on pourra examiner si dans les autres Ports le flux & le reflux de la mer suit la même regle. Il faudra pour cela établir d'abord le temps moyen des marées dans chaque Port pour les jours des nouvelles & pleines Lunes & des Quadratures, & se servir des regles prescrites cy-aprés.

On a marqué dans cette Table les marées de douze heures en douze heures aprés la pleine Lune, afin de pouvoir trouver facilement les marées du matin & du soir.

9^h 26′ matin. Temps moyen de la haute Mer au Havre le jour des nouvelles & pleines Lunes.	*2^h 40′ soir. Temps moyen de la haute Mer au Havre le jour des Quadratures.*

TABLE DU RETARDEMENT des Marées.

Jours & heures aprés la nouvelle ou pleine Lune.		Retardement des Marées.		Diff.	Jours & heures aprés le premier ou dern. quartier		Retardement des Marées.		Diff.
Jou.	Heur.	Heur.	Min.	Min.	Jou.	Heur.	Heur.	Min.	Min.
0	0	0	0		0	0	0	0	
	12	0	26	26		12	0	32	32
1	0	0	50	24	1	0	1	8	36
	12	1	11	21		12	1	49	41
2	0	1	30	19	2	0	2	32	43
	12	1	48	18		12	3	11	39
3	0	2	6	18	3	0	3	44	33
	12	2	24	18		12	4	14	30
4	0	2	42	18	4	0	4	40	26
	12	3	1	19		12	5	4	24
5	0	3	21	20	5	0	5	28	24
	12	3	41	20		12	5	50	22
6	0	4	2	21	6	0	6	12	22
	12	4	21	19		12	6	34	22
7	0	4	39	18	7	0	6	54	20

PREMIERE REGLE.

Trouver au Havre le temps de la haute Mer pour les jours de la nouvelle & pleine Lune & des Quadratures.

Cherchez dans quelques Ephemerides l'heure de la nouvelle ou pleine Lune & des Quadratures, & prenez la difference entre cette heure & le temps moyen de la haute Mer marqué pour le jour de la phaſe. Doublez cette difference, & vous aurez le nombre des minutes qu'il faut ajoûter au temps moyen de la haute Mer, ſi l'heure de la phaſe anticipe le temps moyen de la haute Mer; & qu'il faut retrancher au contraire ſi l'heure de

de la phaſe ſuit le temps moyen de la haute mer, & on aura le vrai temps de la haute mer pour le jour de la phaſe donnée, ſoit nouvelle ou pleine Lune, ou l'une des Quadratures.

EXEMPLE.

On cherche le temps de la haute mer le jour de la nouvelle Lune de Janvier 1702.

On trouve dans la Connoiſſance des Temps que la nouvelle Lune eſt arrivée le 28 Janvier à $0^h\,57'$ du matin. La difference entre $0^h\,57'$ du matin & $9^h\,26'$ du matin, temps moyen de la haute mer dans les nouvelles & pleines Lunes au Havre de Grace, eſt $8^h\,29'$, dont le double $16'\,58''$ eſt le nombre des minutes qu'il faut ajoûter à $9^h\,26'$, temps moyen de la haute mer au Havre, à cauſe que l'heure de la pleine Lune anticipe le temps de la haute mer, & on aura le vrai temps de la haute mer le 28 Janvier 1702 à $9^h\,43'$. M. du Bocage l'a obſervé à $9^h\,45'$.

SECONDE REGLE.

Trouver au Havre le temps de la haute mer pour tous les jours donnés.

Cherchez d'abord par la premiere Regle le temps de la haute mer pour le jour de la nouvelle ou pleine Lune, ou des Quadratures qui précede immediatement le jour donné. Ajoûtez-y le retardement de la marée qui convient à la difference entre le jour donné & le jour de la phaſe précedente, & vous aurez le temps de la haute mer pour le jour cherché.

EXEMPLE.

On cherche le temps de la haute mer pour le premier Fevrier 1702.

On trouve dans la Connoiſſance des Temps que la phaſe qui a précedé immediatement le premier Fevrier, eſt la nouvelle Lune qui eſt arrivée le 28 Janvier 1702 à $0^h\,57'$ du matin quatre jours avant le jour donné. On a trouvé par l'Exemple précedent que le temps de la haute mer eſt arrivé ce jour-là à $9^h\,43'$ du matin. Ajoûtez-y $2^h\,42'$ qui eſt le retardement qui convient à quatre jours,

& vous aurez le temps de la haute mer le 1 Fevrier 1702 à 0^h 25′ du soir. M. du Bocage l'a observé ce jour-là à 0^h 15′ du soir.

Pour trouver le temps de la haute mer qui précede ou qui suit immediatement celle qu'on a trouvée, il faudra retrancher ou ajoûter la difference marquée dans la Table qui convient à 12 heures. On pourra aussi appliquer au Havre de Grace les trois dernieres Regles qui sont prescrites pour trouver à Dunquerque les grandes & petites marées, que l'on obmet icy de crainte de repetition.

Comme l'intervalle entre les nouvelles ou pleines Lunes & les Quadratures varie depuis 6 jours jusqu'à 8 jours, il suit que lorsque cet intervalle est de 6 jours, alors le retardement de la marée d'un jour à l'autre doit être plus grand que lorsque l'intervalle est de 8 jours; c'est-pourquoy on a construit pour une plus grande précision une Table où le retardement de la marée est marqué suivant ces divers intervalles.

Pour l'usage de cette Table on prendra dans les Ephemerides l'intervalle des jours qui est entre la phase qui précede & celle qui suit immediatement le jour donné, & on se servira du retardement de la marée qui est marqué dans la colomne sous ce nombre de jours.

Par exemple, on veut sçavoir le temps de la haute mer pour le 1 Fevrier 1702, qui est l'Exemple proposé dans la seconde Regle.

La phase qui a précedé immediatement le 1 Fevrier est la nouvelle Lune du 28 Janvier 1702, & la phase suivante est le premier quartier qui est arrivé le 5 Fevrier 1702. L'intervalle entre ces deux phases est 8 jours. Cherchez sous la colomne au haut de laquelle est marqué VIII. jours, le retardement qui convient à quatre jours qui est 2^h 31′; ajoûtez-les à 9^h 43′ du matin (temps de la haute mer pour le jour de la nouvelle Lune précedente trouvé par la premiere Regle) & vous aurez le temps de la haute mer le 1 Fevrier 1702 à 0^h 14′ du soir, à une minute prés de celui qui a été observé.

Table du Retardement des Marées.

Jours & Heures aprés la nouvelle ou pleine Lune.		Intervalle entre le jour des nouvelles ou Pleines Lunes & le jour des Quadratures.								
		VI jours.			VII jours.			VIII jours.		
		Retardement des Marées.								
Jou.	He.	H.	M.	Dif.	H.	M.	Dif.	H.	M.	Dif.
0	0	0	0		0	0		0	0	
	12	0	29	29	0	27	27	0	25	25
1	0	0	54	25	0	51	24	0	47	22
	12	1	16	22	1	13	22	1	7	20
2	0	1	37	21	1	33	20	1	25	18
	12	1	58	21	1	53	20	1	42	17
3	0	2	18	20	2	12	19	1	58	16
	12	2	38	20	2	31	19	2	14	16
4	0	2	58	20	2	50	19	2	31	17
	12	3	20	22	3	10	20	2	50	19
5	0	3	43	23	3	32	22	3	10	20
	12				3	56	24	3	31	21
6	0				4	23	27	3	53	22
	12							4	16	23
7	0							4	39	23
Jours & Heures aprés les Quadratures.										
Jou.	He.	H.	M.	Dif.	H.	M.	Dif.	H.	M.	Dif.
0	0	0	0		0	0		0	0	
	12	0	37	37	0	31	31	0	29	29
1	0	1	16	39	1	6	35	1	2	33
	12	1	58	42	1	47	41	1	42	40
2	0	2	42	44	2	32	45	2	26	44
	12	3	26	44	3	16	44	3	11	45
3	0	4	3	37	3	50	34	3	45	34
	12	4	32	29	4	17	27	4	12	27
4	0	4	58	26	4	42	25	4	37	25
	12	5	22	24	5	5	23	4	59	22
5	0	5	46	24	5	28	23	5	22	23
	12				5	53	25	5	47	25
6	0				6	18	25	6	14	27
	12							6	41	27
7	0							7	8	27
	12									

REFLEXIONS

Sur les observations des Marées faites à Brest & à Bayonne.

PAR M. CASSINI le fils.

1710. 16. Aoust.

AYant trouvé que les observations du flux & du reflux de la mer faites à Dunquerque & au Havre de Grace s'accordoient entr'elles, de sorte que l'on peut se servir des mêmes Regles pour trouver dans ces deux Ports le temps de la haute mer pour tous les jours de l'année avec assez de precision. On a crû devoir examiner si ces Regles s'accordoient aux observations faites à Brest & à Bayonne sur les marées par Mrs de la Hire & Picard.

Ces observations sont rapportées dans le Recueil des voyages de l'Academie. Elles furent faites à Brest au mois de Septembre 1679 dans le Jardin du Roy qui a vûë sur le Port, où la Mer est ordinairement fort en repos.

Mrs de la Hire & Picard y observerent depuis le 18 jusqu'au 28 Septembre le temps de la haute mer & de la basse mer. Ils n'attendoient pas pour faire leurs observations que la mer fût tout à fait haute ou tout à fait basse, parce qu'alors elle demeure trop long-temps en état: mais ils marquoient deux temps éloignez devant & aprés ausquels elle se trouvoit à certaine hauteur précise, qui duroit si peu qu'ils n'ont pas fait difficulté de marquer jusqu'aux secondes. Ils prenoient ensuite le milieu du tems qui s'étoit écoulé entre les observations correspondantes.

En comparant d'abord le retardement de la marée du 18 au 19 Septembre, on le trouve de 48′ semblable au moyen mouvement de la Lune. Ce retardement est ensuite un peu plus petit jusqu'au 26 du même mois;

mais depuis le 26 jusqu'au 28 il est excessif, y ayant eu du 26 au 27 un retardement dans le temps de la haute mer de $1^h 9' 45''$, & du 27 au 28 de $1^h 30' 30''$.

Comme les regles que nous avons prescrites pour trouver à Dunquerque & au Havre le temps de la haute mer demandent la connoissance des jours & heures des nouvelles & pleines Lunes & des Quadratures, nous avons examiné les jours de la Lune ausquelles ces observations ont été faites, & nous avons trouvé dans la Connoissance des Temps de 1679 que la pleine Lune est arrivée le 20 Septembre à $7^h 48'$ du matin, & le dernier quartier le 26 à $7^h 4'$ du soir. Le 20 Septembre jour de la pleine Lune la hauteur des marées n'y fut pas observée; mais par la comparaison des observations qui ont été faites les jours précedens & suivans, on voit qu'il a dû arriver environ sur les quatre heures du soir. On trouve ensuite que le retardement des marées a été en diminuant, & s'accorde à peu prés à ce qui résulte de la regle: mais depuis le 26 jusqu'au 28 le retardement journalier a été plus grand, comme il devoit arriver suivant la regle. Car le dernier quartier de la Lune étant arrivé le 26, il doit y avoir du 26 au 27 un retardement de $1^h 8'$, & du 27 au 28 de $1^h 24'$, à quelques minutes prés de celui qui a été observé du 26 au 27 de $1^h 10'$, & du 27 au 28 de $1^h 30' 30''$.

Pour pouvoir comparer avec plus de facilité la regle avec les observations, on a dressé la Table suivante; où l'on a marqué dans la premiere colomne le jour de l'observation; dans la seconde le temps de la haute ou basse mer déterminé par l'observation; dans la troisiéme & quatriéme le temps calculé suivant la premiere & seconde Table, & dans la cinquiéme & sixiéme la difference entre le temps observé & le temps calculé suivant la premiere & seconde Table du retardement des marées.

Table des Marées obſervées à Breſt.

1679	Temps de la haute ou baſſe Mer obſervé.				Temps calculé par la premiere Table.		par la ſeconde Table.		Diff. par la 1re. Table.	Diff. par la 2de. Table.
Septembre. jours.	H.	M.	S.		H.	M.	H.	M.	M.	M.
18	2	25	30	ſoir. Haute mer.						
19	3	13	30	ſoir. Haute mer.						
Pleine Lune à 7 h. 48 min. mat. 20					4	2 ſoir.	4	2		
21	10	29	30	mat. Baſſe mer.	10	40	10	43	$10\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$
22	11	41	45	ſoir. Baſſe mer.	11	41	11	49	$0\frac{3}{4}$	$7\frac{1}{4}$
24	0	25	30	mat. Baſſe mer.	0	17	0	30	$8\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
	0	46	30	ſoir. Baſſe mer.	0	35	0	50	$11\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
25	1	12	30	mat. Baſſe mer.	0	53	1	11	$19\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
	1	34	30	ſoir. Baſſe mer.	1	13	1	34	$21\frac{1}{2}$	$0\frac{1}{2}$
1. quartier à 7 heur. 4' ſoir. 26	1	56	40	mat. Baſſe mer.	1	53	1	55	$3\frac{2}{3}$	$3\frac{2}{3}$
	8	6	45	mat. Haute mer.	8	6 45	8	6 45	0	0
27	3	38	30	mat. Baſſe mer.	2	57	2	54	$41\frac{1}{2}$	$44\frac{1}{2}$
	9	16	30	mat. Haute mer.	9	15	9	9	$1\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$
	10	9	30	ſoir. Haute mer.	9	56	9	49	$13\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{2}$
28	10	47	0	mat. Haute mer.	10	39	10	33	8	14

Reflexions ſur les obſervations des Marées faites à Bayonne.

Les obſervations ſur le flux & le reflux de la mer furent faites à Bayonne par Mrs de la Hire & Picard dans la Dour où la marée monte conſiderablement.

Ils obſerverent de la même maniere qu'ils avoient fait à Breſt l'année précedente le temps de la haute mer & de la baſſe mer depuis le 12 Septembre 1680 juſqu'au 4 Octobre ſuivant.

Pour pouvoir comparer la Regle du retardement des marées avec les obſervations, on a d'abord cherché dans la Connoiſſance des Temps de 1680 les jours & heures des phaſes de la Lune, & l'on a trouvé que le dernier

quartier de la Lune eſt arrivé le 15 Septembre 1680 à 1^h $4'$ du matin; que la nouvelle Lune ſuivante eſt arrivée le 22 à $7^h 30'$ du ſoir, & que le premier quartier eſt arrivé le 30 Septembre à $11^h 4'$ du ſoir.

Il ſuit donc de la Regle qu'à commencer du 15 Septembre jour du dernier quartier, il doit y avoir eu un grand retardement dans la marée d'un jour à l'autre pendant trois ou quatre jours; que depuis le 22 Septembre jour de la nouvelle Lune juſqu'au 30 Septembre jour du dernier quartier, il y a eu de l'acceleration dans les marées, & que depuis le 30 Septembre juſqu'au 4 Octobre il doit y avoir eu un retardement dans la marée, ce qui s'accorde entierement aux obſervations.

Cette conformité de la regle du retardement des marées avec les obſervations nous a donné lieu d'examiner ſi elle s'y accordoit dans toutes les circonſtances. On a ſuppoſé pour cela que la haute mer arrive à Bayonne le jour de la nouvelle & pleine Lune à $3^h 30'$ telle qu'elle eſt marquée dans la Connoiſſance des Temps. L'intervalle entre le temps des marées depuis la nouvelle ou pleine Lune juſqu'aux quadratures étant de $5^h 14'$ comme on l'a trouvée au Havre, on aura le temps de la haute mer dans les quadratures à Bayonne à $8^h 44'$. Sur ces hypotheſes on a calculé par les regles preſcrites dans le Memoire précedent le temps de la haute ou baſſe mer dans les obſervations faites à Bayonne depuis le 15 Septembre, & on les a marqué dans la Table cy-jointe avec les differences, qui ſont pour la plûpart ſi petites, qu'on n'auroit jamais eſperé de pouvoir arriver à une ſi grande préciſion.

Table des Marées obſervées à Bayonne.

1680	Temps de la haute & baſſe mer obſervé.	Temps calculé par la 1. Table.	par la 2. Table.	1. Diff. par la 1. Table.	2. Diff. par la 2 Table.
Septembre.					
jours.	H. M. S.	H. M.	H. M.	M.	M.
12	0 1 0 mat. Baſſe mer. 0 24 30 ſoir. Baſſe mer.				
13	0 43 0 mat. Baſſe mer. 1 8 45 ſoir. Baſſe mer.				
14	1 34 30 mat. Baſſe mer. 2 0 30 ſoir. Baſſe mer.				
	2 35 30 mat. Baſſe mer.	2 38	2 39	2	3
1. quartier à 1 heur. 4 min mat. 15	3 8 15 ſoir. Baſſe mer. 9 20 45 ſoir. Haute mer.	3 8 9 23	3 8 9 23	0 2	0 2
16	3 44 0 mat. Baſſe mer. 9 57 0 mat. Haute mer. 10 40 30 ſoir. Haute mer.	3 39 9 55 10 31	3 38 9 54 10 29	5 2 9	6 3 11
18	0 13 30 ſoir. Haute mer.	0 34	0 37	20	23
19	1 14 0 mat. Haute mer. 1 43 0 ſoir. Haute mer.	1 7 1 37	1 13 1 40	7 6	1 3
20	2 7 30 mat. Haute mer. 2 33 0 ſoir. Haute mer. 8 42 0 ſoir. Baſſe mer.	2 3 2 27 8 39	2 5 2 28 8 40	4 6 3	2 5 2
21	2 54 0 mat. Haute mer. 9 4 30 mat. Baſſe mer. 3 14 50 ſoir. Haute mer. 9 23 0 ſoir. Baſſe mer.	2 51 9 2 3 13 9 23	2 53 9 5 3 18 9 24	3 2 2 0	1 0 3 1

Table

Table des Marées obſervées à Bayonne.

Jours. 1680	Temps de la haute & baſſe mer obſervé.	Temps calculé par la 1. Table.	Temps calculé par la 2. Table.	1. Diff. par la 1. Table.	2. Diff. par la 2. Table.
Septembre.	H. M. S.	H. M.	H. M.	M.	M.
Pleine Lune à 7 h. 30 min. ſoir. 22	9 39 0 mat. Baſſe mer. 9 56 30 ſoir. Baſſe mer.	9 10 9 35	9 10 9 35	29 21	29 21
23	10 11 30 mat. Baſſe mer. 10 25 0 ſoir. Baſſe mer.	10 21 10 22	9 58 10 19	11 3	14 6
24	10 47 0 mat. Baſſe mer. 11 2 30 ſoir. Baſſe mer.	10 43 11 1	10 38 10 56	4 1	9 6
25	11 19 30 mat. Baſſe mer. 11 32 0 ſoir. Baſſe mer.	11 19 11 37	11 12 11 28	0 5	7 4
26	11 50 0 mat. Baſſe mer.	11 55	11 45	5	5
27	0 7 0 mat. Baſſe mer. 0 23 30 ſoir. Baſſe mer.	0 13 0 33	0 2 0 22	6. 9	5 1
28	0 35 30 mat. Baſſe mer. 0 59 30 ſoir. Baſſe mer.	0 53 1 13	0 42 1 3	18 13	6 3
1. quartier le 30 Sept. à 11 heur. 4 min. ſoir. 29	1 14 30 mat. Baſſe mer.	1 31	1 26	17	11
Octobre. 1	3 19 0 mat. Baſſe mer. 9 30 0 mat. Haute mer. 10 3 30 ſoir. Haute mer	2 55 9 11 9 47	2 55 9 8 9 41	24 19 16	24 22 22
2	10 52 30 mat. Haute mer. 11 22 0 ſoir. Haute mer.	0 28 11 11	10 21 11 5	24 11	31 17
3	0 5 0 ſoir. Haute mer.	11 50	11 50	15	15
4	0 27 0 mat. Haute mer. 1 35 30 ſoir. Haute mer.	0 22 0 54	0 24 0 51	5 41	3 44

EXAMEN DE LA SOYE DES ARAIGNE'ES.

PAR M. DE REAUMUR.

1710. 12. Nov.

LA haine du Public étoit depuis long-temps funeste aux Araignées : toutes les choses curieuses que divers Sçavans en avoient publiées, n'avoient pû les raccommoder dans son esprit ; elles y passoient toûjours pour un Insecte dangereux, ou du moins inutile, lorsque M. Bon Premier President de la Chambre des Comptes de Montpellier, & Academicien honoraire de la Societé Royale de la même Ville, attira l'an passé une attention assez generale à un animal si universellement haï : aussi eut-on lieu d'esperer des choses singulieres qu'il fit voir, qu'on en pourroit un jour tirer quelque utilité, puisque les Araignées filoient, comme les Vers, une soye, dont on pouvoit faire de fort beaux ouvrages. Les Bas & les Mitaines qu'il presenta alors à l'Assemblée, en étoient une preuve incontestable ; par ses soins elles avoient été faites de cette nouvelle soye. L'Academie, à qui il envoya quelque temps aprés les Mitaines, les vit avec le plaisir que lui donnent les choses curieuses ; mais l'attention particuliere qu'a cette Compagnie à ce qui regarde le bien public, ne lui permit pas d'en rester là. Elle crut qu'il falloit examiner de plus prés une découverte qui avoit quelque air d'utilité, afin qu'on en tirât tout le fruit qu'on en pouvoit tirer, ou qu'on sçût du moins qu'on ne negligeoit pas une chose avantageuse. Elle étoit trop instruite du sort de la soye des Vers, qui quoique connuë, est restée presque inutile pendant plusieurs Siecles ; pour ne pas craindre que la soye des Araignées n'eût une pareille fortune.

L'Academie jugea donc à propos de charger deux

Academiciens, de ſuivre de prés l'ingenieuſe découverte de M. Bon. Je fus un de ceux qu'elle honora de ſon choix, perſuadée apparemment qu'il ne s'agiſſoit icy que de quelques ſoins & de quelque application, & que je ne negligerois rien pour me rendre digne de l'honneur qu'elle m'avoit fait. Il en falloit moins pour m'engager à une recherche, qui avoit quelque rapport au bien public. J'y fus cependant encore excité par un motif tres-preſſant : ce fut l'intereſt que me parut prendre au ſort des Araignées, un illuſtre Abbé, que je n'oſe nommer icy, parcequ'on ne peut le nommer ſans éloges, & qu'il ne les entend point ſans peine *, mais qu'on reconnoîtra aſſez, lorſque je diray que c'eſt lui qui ſoûtient par ſa protection, ſes conſeils, ſes exemples la Republique des Lettres dans les temps les plus difficiles.

* *M. l'Abbé Bignon préſidoit à l'Aſſemblée publique de l'Academie dans laquelle ce diſcours fut lû.*

Pour travailler avec quelque ordre à l'examen de la ſoye des Araignées, je crus la devoir ſur-tout conſiderer par rapport à celle des Vers, pour tâcher de découvrir par cette comparaiſon, ſi on pourroit tirer de la nouvelle ſoye quelque avantage ſemblable à celui que nous tirons de l'ancienne. Car il ne s'agiſſoit plus de ſçavoir ſi les Araignées filoient dans certains temps une ſoye propre aux ouvrages; M. Bon l'avoit démontré d'une maniere auſſi curieuſe que certaine : mais ſi elles filoient une ſoye dont le Public pût profiter. Pour le déterminer, tout me ſembla ſe réduire non-ſeulement à trouver le ſecret de nourrir & d'élever les Araignées, comme quelques Sçavans l'ont ſuppoſé; mais de ſçavoir encore ſi le ſecret de nourrir les Araignées étant trouvé, cette ſoye pourroit être à auſſi bon marché que l'autre; ou en cas qu'elle fût plus chere, ſi cet inconvenient ſeroit compenſé par quelque autre avantage. Ce ſont les deux points eſſentiels que je me propoſay dans ma recherche, & auſquels on peut ramener tout ce que je vais dire dans cet Examen de la ſoye des Araignées.

L'adreſſe dont ſe ſervent les Araignées pour attraper les Mouches, a appris à tout le monde qu'elles ſe nour-

riſſent de ces Inſectes : mais il n'eſt preſque pas beſoin de reflexion, pour appercevoir qu'il n'eſt pas poſſible de nourrir avec des Mouches autant d'Araignées qu'il en faudroit, pour fournir de ſoye des Manufactures. De quelle adreſſe ſe ſervir pour prendre chaque jour une quantité de Mouches auſſi grande que celle qui ſeroit neceſſaire? Mais quand même on auroit la facilité de prendre les Mouches auſſi aiſément qu'on le voudroit, il ne me ſeroit pas difficile de faire voir qu'on n'en ſeroit gueres plus avancé, & que toutes les Mouches du Royaume ſuffiroient à peine à nourrir aſſez d'Araignées, pour faire une quantité de ſoye peu conſiderable, comme il ſera aiſé de le déduire de ce que je diray dans le ſecond Article.

Il falloit donc avoir recours à une nouvelle nourriture, de laquelle on pût avoir commodément une quantité ſuffiſante : le naturel vorace des Araignées montroit aſſez qu'elle ne devoit pas être tirée des plantes; qu'ainſi ni leurs fleurs, ni leurs feüilles, ni leurs fruits ne devoient pas être propres à les nourrir. Je ne laiſſay pas de tenter ces ſortes d'alimens, pour n'avoir pas à me reprocher d'avoir negligé quelque choſe; & parceque je ſçavois qu'en matiere d'experiences, il arrive ſouvent ce qu'on ne croyoit pas devoir arriver; mais tout ce que je leur donnay en ce genre, ne fut point pour elles une nourriture.

Il m'avoit cependant été facile de me convaincre que les Mouches n'étoient pas la ſeule qu'on pût leur donner; car quoique celles qui font leurs toiles dans les angles des murs & dans les jardins en vivent, j'avois obſervé plus d'une fois qu'elles mangent également les autres Inſectes, lorſqu'ils s'embarraſſent dans ces toiles; les Araignées qui habitent des trous dans de vieux murs, m'avoient encore mieux appris que tous les Inſectes leur étoient propres : car ayant ſouvent viſité de pareils trous, j'y avois ordinairement trouvé des corps de diverſes ſortes d'Inſectes, comme de Cloportes, Millepieds, Chenilles, Papillons.

Il ne sembloit donc plus s'agir que de trouver une espece d'Insecte, dont on pût avoir commodément autant qu'on voudroit; les seuls Vers de terre me parurent avoir cet avantage. Il y en a des quantitez prodigieuses, les jardins, les champs en sont remplis; il n'est personne qui n'ait remarqué qu'aprés des nuits pluvieuses, les allées des jardins sont couvertes de divers petits morceaux de terre ronds & tournez en spirale, ils cachent autant de trous par lesquels sont sortis les Vers de terre. Il n'est aussi rien de plus facile que d'avoir de ces Insectes, pourvû qu'on aille les chercher pendant la nuit avec une chandelle, observant seulement d'y aller dans des temps qui n'ont pas été précedez d'une longue secheresse.

A la verité je n'avois jamais trouvé de Vers de terre dans les toiles ou dans les trous des Araignées; mais ces Insectes rampans sur la terre, & ayant assez de force & de pesanteur, il étoit également impossible qu'ils se fussent jettez dans ces filets & dans ces trous, & que les Araignées les y eussent transportez. Il me parut qu'il n'y avoit point de nourriture dont je dusse me promettre davantage. Le succés ne trompa pas mon attente. Ayant renfermé dans des boëtes plusieurs grosses Araignées de diverses especes qui avoient passé l'hyver, car il y en a qui vivent plusieurs années, je leur donnay des morceaux de Vers, & les conservay en vie par ce moyen.

Il ne m'auroit pas suffi pour me persuader que cette nourriture étoit convenable aux Araignées, de les avoir vû vivre pendant plusieurs mois, aprés la leur avoir donnée. Une experience que j'avois faite autrefois, m'auroit laissé un doute tres-fondé : j'avois gardé une Araignée de maison en vie pendant plus de trois mois, sans lui donner aucune nourriture; on sçait d'ailleurs que les petites Araignées qui éclosent dans le mois de Septembre, vivent environ huit ou neuf mois sans manger.

Mais comme j'avois renfermé ces Araignées dans des boëtes que j'avois couvertes de verre, j'observois aisément si elles s'attachoient à la nourriture que je leur avois

donnée, & je les voyois attaquer les morceaux de Vers, qu'on sçait se remuer malgré leur séparation du reste du corps, comme on les voit attaquer les Insectes à qui il reste encore quelque force aprés s'être laissez prendre dans leurs filets. Les divers mouvemens de ces morceaux de Vers, excitoient ces Insectes de proye; d'ailleurs elles conservoient leur grosseur & leur vivacité, ce qui n'arrivoit point à celles que je laissois sans nourriture. Enfin, ce qui est plus décisif, plusieurs firent des coques dans lesquelles leurs œufs étoient renfermez.

Je tentay ensuite diverses sortes de viandes, pour voir si elles ne seroient pas également propres à les nourrir; car quelques commodes que soient les Vers, la viande l'auroit été davantage; mais je vis qu'elles ne la cherchoient point, & que lorsqu'elles la rencontroient, elles s'appliquoient rarement dessus, peut-être parceque le naturel feroce des Araignées veut être excité par des animaux vivans.

J'imaginay cependant une autre nourriture, qui supplée apparemment à cet avantage, par le goût exquis que les Araignées y trouvent: les jeunes Araignées qui ne font que d'abandonner leurs coques, la préferent à toute autre. Je ne l'emploïay qu'à cause du rapport qu'elle me parut avoir avec la chair tendre & molle des Insectes que les Araignées succent. Elle consiste dans cette substance qui remplit les plumes des jeunes oiseaux, avant qu'elles soient parvenuës à leur parfait accroissement. On a remarqué sans doute que lorsqu'on arrache de ces jeunes plumes, elles sont sanglantes par le bout; que le tuyau est moû alors: ceux qui se seront donné la peine de presser ce tuyau, ou de le dissequer, l'auront trouvé rempli d'une substance tendre & garnie d'un grand nombre de vaisseaux, qui laissent échaper du sang lorsqu'on les coupe. Aprés avoir arraché de ces plumes à de jeunes Pigeons ou à des vieux, ausquels j'avois ôté quelque temps auparavant les grosses plumes de la queuë & des aîles; je les divisois en divers petits morceaux d'u-

ne ligne, ou d'une demie ligne de longueur; je donnois ces petits morceaux aux Araignées qui s'en accommodoient fort. Les jeunes Araignées sur-tout, j'entends celles que j'avois gardées dans leurs coques, & qui les avoient abandonnées depuis peu, sembloient les préferer à toute autre nourriture : j'en voyois quelquefois cinq à six assemblées sur un même morceau de plume, que chacune suçoit du côté où il avoit été coupé.

Jusques icy tout paroît aller à merveille pour les Araignées; voici des nourritures simples dont il semble qu'il étoit seulement question ; peut-être en trouveroit-on d'autres aussi commodes, même parmi les Insectes, pendant qu'on se serviroit de celles-là, qui ne sont pas plus difficiles à trouver, que les feüilles de Meuriers qu'on donne aux Vers, & qui ont quelque chose de plus commode : on peut les avoir sans aucun soin dans tous les païs, sans craindre pour elles les plus rudes hyvers; les Rotisseurs fourniroient une grande quantité de ces jeunes plumes, ou on en auroit de reste, en nourrissant des Poules ou des Pigeons, ausquels on les arracheroit de temps en temps, & qui n'en feroient pas moins leurs œufs & leurs petits, comme je l'ay éprouvé. Mais nous allons voir qu'il y aura beaucoup à décompter, lorsqu'il s'agira d'élever assez d'Araignées pour fournir de soye des Manufactures.

D'abord que les jeunes Araignées abandonnent la soye qui les envelopoit, elles paroissent parfaitement d'accord, elles travaillent de concert à une même toile; les unes étendent de nouveaux fils sur ceux que les autres avoient déja fournis. Mais une pareille union ne dure pas long-temps. Je distribuay en differentes boëtes quatre à cinq mille Araignées, ausquelles j'avois vû abandonner leurs coques. J'en mis deux ou trois cens dans certaines boëtes, dans d'autres cent, ou cinquante, ou même moins; ces boëtes avoient à peu prés la longueur & la largeur d'une carte à joüer, & étoient aussi hautes que larges; c'étoit un assez grand espace pour de si petits ani-

maux. Comme j'avois obſervé qu'elles s'attachoient au verre qui couvroit ces boëtes, je leur avois fait à chacune une ouverture à une ligne de diſtance de ce verre, par laquelle je faiſois entrer une carte qui étoit appuyée ſur la largeur de la boëte. Cette carte bouchoit aſſez exactement l'ouverture, pour empêcher les Araignées de s'échaper. C'eſt ſur cette carte que je mettois la nourriture que j'avois trouvée leur être propre : je la poſois ainſi prés de la ſurface ſuperieure de la boëte ou du verre, afin que les Araignées fuſſent plus proches de cette nourriture, & afin que celles qui étoient au fond de la boëte ou ſur les côtez puſſent venir la chercher, j'avois eu la précaution de faire un grand nombre de trous à cette carte ; on pouvoit par ce moyen donner à manger à beaucoup d'Araignées en tres-peu de temps. On les voyoit les premiers jours chercher cette nourriture avec empreſſement ; pluſieurs s'attachoient au même morceau de plume.

Mais leur naturel feroce ſe déclara bien-tôt : les plus groſſes & les plus fortes prirent goût à manger les plus petites & les plus foibles : chaque fois que je les regardois, j'en voyois une plus petite qui étoit devenuë la proye d'une un peu plus groſſe, & au bout de quelque temps à peine m'en reſta-t-il une ou deux dans chaque boëte.

Je ſçavois bien que les groſſes Araignées ſe battent quelquefois lorſqu'elles ſe rencontrent ; mais il y avoit quelque apparence qu'étant élevées enſemble, elles pourroient devenir plus ſociables : comme nous voyons que les Poulets & les Dindons élevez dans une même baſſe-cour vivent fort bien enſemble, quoiqu'ils faſſent quelquefois la guerre aux nouveaux venus, juſqu'à les tuer. Les groſſes Araignées même ſe mangent beaucoup moins les unes les autres que ces petites, ſoit qu'elles aient moins beſoin de nourriture, ou qu'étant plus peſantes, elles aiment moins à ſe remuer.

Apparemment que cette inclination qu'elles ont à ſe manger

manger mutuellement, eſt partie cauſe de ce qu'il y a ſi peu d'Araignées à proportion de ce qu'il devroit y en avoir, faiſant une quantité d'œufs auſſi prodigieuſe qu'elles le font. Je ſçay bien qu'il y a diverſes ſortes d'Inſectes qui les mangent ; Pline parle de quelques eſpeces de Frelons & de Lezards qui s'en nourriſſent. J'ay vû des petits Lezards bruns des murs en attraper avec beaucoup d'adreſſe : mais malgré cela je crois que nous en verrions incomparablement davantage, ſi elles ne ſe mangeoient point.

Il ne ſembleroit donc reſter d'autre parti à prendre, ſi l'on vouloit élever des Araignées, qu'à les loger ſéparément. On pourroit, par exemple, avoir des boëtes diviſées en pluſieurs petits compartimens, qui formeroient pluſieurs cellules ; & je l'ay fait comme cela. Mais de donner à manger à chacune de ces Araignées ſéparément, engageroit en des dépenſes peu proportionnées au profit qu'on en retireroit. On pourroit en venir-là, ſi nous n'avions la ſoye des Vers d'une maniere infiniment plus commode.

Je ſçay qu'on pourroit trouver des moyens d'abreger cette maniere de leur donner à manger ; & j'en ay même imaginé quelques-uns, que je ne crois pas neceſſaire d'écrire icy : mais quelque choſe qu'on fît, il eſt toûjours à craindre qu'on n'y employât conſiderablement plus de temps, qu'on n'en met à donner la nourriture aux Vers.

La neceſſité où l'on eſt de diſtribuer les Araignées dans des cellules ſéparées, jette encore dans un nouvel embarras, qui ne diminuë pas peu l'avantage qu'elles ont ſur les Vers du côté de leur fécondité. Car pour profiter de cet avantage, il faut pouvoir garder un grand nombre d'œufs, qui ayent été fécondez par l'accouplement ; & pour cela, il faut mettre neceſſairement des Araignées enſemble. Je ſçay bien qu'il eſt un temps où il ſe doit faire chez ces Inſectes une douce fermentation qui leur ôte leur férocité naturelle, & qu'on pourroit alors les

mettre enſemble ſans aucun riſque. Mais comment connoître préciſément ce temps, qui doit préceder de peu celui où elles ont envie de faire leurs œufs? Il ſeroit aiſé à trouver, ſi elles faiſoient toutes ces œufs à peu prés dans les mêmes jours de l'année : mais il y a pluſieurs mois de difference entre le temps que les unes pondent, & celui où les autres pondent à leur tour.

La fécondité des Araignées eſt prodigieuſe, comme M. Bon l'a parfaitement obſervé; mais aprés tout les Vers ſont féconds de reſte. Quand on ſuppoſeroit qu'ils ne font qu'environ cent œufs, deſquels à peine quarante donnent des Vers qui faſſent leurs coques, au lieu que les Araignées font ſix à ſept cens œufs; quoique j'ay remarqué dans tous les Vers que j'ay élevez, pour faire une exacte comparaiſon de leur ſoye avec celle des Araignées, qu'ils ont toûjours donné au moins trois à quatre cens œufs. Il eſt aiſé de voir qu'on peut multiplier le nombre des Vers autant qu'on le voudra, ſi cela dépendoit ſeulement de la quantité de leurs œufs. Il n'en faut d'autre preuve que la quantité de ſoye qu'ils fourniſſent aujourd'huy à l'Europe, où il n'y avoit autrefois aucuns Vers. Il ſeroit donc aiſé avec le temps d'avoir des quantitez de Vers, qui ſurpaſſent autant ce que nous en avons à preſent, que ce que nous en avons ſurpaſſe le petit nombre qu'on apporta d'Orient en Europe. Mais c'eſt qu'il eſt neceſſaire de les loger, nourrir, ſoigner, ce qui fait qu'on n'en éleve pas davantage; parcequ'en augmentant la quantité de la ſoye, on en diminueroit le prix, & les ſoins qu'on eſt obligé de prendre pour élever les Vers, ne ſeroient plus payez aſſez cher.

Il ſemble donc juſques icy que les Vers l'emportent beaucoup ſur les Araignées, par la facilité qu'on a à les élever, & par conſéquent qu'on doit peu ſe promettre de la nouvelle ſoye, ſi elle n'a quelque avantage ſur l'ancienne, ſoit par ſa beauté ou ſa force, ou par la quantité qu'on en peut tirer. C'eſt ce que nous allons examiner dans le ſecond Article.

Comme toutes les especes d'Araignées ne donnent pas une soye qu'on puisse mettre en œuvre, & que celles qui fournissent cette soye la filent seulement pour former les coques qui envelopent leurs œufs; car on sçait que les filets qu'elles tendent aux Insectes sont faits communément d'une soye si fine, qu'on ne sçauroit en faire aucun usage; il m'a paru necessaire de donner une idée generale des diverses especes d'Araignées ausquelles on peut ramener toutes les autres, & de la differente maniere dont les coques de ces differentes especes sont faites, afin de faire connoître icy celles dont on peut tirer de la soye dans le Royaume.

M. Bon qui consideroit sur-tout les Araignées par rapport à leur soye, les a aussi distribuées en especes differentes, par le rapport qu'elles ont avec cette soye. Il les réduit pour cela à deux especes principales, qui sont les Araignées à jambes longues, & les Araignées à jambes courtes: ce sont les dernieres, dit M. Bon, qui fournissent la nouvelle soye. Mais cette division qui auroit de grands avantages par sa simplicité, ne me paroît pas donner une maniere assez sûre pour distinguer ces Araignées des autres. On pourroit être embarrassé pour sçavoir quelles sont celles qu'on doit précisément nommer à jambes longues, & celles qu'on doit nommer à jambes courtes. Il est des Araignées qui ont les jambes d'une grandeur moyenne, entre celle des plus grandes & celle des plus petites; sous laquelle des deux especes les ranger? Filent-elles de bonne soye? Il seroit difficile de le déterminer par le moyen de la division précedente. Ce n'est pas-là neanmoins son plus grand inconvenient, elle en a un plus considerable qui exposeroit à bien des peines inutiles ceux qui voudroient amasser des Araignées pour leur faire filer de la soye; car la plûpart de celles dont ils auroient eu lieu de s'en promettre davantage, ne leur en donneroient point du tout. Telles sont diverses especes d'Araignées vagabondes, & les grosses Araignées brunes qui habitent des trous de vieux murs, qui

ont les jambes plus courtes que la plûpart de celles qui fournissent la soye, quoiqu'elles n'en donnent point du tout.

Pour distinguer les Araignées du Royaume qui donnent de la soye de celles qui n'en donnent pas, je les range d'abord toutes sous deux genres. Le premier de ces genres est composé de toutes les especes que M. Homberg a comprises sous le nom d'Araignées vagabondes dans les Memoires de 1707, nom qui convient parfaitement à ces especes d'Araignées, qui ne tendent pas, comme les autres, des filets aux Insectes, mais qui les chassent avec beaucoup de ruse & d'adresse. Toutes ces Araignées filent peu, & elles ne le font guere que quand elles ourdissent la toile qui sert de coque à leurs œufs: quelques-unes forment cette petite coque en demie sphere, elles la laissent collée à des pierres, ou cachée sous la terre; quelquefois elles la mettent dans des arbres ou dans des herbes. Quelques-autres lui donnent à cette coque la figure d'une boule, que leur tendresse ne leur permet pas d'abandonner; elles la portent toûjours collée aux mamellons qui sont auprés de leur anus, de maniere qu'il semble que cette boule ne fait qu'un même corps avec l'Araignée, qui paroît alors seulement plus grosse qu'elle ne devroit être naturellement. Si aprés avoir pris une de ces Araignées on lui ôte cette petite boule, on la voit la reprendre avec beaucoup d'empressement sitôt qu'on lui en donne la liberté. Elle se sert de ses jambes pour la porter d'abord sous son ventre, & c'est alors qu'on peut démêler de quelle adresse elle se sert pour la soûtenir ordinairement; car on apperçoit qu'elle recourbe son derriere jusques auprés de cette petite boule, aprés quoy elle frote cette même boule extrêmement vîte avec les mamellons qui sont auprés de son anus, & cela parceque ces mamellons sont les réservoirs dans lesquels est contenuë la liqueur visqueuse dont les Araignées forment leurs fils; de sorte que par ce frotement elle couvre une partie de la boule de beaucoup de li-

queur visqueuse, qui la colle ensuite aisément aux mêmes mamellons qui l'ont fournie. On distingue sans peine ces endroits ainsi frotez, tant parcequ'ils sont plus épais, que parcequ'ils sont plus blancs que le reste. La tendresse des Araignées de cette espece ne se borne pas là, elles portent leurs petits sur leur dos aprés qu'ils sont éclos; elles ont ces jeunes Araignées une adresse merveilleuse à s'arranger sur le corps de leur mere, on ne s'apperçoit point qu'elles y soient lorsqu'on la voit marcher. Le corps de la mere paroît seulement plus raboteux qu'il ne l'est naturellement; mais lorsque l'on la prend, on voit chacun de ces petits Insectes se disperser de son côté.

Le tissu des coques de tout ce genre d'Araignées est tres-serré, & communément de couleur blanche ou grise: mais outre qu'on en pourroit tirer que tres-peu de soye, celle qu'on en tireroit ne sçauroit être employée à des ouvrages.

Je forme le second genre de toutes les Araignées qui tendent des toiles pour attraper les Insectes. Je divise ce genre en quatre especes principales, dont chacune pourroit être subdivisée en diverses autres especes, si on vouloit faire une histoire exacte des Araignées. Je mets dans la premiere espece toutes les Araignées qui font des toiles, dont le tissu est assez serré, & qui les étendent autant parallelement à l'horizon que le poids de leur toile le peut permettre. Les Araignées domestiques qui font leur toile dans les angles des murs, & quelques especes d'Araignées des champs qui font des toiles semblables & posées semblablement à celles des Araignées domestiques, sont comprises sous cette premiere espece.

Elles renferment toutes leurs œufs, peu adherans les uns aux autres, dans une toile qui par sa force & sa couleur ne differe guere de celles qu'elles tendent aux Mouches. Ainsi il est aisé de voir qu'on ne doit rien esperer de ces coques pour les ouvrages.

La deuxiéme espece contient les Araignées qui habi-

tent des trous dans de vieux murs; elles tapissent de toile le mur tout autour de ce trou, & dans l'interieur de ce trou elles font aussi une toile à laquelle elles donnent la figure d'un tuyau; c'est par ce tuyau qu'elles entrent & qu'elles sortent de leurs trous. Mais ces Araignées n'envelopent pas aussi leurs œufs de filets plus forts, que ceux dont elles ourdissent leur toile.

Je mets dans la troisiéme espece toutes les Araignées dont les filets ne forment point un tissu qui ait l'air de toile, mais qui sont composez de differens fils tirez en tout sens. Cette espece pourroit être subdivisée en un grand nombre d'autres especes, qui font leurs coques de bien des manieres differentes. Quelques-unes leur donnent la figure d'une portion de sphere, dont le plat est collé sur une feüille: elles les couvent avec un attachement merveilleux, car quelques farouches qu'elles soient naturellement, si on emporte la feüille où cette coque est collée, l'Araignée se laisse emporter avec elle sans l'abandonner, jusqu'à ce que les petites Araignées qu'elle contient soient écloses. Ces coques sont d'un tissu serré, & tres-blanches. D'autres font deux ou trois petites boules de couleur rougeâtre, dans lesquelles leurs œufs sont renfermez: elles les laissent suspenduës à des fils; mais elles ont la précaution de cacher ces boules, qu'elles laissent dans des endroits fort découverts, d'un petit pacquet de feüilles seches, autrement les passans pourroient les appercevoir aisément. Ce petit pacquet de feüilles est attaché à des fils à quelque distance de la boule. D'autres donnent la figure d'une poire à leur coque, & elle est suspenduë par un fil, comme une poire le seroit par sa queuë.

Toutes ces differentes coques sont d'un tissu serré, mais d'une soye trop foible pour être mise en œuvre. Peut-être que celle des petites poires dont je viens de parler pourroit être employée; mais elles sont si petites, & contiennent par conséquent si peu de soye, qu'elles ne meritent aucune attention de ce côté-là.

Enfin la quatriéme espece comprend les Araignées qui composent leurs filets de differens fils, qui étant tous posez dans même plan, partent tous d'un même point, comme autant de rayons d'un cercle qui iroit aboutir à sa circonference. Tous ces fils sont croisez par un autre fil, qui tournant en spirale s'attache en differens endroits sur chacun d'eux. Ces sortes de toiles sont ordinairement posées perpendiculairement à l'horison. M. Homberg a nommé cette espece, l'Araignée des Jardins; aussi y est-elle fort commune, & dans les bois & les buissons. Elle renferme un grand nombre d'especes d'Araignées differentes par leur grosseur, leur figure & leur couleur.

Ces Araignées arrangent leurs œufs les uns sur les autres, de maniere que la masse qu'ils composent a la figure d'une sphere applatie, ou plutôt d'un spheroïde Elliptique. Quelques-unes de ces Araignées collent ces œufs les uns aux autres par une gluë dont ils sont humectez lorsqu'ils sortent de leur corps, mais d'autres ne les collent point; les premiers fils qui envelopent ces œufs sont dévidez dessus d'une maniere un peu plus serrée que les autres, qui sont entortillez tres-lâchement, à peu prés de la même façon que les fils exterieurs qui envelopent les coques des Vers à soye.

Presque toutes ces especes d'Araignées filent une soye propre aux ouvrages; il y en a pourtant quelques-unes dont la soye seroit trop foible pour soûtenir des métiers un peu rudes.

On pourroit avoir des soyes d'Araignées plus differentes par leurs couleurs naturelles, que ne l'est celle des Vers, qui est toûjours aurore ou blanche; au lieu que les coques d'Araignées en donneroient de jaune, blanche, grise, bleuë celeste, & d'un beau brun caffé.

Les Araignées qui donnent la soye de couleur de caffé sont rares, au moins n'en ay-je rencontré que dans quelques champs de Genests, où j'ay aussi trouvé de leurs coques, dont la soye est tres-forte & tres-belle. Elles sont

faites fort differemment de toutes les autres coques d'Araignées dont j'ay parlé : les œufs sont renfermez dans la soye brune, qui est dévidée assez lâchement autour, comme dans toutes les autres coques : mais cette soye brune est envelopée elle-même d'une autre coque de soye grise, dont le tissu est tres-serré, assez épais, & semblable à ce qui reste sur la coque d'un Ver à soye lorsqu'on l'a dévidée en partie.

Les Araignées font leurs œufs ou la soye qui les envelope dans plusieurs mois de l'année ; non-seulement elles y travaillent dans les mois d'Aoust & de Septembre, comme M. Bon l'a fort bien remarqué, mais il y en a qui font ces coques dés le mois de May, & d'autres dans les mois suivans. Ce sont celles qui ont passé l'hyver qui pondent de si bonne-heure, & M. Bon n'a sans doute voulu parler que de celles qui sont écloses au Printemps, qui font leurs œufs beaucoup plus tard que les précedentes.

Nous avons assez fait entendre jusques icy que les Araignées filent deux sortes de fils ; que les uns leur servent à ourdir les toiles qu'elles tendent aux Insectes, & que les autres servent seulement à enveloper leurs œufs : mais il n'est peut-être pas hors de propos d'ajoûter icy, que ces fils ne different entr'eux que par le plus ou le moins de force, & d'expliquer comment les Araignées peuvent faire des fils plus ou moins forts quand il leur plaît. Je suppose qu'on sçait que les Araignées ont auprés de leur anus divers mamellons, qui sont autant de filieres dans lesquelles se moule la liqueur qui doit devenir de la soye lorsqu'elle se sera sechée, aprés être sortie par ces filieres. Les Araignées dont il s'agit icy, c'est à dire, celles dont la soye est propre aux ouvrages, ont six de ces mamellons, dont quatre sont tres sensibles, mais les deux autres le sont moins, & on ne les distingue pas aisément sans le secours de la Loupe. Ces deux petits mamellons sont posez chacun proche de la base des deux gros, qui sont les plus prés de l'anus. Chacun de ces six mamellons sensibles

ſenſibles ſont compoſez eux-mêmes de petits mamellons, ou plutôt de petites filieres inſenſibles; c'eſt dequoy on eſt aiſément perſuadé, ſi pendant qu'on preſſe avec deux des doigts d'une même main le ventre d'une Araignée, pour obliger la liqueur de couler dans ces mamellons, on applique un autre doigt ſur un d'eux, & qu'on le retire enſuite doucement; car on tire pluſieurs fils diſtinctement ſéparez les uns des autres dés leur ſortie, qui par conſéquent ont paſſé par differens trous. Ces fils ſont trop fins pour qu'on puiſſe les compter tous d'une maniere ſûre; mais ce que je ſçay de certain, c'eſt que j'en ay vû ſouvent ſortir plus de ſept à huit d'un même mamellon. On tire plus ou moins de ces fils d'un mamellon, ſelon qu'on applique le doigt plus fortement, ou ſur une plus grande partie de ſon bout; d'où il eſt aiſé de comprendre comment les Araignées font des fils plus ou moins gros quand il leur plaît. Car non-ſeulement lorſqu'avant de commencer à filer, elles appliquent contre quelque corps plus ou moins de ces ſix mamellons ſenſibles de leur anus; mais ſelon qu'elles appliquent plus fortement, ou une plus grande partie de chacun de ces mamellons, elles font des fils compoſez d'un plus grand nombre d'autres fils, & par conſéquent plus forts & plus gros.

Il doit y avoir environ dix-huit fois plus de fils, tels qu'ils ſortent des filieres, qui compoſent un des fils des coques, qu'il n'y en a dans ceux des toiles, ſi la quantité des fils qui compoſent les uns & les autres, eſt proportionnée à leur force: car ayant collé un poids de deux grains à un fil de toile, il l'a ordinairement ſoûtenu ſans rompre, & s'eſt rompu lorſque je lui en ay attaché un de trois grains; au lieu que les fils des coques ſoûtiennent environ trente-ſix grains, & ils ne ſe caſſent que lorſqu'on les charge d'un plus grand poids.

Mais ſi les fils des coques d'Araignées ſont plus forts que les fils des toiles, ils ſont auſſi plus foibles que ceux des coques de Vers, quoique dans une moindre propor-

tion. La force des fils que je dévidois de dessus ces dernieres coques, a été ordinairement jusqu'à soûtenir un poids de deux gros & demi. Ainsi la force d'un fil de coque d'Araignée, est à celle d'un fil de coque de Ver environ comme 1 est à 5. Et c'est peut-être encore là un des endroits par lequel l'ancienne soye pourroit paroître avoir quelque avantage sur la nouvelle.

A la verité chaque fil de coque d'Araignée est à peu prés moins gros qu'un fil de soye dans la même proportion qu'il est plus foible que lui. Mais cela ne compense pas entierement ce desavantage, car il est plus difficile de joindre ensemble plusieurs brins; & sans compter que c'est une peine de plus, il est toûjours à craindre que les fils ne tirent pas tous également, & par conséquent que leur assemblage n'ait pas la somme des forces que chaque fil auroit séparément. Cette multiplicité de brins qui composent chaque fil de soye d'Araignée, pour le faire aussi gros qu'un fil de soye de Ver, contribuë peut-être en partie à rendre les ouvrages faits de cette soye moins lustrez, que ceux qui sont de soye de Vers; car leur lustre est effectivement moins beau, comme *M. de la Hire* le remarqua lorsque les Mitaines furent apportées à l'Academie. Ce qu'on appelle lustre dans une étoffe, n'ayant d'autre cause que de ce qu'elle reflechit plus de lumiere colorée d'une certaine façon, qu'une autre étoffe qui paroît de même couleur; plus un brin de soye aura de petits vuides qu'un autre brin de soye, moins il paroîtra lustré, car il reflechira moins de lumiere. Or ces petits vuides seront évidemment en plus grand nombre dans un fil composé lui-même de plusieurs fils differens & réellement séparez, que dans celui qui étant de même grosseur, n'est point composé de differens brins: les parties de la liqueur visqueuse qui le compose s'étant sans doute appliquées plus aisément les unes proche des autres, doivent se toucher en plus d'endroits, que ne peuvent divers fils réellement séparez. Ainsi en supposant que chaque fil de soye d'Araignée n'est pas plus lustré

naturellement qu'un fil de ſoye de Ver, il eſt clair que lorſqu'on aura joint cinq de ces fils pour en compoſer un autre de même groſſeur, que l'eſt le fil de Ver naturellement; que ce fil compoſé & l'ouvrage qu'on en formera paroîtront moins luſtrez, que le fil de ſoye de Ver & l'ouvrage qui en ſera formé.

Ceci ſeroit vrai en ſuppoſant, comme je viens de le dire, que chaque fil ſimple d'Araignée eſt naturellement auſſi luſtré qu'un fil ſimple de ſoye. Mais cette ſuppoſition même ſeroit trop favorable à la ſoye d'Araignées. Car on peut remarquer que les fils les plus crêpez ont moins de luſtre, que ceux qui le ſont moins. Ainſi voyons-nous que la laine, dont chaque brin eſt naturellement plus crêpé qu'un brin de ſoye, eſt auſſi moins luſtrée. Si chaque brin de ſoye d'Araignée eſt naturellement plus crêpé qu'un brin de ſoye de Ver, il doit donc auſſi avoir moins de luſtre; or ce fil eſt réellement plus crêpé. Il n'eſt guere plus difficile de trouver la raiſon pour laquelle ces fils ſont plus crêpez que les autres; la maniere dont ſont dévidez les uns & les autres en eſt apparemment la cauſe. Car on conçoit d'abord qu'en dévidant des fils d'une maniere lâche, on laiſſe la liberté aux reſſorts de toutes les petites parties qui les compoſent, d'agir de toutes leurs forces pour les plier, ou les friſer en pluſieurs ſens differens: au lieu qu'en dévidant ces fils d'une maniere plus ſerrée, comme font les Vers, on empêche l'action du reſſort de ces petites parties. Le reſſort lui-même s'uſe dans cette ſituation violente, ou s'affoiblit du moins. On demeurera plus volontiers d'accord de ceci, lorſque l'on fera attention que les premiers fils des coques des Vers à ſoye, qui ſont eux-mêmes entortillez autour de la coque d'une maniere lâche, ſont bien moins beaux & moins luſtrez, que ceux qui forment le corps de la coque, leſquels ſont dévidez d'une maniere tres-ſerrée.

Cette maniere lâche dont les fils d'Araignées ſont entortillez, contribuë encore d'une autre façon à diminuer

le lustre de la soye qu'ils fournissent ; c'est qu'elle empêche qu'on ne puisse les dévider comme on dévide les fils qu'on tire des coques des Vers à soye, de sorte qu'on est obligé de carder ces coques avant de les filer. Ainsi on apperçoit aisément que les gros fils de soye que l'Ouvrier a filés, doivent être composez d'une infinité de brins tres-courts, & par conséquent qu'il n'est possible que ce fil paroisse aussi beau ou aussi lustré, que celui qui étant de même grosseur seroit composé de differens brins qui auroient chacun une longueur égale à la sienne, & cela parceque tous les bouts de ces brins courts produisent necessairement de petites inégalitez dans l'étenduë de ce fil qui lui ôtent son lustre. Ce qui est si clair, qu'il est peu necessaire d'y ajoûter une preuve, en faisant observer que la soye qu'on tire des coques des Vers aprés les avoir cardées, est beaucoup moins belle que celle qu'on tire en la dévidant de dessus ces coques.

Quand on supposeroit qu'il n'y a eu que deux des mamellons qui ayent fourni des fils pour en faire un de toile d'Araignée, & que chacun de ces mamellons qui fournissent eux-mêmes souvent un fil composé de *plusieurs* autres en auroient fourni un simple, les fils de toile étant dix-huit fois plus foibles qu'un fil de coque, ce dernier fil que nous avons dit être environ cinq fois plus petit qu'un de soye de Ver, devroit être composé de trente-six brins pour le moins. Peut-être que cette reflexion pourra servir à soûtenir l'imagination, lorsqu'elle tâche à comprendre la prodigieuse divisibilité de la matiere. Car quelle doit être la petitesse d'un fil que les yeux pourtant apperçoivent, & qui n'est pas plus gros que la cent quatre-vingtiéme partie d'un fil de soye simple, lequel fil de soye simple n'est lui-même que la deux-centiéme partie d'un fil de soye des plus fins de ceux dont on se sert pour coudre ? Car j'ay souvent divisé ces brins de soye en deux cens fils, ou à peu prés ; de sorte qu'un brin de soye d'Araignée de la grosseur d'un brin de soye dont on se sert pour coudre, seroit réellement composé

d'environ trente-ſix mille fils, & on pourroit les diviſer actuellement en mille.

Le brin de ſoye d'Araignée composé de ces trente-ſix mille fils de ſoye ſimple, ſeroit peut-être un peu plus gros qu'un fil de ſoye de Vers composé de deux cens fils ſimples de Vers, quoique la ſomme de la groſſeur des 36000 fils & des 200 ſoit la même, parcequ'il ſeroit difficile d'arranger enſemble un ſi grand nombre de brins, ſans qu'il reſtât pluſieurs intervalles vuides entr'eux, qui paroîtroient augmenter le volume. C'eſt pour cela que la ſoye des Araignées a paru rendre davantage à l'ouvrage que celle des Vers. Mais ſi on avoit fait attention qu'en récompenſe elle doit être alors plus foible, loin de regarder cela comme un avantage de cette ſoye, on auroit été diſpoſé à croire que c'étoit un de ſes défauts, puiſqu'un plus gros volume de cette ſoye ne peut avoir que la même force d'un moindre volume de ſoye de Vers.

Mais enfin venons au dernier point eſſentiel, c'eſt à dire, voyons quel rapport a la quantité de ſoye que chaque Araignée donne par an, avec celle qu'on tire des Vers à ſoye. J'ay peſé avec grand ſoin diverſes coques de Vers, & j'ay trouvé que les plus fortes, c'eſt à dire, l'ouvrage d'une année de Vers, peſoient quatre grains, & que les plus foibles en peſoient plus de trois; de ſorte qu'en prenant la livre de ſeize onces, il faut du moins 2304 Vers pour avoir une livre de ſoye. Lorſqu'on porte des habits de ſoye, on ne s'aviſe gueres de penſer que pluſieurs mille Vers ont travaillé toute leur vie pour en fournir la matiere.

J'ay peſé avec le même ſoin un grand nombre de coques d'Araignées, & j'ay toûjours trouvé qu'il en falloit environ quatre des plus groſſes pour égaler le poids d'une coque de Ver, & qu'elles peſoient chacune environ un grain; de ſorte qu'il faudroit quatre des plus groſſes Araignées pour donner autant de ſoye qu'un Ver, s'il n'y avoit pas plus de déchet ſur la ſoye des unes que ſur celle

des autres, & ſi elles donnoient toutes de la ſoye ; mais les coques des Araignées ſont ſujettes à un grand déchet dont les coques de Vers ſont exemptes. Ce qui cauſe ce déchet dans les coques d'Araignées, eſt qu'on les peſe remplies de toutes les coques des œufs qui envelopoient les petites Araignées avant qu'elles fuſſent écloſes, & de diverſes ordures qui ſe trouvent mêlées parmi la ſoye. Si on calcule donc le déchet de ces coques, il nous faudra rabattre plus de deux tiers de leur poids, puiſque de treize onces de ſoye d'Araignée ſale, M. Bon n'en a retiré que quatre onces de ſoye nette ; au lieu que les coques des Vers n'ont point de déchet, ou il eſt ſi petit, qu'on peut le compenſer en prenant ſeulement celui de la ſoye des Araignées aux deux tiers.

Or nous venons de voir que le poids d'une coque d'Araignée avant d'être nettoyée, eſt au poids d'une coque de Ver à ſoye, comme 1 eſt à 4 ; ainſi étant nettoyée, ſon poids ſera au poids de celle-cy, comme 1 eſt à 12. Il faudra donc déja douze des plus groſſes Araignées pour donner autant de ſoye qu'un Vers. Mais chaque Ver fait une coque, parcequ'ils font les leurs pour ſe métamorphoſer, au lieu que les Araignées ne faiſant les leurs que pour enveloper leurs œufs, ſi on regarde avec tous les Naturaliſtes qui ont précedé M. Bon, leurs eſpeces comme formées de mâles & de femelles, je veux dire ſi on ne les prend pas pour hermaphrodites, il n'y a que les Araignées femelles qui faſſent des coques. D'où il ſuit que ſi on ſuppoſe que l'on a autant d'Araignées femelles que de mâles, ce qui doit arriver à peu prés, vingt-quatre des plus groſſes Araignées ne donneront pas plus de ſoye qu'un ſeul Ver.

Il faudroit donc environ 55296 Araignées des plus groſſes pour avoir une livre de ſoye, leſquelles Araignées il auroit été neceſſaire de nourrir ſéparément pendant pluſieurs mois. D'où on voit combien il eſt à craindre que la ſoye qu'on en retireroit n'engageât en des dépenſes peu proportionnées à ſa valeur, puiſqu'elle coû-

teroit vingt-quatre fois autant que celle des Vers; si l'on supposoit même qu'on n'est pas obligé de mettre les Araignées séparément, & que chaque Araignée n'occuperoit pas plus de place qu'un Ver, ce qui seroit aussi une supposition fausse; car il faut leur en donner assez à chacune, afin qu'elles puissent faire leur toile. Mais si on vouloit entrer dans le détail du calcul des frais qu'elles coûteroient, étant obligé de les nourrir séparément, & de leur donner des espaces assez grands pour les loger chacune commodément; on verroit d'une maniere tres-claire que la soye des Araignées coûteroit incomparablement plus que celle des Vers.

Qu'on ne croïe pas au reste que tout ce que j'ay dit ne regarde que les Araignées d'une grosseur commune. Car si on vouloit sçavoir ce que donnent de soye celles que l'on trouve communément dans les Jardins de ce païs, & qui paroissent tres-grosses; on verroit qu'il en faut douze de celles-cy pour avoir autant de soye qu'on en retire d'une des coques de celles dont j'ay parlé, & que 280 ne donneront que le même poids de soye que fournit une seule coque de Vers; par conséquent qu'à peine 663552 Araignées pourroient faire une livre de soye.

On aura sans doute regret de ce qu'il nous reste si peu d'esperance de profiter d'une découverte si ingenieuse. Aprés tout, il y a encore apparence de quelque espece de ressource; peut-être trouvera-t-on des Araignées qui donneront plus de soye que celles que nous voyons communément dans le Royaume. Il est déja certain par le rapport de tous les Voyageurs, que celles de l'Amerique sont beaucoup plus grosses que les nôtres; d'où il semble aussi qu'elles doivent faire de plus grosses coques. Les Vers, qui quoiqu'originaires de païs éloignez, ont si fort peuplé en Europe, nous aideroient même à esperer que les Araignées de l'Amerique pourroient vivre dans ceux-cy. Quoiqu'il en soit, il faut experimenter; c'est la seule voye de découvrir des choses

curieuſes & utiles. Auſſi ne negligeray-je rien de ce qui peut avoir rapport à la recherche dont il s'agit icy, dans laquelle ſi on découvre jamais quelque choſe d'utile, la premiere gloire en ſera dûë à M. Bon.

REMARQUES FAITES SUR LA MOULE DES ESTANGS.

PAR M. MERY.

1710. 12. Nov.

LA grandeur de Dieu éclate dans tous ſes Ouvrages. Les Anatomiſtes qui s'appliquent à l'étude de la nature, découvrent tous les jours dans les plus vils animaux des parties dont la ſtructure ne leur donne pas moins d'admiration, que celle qui fait dans l'homme le ſujet de leur étonnement.

Leur conformation, quoique differente, leur montre également la puiſſance & la ſageſſe du Createur. Les obſervations que j'ay faites ſur la Moule des Eſtangs, nous fourniſſent des preuves évidentes de cette verité. Je vais les rapporter à la Compagnie. Heureux ſi je puis ſatisfaire ſa curioſité par mes remarques, & trop content de mon travail ſi mes reflexions lui ſont agreables.

La Moule eſt un poiſſon hermaphrodite, c'eſt à dire, mâle & fémelle tout enſemble, mais d'une eſpece ſinguliere, en ce qu'elle multiplie ſans aucun accouplement. Paradoxe inoüi, que j'eſpere démontrer dans la ſuite de ce diſcours, que je dois commencer par la formation & la nutrition de ſes coquilles; parceque de toutes les parties de ce poiſſon qui tombent ſous les yeux, ce ſont les premieres qui ſe preſentent.

Chaque coquille reſſemble aſſez bien à un petit baſſin de

de figure ovale, mais plus large & plus arrondi en devant que par le derriere, qui se termine en une pointe mousse. Il est revêtu en dedans d'une membrane qui luy est si adherante & si mince, qu'on ne peut l'appercevoir qu'en rompant les coquilles, ou lorsque venant à se dessecher, elle se déchire & abandonne d'elle-même la surface interne du bassin.

Les deux coquilles de la Moule paroissent formées de plusieurs couches appliquées les unes sur les autres, & qui en débordant l'une au-delà de l'autre, font sur leur surface exterieure des bandes assez distinctes; ce qui d'abord pourroit donner lieu de croire que ces couches ne sont pas produites en même tems, je veux dire toutes ensemble, mais successivement & l'une aprés l'autre.

Cependant si l'on fait attention qu'il ne paroît pas moins de bandes sur les plus petites coquilles que sur les plus grandes, on aura sujet de douter de cette opinion; d'autant plus que s'il étoit vray que les differentes couches des coquilles de la Moule se formassent l'une aprés l'autre, il faudroit necessairement que huit muscles qui sont attachez à leur surface interne, s'en détachassent en s'éloignant toûjours par degrés du lieu de leur premiere attache, toutes les fois qu'il se formeroit une nouvelle couche. Phenomene qui ne m'a point paru dans aucunes des Moules que j'ay jusques-icy dissequées en toutes saisons.

Or comme d'ailleurs un tel déplacement n'a point d'exemple dans les animaux de qui les muscles sont attachez aux os, ni même dans ceux qui n'en ont point, comme les Cancres marins, les Homars, les Crabes, les Ecrevisses, &c. dont le corps n'est revêtu que de croutes ou coques qui leur tiennent lieu d'os, où tous leurs muscles ont leur origine & leur insertion. N'y a-t-il pas beaucoup plus d'apparence que toutes les couches des coquilles de la Moule se forment en même tems, comme les coques de ces poissons, que l'une aprés l'autre? Aussi voit-on que les bandes qui paroissent sur leur surface exterieure, s'élargissent à mesure que le corps de la Moule

augmente; ce qui ne pourroit se faire, si les couches de ses coquilles se formoient successivement.

Cela étant ainsi, il est évident que les coquilles de ce poisson doivent se nourrir de la même maniere que font les autres parties de son corps, je veux dire que l'aliment qui sert à leur accroissement penetre leur substance; car s'il ne faisoit que s'appliquer à leur surface interieure, il est certain que les bandes qui paroissent en dehors ne pourroient s'aggrandir. Elles s'augmentent en tout sens sans se fendre; donc elles se nourrissent *per intus susceptionem alimenti, non vero per juxta appositionem materiæ.*

De leur Mouvement.

Les coquilles de la Moule s'entr'ouvrent par le moyen d'un puissant ressort. Elles se ferment par la contraction de deux forts muscles. Leur ressort est situé sur le dos de ce poisson. Il a environ un pouce & demi de long sur deux lignes de large dans une Moule de huit à neuf pouces de grandeur. Ce ressort est convexe par dehors, & concave en dedans. Ses bords sont enchassez dans l'épaisseur des coquilles creusées en goutieres pour les recevoir. Il est formé de deux sortes de matiere, l'une est écailleuse & de couleur grise. Celle-cy envelope l'autre, qui est blanche & semblable à du talc. On découvre dans celle-là plusieurs plans inclinez les uns sur les autres, mais on ne peut les voir qu'en rompant le ressort des coquilles.

Leurs muscles sont transversalement attachez à la paroy interne de chaque coquille, l'un en devant & l'autre sur le derriere. Celuy-cy est plus gros que l'autre. Ces muscles sont faits de l'assemblage de plusieurs paquets de fibres charnuës, croisez par d'autres petites fibres ligamenteuses & élastiques. Ce sont-là les moyens par lesquels les coquilles s'ouvrent & se ferment. Il s'agit maintenant d'expliquer leur mouvement, ce qu'on ne peut bien faire sans résoudre auparavant une question qui fait aujourd'huy beaucoup de bruit en Physique & en Medecine.

On demande si le raccourcissement ou la contraction des muscles dépend d'une vertu élastique, ou de l'influence des esprits animaux. Les observations que j'ay faites sur la Moule même, serviront à découvrir certainement par lequel de ces deux principes les muscles se raccourcissent.

Aprés la mort la vertu élastique subsiste dans les parties, jusqu'à ce que la pourriture se soit emparée de leur substance, & l'on sçait que l'effet propre de leur ressort est de les rétablir dans leur état naturel, quand il n'est plus forcé. Or les esprits animaux étant éteints dans la Moule, les muscles de ses coquilles rentrent dans leur état naturel par leur vertu élastique, qui les relâche & les allonge. Donc leur raccourcissement doit dépendre de l'influence des esprits animaux. Aussi voit-on qu'ils ne se contractent que pendant la vie. Cela prouvé, il est tres-aisé d'expliquer l'approche & l'éloignement des coquilles.

Quand les esprits animaux coulent dans leurs muscles, ils les gonflent & les raccourcissent, & alors les coquilles se ferment; mais si-tôt que ces esprits ne s'y portent plus, les petites fibres ligamenteuses & élastiques qui traversent les fibres charnuës de ces muscles les resserrent & les allongent, en même tems le ressort des coquilles venant à se débander, parcequ'il n'est plus forcé par les esprits animaux, les coquilles s'entr'ouvrent. Mais il reste encore à sçavoir, si quand elles sont ouvertes leur ressort est entierement débandé, & si lorsqu'elles sont fermées leurs muscles sont tout à fait raccourcis. Voici les moyens de résoudre ces deux Propositions.

Qu'on détache ces muscles d'une seule coquille d'une Moule recemment morte, on verra qu'elles s'ouvrent une fois plus qu'elles ne faisoient pendant sa vie. Donc leur ressort n'est pas entierement débandé quand leurs muscles sont attachez à l'une & à l'autre, & qu'elles ne sont qu'entr'ouvertes. Et si sans séparer leurs muscles on casse une des coquilles d'une Moule vivante, ses parties

rompuës s'approchent de plus prés de celle qui reste entiere, & leurs muscles se raccourcissent une fois plus qu'auparavant ; d'où il suit que la résistance des coquilles entieres appliquées l'une contre l'autre, empêche que leurs muscles ne se contractent entierement. Donc la résistance des coquilles ainsi appliquées, l'emporte sur la force des esprits animaux, & il est évident que leurs muscles ne sont pas tout à fait raccourcis lorsque les coquilles sont fermées ; de sorte que quand elles sont entr'ouvertes, leurs muscles quoyqu'alors relâchez font cependant équilibre avec leur ressort : ainsi l'équilibre qu'ils gardent entr'eux quand les coquilles s'ouvrent, ne se rompt lorsqu'elles se ferment que par l'influence des esprits animaux qui coulent alors dans leurs muscles. D'où je concluë que la force de ces esprits l'emporte sur la puissance des fibres élastiques des muscles, & du ressort des coquilles joints ensemble ; car autrement elles ne pourroient jamais se fermer.

De la progression de la Moule.

Ce poisson nage dans l'eau, & paroît quelquefois sur sa surface, mais tres-rarement. Plus souvent il rampe dans la vase sur laquelle il reste presque toûjours en repos : mais soit qu'il nage, soit qu'il rampe, on ne voit que son ventre sortir hors de ses coquilles, & s'avancer de deux pouces ou environ au-delà de leurs bords. Tâchons de découvrir les machines dont la Moule se sert dans sa marche, qui ne peut dépendre que des muscles de son ventre, puisqu'il n'y a que cette seule partie de son corps qui agisse dans cette circonstance.

Le ventre de ce poisson represente assez bien la figure de la carenne d'un Vaisseau. Sa partie la plus large est tournée du côté de la tête, la plus étroite du côté de l'anus, la plus aiguë regarde le tranchant des coquilles, & est fort propre à fendre l'eau & la vase ; enfin sa partie la plus épaisse & qui est arrondie, occupe toute la partie superieure du ventre, ce qui ne fait pas neanmoins que

le dos de la Moule soit tourné en dessous quand elle nage, parceque ses poûmons qui sont remplis d'air sont placez au-dessus de son ventre, ce qui rend la partie la plus grosse de son corps la plus legere, sur-tout quand l'air qui les remplit vient à se dilater, lorsque les fibres des poûmons qui le comprimoient par leur contraction se relâchent, & lui permettent de s'étendre par son élasticité.

Je remarque au ventre de la Moule cinq muscles, quatre que je nomme obliques, & le cinquiéme transverse à cause de la disposition de leurs fibres. Le premier & le second tirent leur origine de la partie anterieure superieure des coquilles, le troisiéme & le quatriéme de leur partie posterieure superieure. Les fibres de ces quatre muscles en descendant s'écartent les unes des autres, & forment en se dévelopant les paroys du ventre. Celles de devant vont s'inserer au derriere, & celles de derriere en devant. Elles se croisent les unes les autres en faisant leur chemin.

Ce que je prends pour le cinquiéme muscle consiste dans un tres-grand nombre de fibres charnuës toutes séparées les unes des autres. Leur longueur varie suivant la differente épaisseur du ventre. Toutes ces fibres sont attachées transversalement à la surface interne de ses paroys par leurs extremitez ; de sorte qu'elles passent entre les circonvolutions de l'intestin & à travers le foye, qui n'a point d'autre membrane pour le couvrir que l'expension des quatre muscles obliques.

La figure du ventre étant donnée, & la disposition de ses muscles reconnuë, il n'est pas difficile d'expliquer le mouvement de progression de la Moule. Quand ses coquilles s'entr'ouvrent, les quatre muscles obliques se relâchent, & les fibres du muscle transverse se contractent. Celles-cy ne peuvent se raccourcir sans approcher les paroys du ventre l'une contre l'autre, ce qui fait qu'il devient plus plat qu'auparavant ; ainsi acquerant plus d'étenduë, & tombant en bas par sa propre pesanteur (les

muſcles obliques étant relâchez) il ſort aiſément hors des coquilles; aprés quoy les fibres de ces mêmes muſcles entrant en contraction les unes aprés les autres, mais foiblement, la Moule fait ſon chemin. Si les muſcles obliques anterieurs ſe raccourciſſent de part & d'autre alternativement, elle s'avance en avant. Quand ceux-cy ſe relâchent, & que les muſcles poſterieurs ſe contractent de même, elle recule en arriere, ce qui luy ſuffit pour ramper ſur la vaſe; mais pour nager, il faut outre cela que l'air renfermé dans ſes poûmons ſe dilate, & rende par ce moyen ſon corps plus leger qu'un pareil volume d'eau. Au contraire il doit ſe condenſer, afin que le corps de ce poiſſon devenant plus peſant que l'eau, retombe au fond. Quand enfin les fibres du muſcle tranſverſe ſe relâchent; & qu'en même tems celles des quatre muſcles obliques ſe contractent toutes enſemble fortement, elles retirent le ventre dans les coquilles fort promptement.

De quelle maniere la Moule reçoit ſa nourriture.

La bouche de ce poiſſon eſt ſi étroitement attachée à la partie poſterieure du muſcle du devant des coquilles, qu'il eſt abſolument impoſſible qu'elle puiſſe en ſortir pour chercher l'aliment qui luy convient; ainſi il faut qu'il y ait dans l'eau des parties nourriſſieres, afin que quand les coquilles s'ouvrent, ſa bouche puiſſe les recevoir, puiſqu'elle ne peut ſe déplacer. Mais parceque les coquilles reſtent preſque toûjours fermées, il n'y a pas d'apparence que la Moule pût vivre commodément en cet état, ſi la nature ne lui avoit donné quelques lieux particuliers pour tenir en réſerve l'eau qu'elle reçoit quand ſes coquilles s'ouvrent, & pour empêcher qu'elle ne s'écoule lorſqu'elles ſe ferment. C'eſt à quoy elle a ſagement pourvû en plaçant de chaque côté du ventre de ce poiſſon un grand réſervoir, & proche le bord de chaque coquille un canal pour le ſéjour de l'eau. Ces quatre cavitez communiquent enſemble entre le dos du corps de la Moule & celuy de ſes coquilles.

Le réservoir est formé du milieu de la surface interne de la coquille & d'une membrane spongieuse, qui d'une part est unie au corps de ce poisson, & de l'autre à un muscle circulaire. Le canal est composé du contour de la coquille & de ce même muscle, & voici comment. La partie charnuë de ce muscle, qui n'a environ que cinq à six lignes de large, est adherante par l'un de ses côtez à la coquille, à sept ou huit lignes de distance de son bord. Le reste qui en est détaché finit en une membrane tres-déliée, qui s'unit à une espece de peau fort mince jointe au tranchant de la coquille, de sorte qu'il reste entr'elle & ce muscle un vuide qui fait le canal.

Ce muscle circulaire se joint avec son congenere au-dessus de la tête de la Moule par devant, & par derriere au dessus du rectum. Entre leurs extremitez il y a un petit ligament, qui leur est attaché & à la membrane du pericarde en dessus. Enfin on découvre au-dessus du rectum un conduit qui communique d'un bout dans l'anus, & de l'autre avec ces quatre réservoirs. C'est par ce conduit que l'eau passe dans leurs concavitez, de la maniere que je vais l'expliquer en peu de paroles.

Quand les coquilles s'entr'ouvrent, les deux muscles circulaires qui leur sont attachez sont forcez de s'éloigner l'un de l'autre; & parceque l'anus leur est uni, c'est aussi une necessité que son entrée se dilate en même tems. Alors l'eau entre dans l'anus, d'où elle passe dans le canal qui la décharge dans les réservoirs par une fente placée entre les deux muscles circulaires tout proche de leur union posterieure.

Quand aprés cela les coquilles se ferment, alors l'eau pressée dans les canaux par le gonflement des muscles circulaires, & par ceux du ventre dans les réservoirs, sort par le même conduit par lequel elle est entrée, & se répand peu à peu entre les parties de la generation & le ventre, sans pouvoir delà s'écouler au dehors, tant parceque les coquilles s'appliquent l'une contre l'autre exactement, que parceque l'eau qui remplit les canaux

souleve les deux muscles circulaires dont ils sont formez, ce qui fait que ces muscles se pressent si fort l'un contre l'autre que l'eau ne peut s'échaper, quand bien même l'application des coquilles ne seroit pas parfaite.

La maniere dont les muscles circulaires se contractent pour chasser l'eau hors des canaux est fort particuliere; car étant attachez aux coquilles par leur partie charnuë, il est évident qu'ils ne peuvent pas se raccourcir quand ils se gonflent, il faut donc que leur largeur diminuë quand ils se resserrent; ce qui arrive de cette façon.

Toute leur surface qui regarde les coquilles est traversée par une infinité de fibres fort courtes qui s'inserent à leur aponevrose. Or celle-cy étant unie à la peau qui borde le tranchant des coquilles, il est visible que ces petites fibres ne peuvent se raccourcir sans diminuer la largeur de ces muscles, & par conséquent la capacité des canaux qu'elles applatissent; ainsi l'eau qu'ils contiennent est obligée d'en sortir plus ou moins promptement, par rapport à la vitesse avec laquelle ces petites fibres se raccourcissent.

C'est ce que confirme l'experience; car quand on pique ces muscles, les esprits animaux y coulant alors plus abondamment qu'à l'ordinaire, leurs fibres transverses se contractent si violemment, qu'elles rompent l'attache qu'a leur aponevrose avec la peau qui borde le tranchant des coquilles, ce qui fait que l'eau renfermée dans les canaux circulaires s'échape au dehors par cette ouverture extraordinaire.

Aprés avoir trouvé par quel moyen l'eau que contiennent ces quatre reservoirs s'écoule entre les parties de la generation & le ventre, il nous reste à chercher la voye par laquelle elle passe dans le corps de la Moule. Pour la découvrir il nous faut examiner une glande considerable que je prends pour la tête de ce poisson, quoyque je n'y aye remarqué ni langue, ni nez, ni yeux, ni oreilles. Quatre raisons m'engagent à luy donner le nom de tête. La premiere, parcequ'elle est la partie la plus élevée de son

ſon corps. La ſeconde, parce qu'étant compoſée de deux ſubſtances differentes en couleur, & formant dans ſon centre pluſieurs ſinuoſitez, il y a bien de l'apparence qu'elle luy tient lieu de cerveau. La troiſiéme, parceque l'entrée de l'inteſtin ſe rencontre dans le creux de cette glande. La quatriéme, parcequ'elle a une bouche garnie de deux levres charnuës.

Ces deux levres ſont fort étroites à l'entrée de la bouche, qui eſt placée entre le ventre & le muſcle anterieur des coquilles; mais en s'éloignant de cet endroit, elles s'élargiſſent. Elles ſont plates & longues d'un pouce ou environ, arrondies par leurs extremitez, & traverſées dans toute leur longueur par de petites fibres ſaillantes ſur leur ſuperficie interieure. Ces fibres laiſſent entr'elles de petits ſinus, de ſorte qu'elles repreſentent aſſez bien les ſillons d'une terre labourée.

Ces deux levres forment entr'elles de chaque côté de la bouche une eſpece de goutiere qui peut ſe changer en canal, parceque les petites fibres qui les traverſent peuvent en ſe raccourciſſant appliquer leurs bords l'un contre l'autre. Enfin je trouve dans le fond de cette glande l'embouchure d'un autre canal, dont une branche va ſe terminer dans le cœur, & les autres dans les parties du corps de la Moule.

Ces faits étant ainſi décrits, il eſt aiſé de comprendre que l'eau répanduë entre les parties de la generation & le ventre de ce poiſſon, doit s'écouler par les deux goutieres des levres, qui s'écartent l'une de l'autre pour la recevoir, & ſe rapprochent pour la pouſſer dans la bouche de la Moule, où apparemment les parties nourriſſieres ſe ſéparent de l'eau & paſſent dans l'inteſtin, pendant que l'eau entre dans l'autre canal; ce qui ſemble d'autant plus probable, qu'on ne trouve que de l'eau dans le cœur, & dans le commencement de l'inteſtin qu'une matiere ſolide & auſſi tranſparente que du criſtal, & ſur la fin une autre ſubſtance ſemblable par ſa conſiſtance & ſa couleur au mœconium du fœtus renfermé dans le ſein

de ſa mere ; d'où l'on peut conjecturer que la premiere matiere peut être celle de ſa nourriture, & la ſeconde l'excrement le plus groſſier qui en réſulte. Mais quelque vray-ſemblable que paroiſſe ce raiſonnement, on verra dans la ſuite de ce diſcours qu'on peut former contre cette hypotheſe une difficulté inſurmontable.

Parcourons maintenant la route de l'inteſtin, que vous trouverez ſans doute, Meſſieurs, auſſi ſurprenante qu'elle m'a paru extraordinaire. L'inteſtin commence dans le fond de la bouche de la Moule, paſſe par le cerveau, fait toutes ſes circonvolutions dans le foye. A la ſortie de ce viſcere il décrit une ligne droite, entre dans le cœur qu'il traverſe, & vient finir dans l'anus, dont le bord eſt garni de petites pointes pyramidales, & le dedans de petits mamelons glanduleux. On y voit auſſi de côté & d'autre une glande ſemblable aux amigdales, d'où ſort une matiere fort viſqueuſe.

Ce que je prends pour le foye n'eſt autre choſe qu'un amas de petits globules formez de l'aſſemblage de pluſieurs grains glanduleux, qui rempliſſent de telle ſorte toute la capacité du ventre, qu'ils ne laiſſent aucun vuide entre ſes paroys, ni entre les circonvolutions de l'inteſtin auquel ils ſont intimement unis. Cette glande eſt abreuvée d'une liqueur jaune, qui s'écoule par pluſieurs ouvertures dans l'inteſtin. Comme je craindrois d'ennuyer la Compagnie par une deſcription plus détaillée de ces parties, je paſſe à celles de la generation.

Je ne remarque dans la Moule que quatre parties qui puiſſent ſervir à la generation de ce petit animal. Deux que j'appelle ovaires, parcequ'elles contiennent les œufs de ce poiſſon. Deux que je nomme veſicules ſeminales, parcequ'elles renferment la ſemence qui eſt blanche & laiteuſe. La conformation des unes & des autres paroît ſemblable tant en dedans qu'en dehors. Il faut cependant qu'il y ait quelque choſe de particulier dans les ovaires qui ne ſoit pas dans les veſicules ſeminales, puiſque leurs uſages ſont differens : mais quelque choſe que ce

ſoit, la vûë ne peut point en découvrir la difference.

Ces quatre parties repreſentent aſſez bien par leur figure exterieure un croiſſant fort ouvert, convexe par en bas, concave par en haut, & applati par les côtez. Elles ont chacune un pouce de large ou environ dans leur milieu, qui va toûjours en diminuant juſqu'à leurs extremitez, qui ſont attachées par devant à la tête, & par derriere elles ſont ſuſpenduës à l'anus. Ce qu'il y a entre l'un & l'autre bout eſt joint à la partie ſuperieure du ventre : le reſte de leur corps eſt libre, & placé entre les réſervoirs d'eau & le ventre.

Leur ſuperficie eſt tiſſuë de deux plans de fibres, les unes ſont perpendiculaires ; celles-cy traverſent toute leur largeur, & ſont éloignées les unes des autres d'environ une ligne. L'eſpace qu'elles laiſſent entr'elles eſt coupé par d'autres fibres plus preſſées & plus courtes : celles-là ne vont que d'une des fibres droites à l'autre en ſerpentant. Il y a entre toutes ces fibres de petits creux, qui forment une eſpece de réſeau admirable.

A l'égard de leur ſtructure interieure, elle a encore quelque choſe de plus merveilleux ; car chaque ovaire & chaque veſicule eſt partagé en pluſieurs petits tuyaux tous fermez par bas, & ouverts dans leur partie ſuperieure. Ces tuyaux ſont ſéparez les uns des autres par des cloiſons attachées tranſverſalement aux paroys de ces parties. Ils ſont diſpoſez à côté les uns des autres comme ceux du ſifflet d'un Chaudronnier. Au-deſſus de tous ces petits tuyaux, qui contiennent les uns les œufs, & les autres la ſemence, regne un canal dans lequel ils ont tous leurs embouchures.

Ce canal eſt fermé par ſon extremité qui regarde la tête, & ouvert par l'autre dans l'anus. Chaque ovaire & chaque veſicule a le ſien particulier. Ceux des veſicules ont de plus que ceux des ovaires, une fente dans leur partie moyenne ſuperieure, & s'uniſſent en un ſeul ſur la fin. C'eſt par ces quatre canaux que les œufs & la ſemence de la Moule ſe rendent dans l'anus, où ces deux

principes s'unissent ensemble en sortant ; ce qui suffit pour la generation. Ce poisson peut donc multiplier sans aucun accouplement, & c'est sans doute par cette raison qu'il n'a ni verge ni matrice. C'est donc un androgine d'une espece singuliere. Le paradoxe que j'ay avancé d'abord est donc démontré.

Au reste il est à remarquer que les ovaires de la Moule ne se vuident de leurs œufs qu'au Printemps, & ne s'en remplissent qu'en Automne ; delà vient qu'on les trouve toûjours vuides en Esté, & pleins d'œufs en Hyver. Il n'en est pas de même des vesicules seminales, on les rencontre en toute saison plus vuides que pleines ; ce qui me fait croire que la semence, qui est liquide, s'en écoule en tout temps, & c'est apparemment par cette raison qu'elles ont cette ouverture particuliere dont je viens de parler.

On découvre au-dessus des canaux des vesicules seminales deux petits corps blancs, qui parcourent toute leur étenduë. Ils sont abreuvez d'une liqueur semblable à la semence, ce qui donne sujet de penser que ces petits corps sont peut-être les sources d'où elle découle dans les vesicules seminales. Si cela est ainsi, elles ne peuvent pas être les filtres de la semence, mais les réservoirs seulement. Il n'en est pas de même de l'origine des œufs, ils prennent naissance dans les ovaires mêmes ; d'où il est à inferer que leur structure essentielle, qui ne tombe pas sous les yeux, doit être differente de celle des vesicules seminales, quoique la conformation apparente des uns & des autres soit semblable.

Du Cœur de la Moule.

Quelque admirable que soit la structure des ovaires & des vesicules seminales, celle du cœur est encore plus surprenante. A la verité sa figure, qui est conique, n'est pas extraordinaire ; mais sa situation est tout à fait differente de celle du cœur des autres animaux ; car outre qu'il est placé immediatement sous le dos des coquilles

& au-dessus des poûmons, sa base est tournée du côté de l'anus, & sa pointe regarde la tête de la Moule. D'ailleurs il n'a qu'un seul ventricule, & a cependant deux oreilletes, qui paroissent, étant remplies d'air, de figure cylindrique, avec lesquelles il communique par deux trous placez à ses côtez qui répondent dans l'une & dans l'autre. Enfin j'ay vû l'eau qu'il renferme fluer de son ventricule dans ses oreilletes, & refluer de celles-cy dans l'autre alternativement : mais je n'ay pû y découvrir ni valvule, ni veine, ni artere. Recherchons donc la source qui fournit l'eau au cœur, & aux parties celle qui les humecte.

Il sort, comme j'ay déja dit, du fond de la bouche de ce poisson un canal, qui passant par dessus sa tête, se divise en plusieurs branches, dont une va se terminer à la pointe du cœur ; ainsi il est évident que c'est de la bouche, par cette branche, que le cœur reçoit une portion de l'eau, qui est distribuée aux autres parties du corps par les autres branches de ce canal. Surquoy il y a cette reflexion à faire.

Le cœur de la Moule n'ayant ni veine ni artere, il ne peut y avoir dans ce poisson qu'un flux d'eau, de la bouche par les branches de ce canal dans le cœur, comme dans toutes les autres parties de son corps, sans circulation & sans reflux, étant impossible que l'eau puisse couler en même temps dans ce canal par des mouvemens contraires vers des parties opposées ; aussi ne voit-on pas qu'il se dilate, comme font les arteres, quand le cœur se resserre ; ce qui devroit arriver si c'étoit le cœur qui poussât l'eau dans ce canal ; d'où il suit que l'eau qui entre dans le cœur par une des branches de ce canal n'en ressort point. Elle ne peut donc couler que de son ventricule dans ses oreilletes, & recouler de celles-cy dans l'autre successivement, comme je l'ay remarqué.

On ne peut pas donner à ce vaisseau le nom de veine, parcequ'au lieu de servir à reporter l'eau des parties dans le cœur, il sert au contraire à la leur distribuer par ses

branches; de sorte qu'on peut dire qu'il fait à leur égard la fonction d'artere, sans pouvoir neanmoins en porter le nom; parce qu'outre qu'il n'a pas de mouvement, il sert à conduire l'eau de la bouche dans le cœur, usage tout contraire à celuy de l'artere. On ne peut donc pas luy donner le nom ni de l'un ni de l'autre de ces vaisseaux.

Je ne vous reparle point, Messieurs, du passage extraordinaire que le cœur de la Moule donne à l'intestin. En décrivant sa route, je vous l'ay fait remarquer. J'ajoûteray seulement à ce que je viens de vous dire, que le cœur de ce poisson est renfermé avec ses oreilletes dans un pericarde, que j'ay toûjours trouvé rempli de beaucoup d'eau, sans avoir jamais pû en découvrir la source; ainsi je ne sçaurois vous donner qu'une conjecture sur son origine.

Comme le pericarde n'a point de vaisseau particulier, j'ay pensé que l'eau qu'il contient pouvoit se filtrer à travers la substance du cœur; ce que je n'ay pas eu de peine à m'imaginer, l'experience m'ayant fait voir plusieurs fois que l'eau se crible bien à travers la chair du cœur de l'homme, qui est beaucoup plus épais que *celui de la* Moule.

Mais sur l'eau que reçoivent le cœur & les autres parties du corps de ce poisson, il se presente une autre difficulté bien plus considerable, à laquelle je ne trouve point de solution qui me satisfasse. La bouche de la Moule est si fixement attachée au derriere du muscle anterieur des coquilles, qu'il est visiblement impossible qu'elle puisse en sortir pour chercher sa nourriture; de sorte qu'il faut necessairement qu'il y ait, comme j'ay déja dit, dans l'eau des parties alimentaires qui entrent avec elle dans la bouche de ce poisson. Mais comme l'embouchure de l'intestin & celle du canal qui porte l'eau au cœur & aux parties sont placées dans son fond, il est certain que ces parties nourrissieres, que contient l'eau, peuvent passer avec elle dans l'un & dans l'autre également. On

demande donc par lequel de ces deux conduits l'aliment de la Moule peut être distribué aux parties de son corps pour les nourrir.

Cette question est fort embarrassante; car si l'on prétend que l'aliment doit entrer d'abord dans l'intestin pour y recevoir la premiere préparation qui le rend propre à la nourriture des parties, & s'écouler ensuite dans le cœur, pour être enfin distribué par une artere aux parties, comme dans les autres animaux, dont le chile passe par la veine cave dans le cœur, avant que d'être porté par l'aorte aux parties; je répondray que cela ne peut se faire ainsi dans la Moule, parceque son cœur n'a point de veine pour conduire l'aliment de l'intestin dans l'oreillete droite du cœur, ni d'artere pour le distribuer aux parties. Donc ce poisson doit recevoir sa nourriture & de l'intestin & du canal de la bouche également, puisque les parties nourrissieres qui sont mêlées avec l'eau peuvent entrer du fond de la bouche dans le canal & dans l'intestin en même tems.

Il y a même bien de l'apparence que l'eau qui passe de la bouche dans le canal contribuë plus à la nourriture des parties que la matiere qui se rencontre dans l'intestin, parcequ'on ne découvre point de voye qui puisse porter cette matiere de l'intestin aux parties; au lieu que du canal de la bouche partent plusieurs petits conduits, par lesquels l'eau qu'il reçoit peut leur être facilement distribuée.

Afin de ne rien obmettre de ce qui regarde le cœur de la Moule, je vous diray, Messieurs, que j'ay remarqué, tant à son ventricule qu'à ses oreilletes, les mêmes mouvemens alternatifs de diastole & de sistole, que j'ay observez au cœur de la tortuë; mais avec cette difference considerable, que le ventricule du cœur de la Tortuë reçoit le sang des oreilletes, au lieu que les oreilletes du cœur de la Moule reçoivent l'eau de son ventricule; ce qui est un effet naturel de la structure du cœur de ce poisson, dont les oreilletes n'ont point de veines pour

leur porter l'eau. Celles de la Tortuë en ont, qui leur portent le ſang.

Des poûmons & de la reſpiration de la Moule.

La conformation de ſes poûmons n'eſt pas moins extraordinaire que celle de ſon cœur, & la voye par laquelle elle reſpire eſt diametralement oppoſée à celle des autres poiſſons. Dans la Carpe & le Brochet l'air entre par le nez ou la bouche; au contraire dans la Moule il paſſe par l'anus dans les poûmons; ce que je démontreray aprés en avoir fait la deſcription.

Les poûmons de la Moule ſont ſituez entre le pericarde & les parties de la generation, l'un à droit & l'autre à gauche; ils ont environ trois pouces de long, & cinq à ſix lignes de large dans les plus grands de ces poiſſons. Leur figure eſt cylindrique. Leur membrane propre eſt tiſſuë de fibres circulaires, qui les partagent en pluſieurs cellules, qui ont communication les unes avec les autres. Ils ſont abreuvez d'une humeur noire dont ils empruntent la couleur. Entr'eux regne un canal de même figure & longueur, mais d'un plus petit diametre & ſans aucune teinture. Les deux poûmons & ce canal ſont ſéparément renfermez dans une membrane, de ſorte que chacun a ſa ſienne particuliere.

On découvre au devant du canal deux petites ouvertures, qui font la communication de ce conduit avec les cellules anterieures des poûmons. Pour les trouver il faut couper la membrane qui l'envelope. Sur le derriere de ce même canal on en remarque une troiſiéme, placée entre les deux tendons des muſcles poſterieurs du ventre. Cette ouverture répond dans leurs cellules poſterieures, dans leſquelles viennent ſe rendre deux petits conduits qui ont leurs embouchures dans l'anus. Or comme la Moule n'a point de canal qui de ſa bouche aille aux poûmons, il eſt évident que ce poiſſon ne peut reſpirer que par l'anus. Finiſſons ce Memoire en expliquant ſa reſpiration.

Quand

Quand les fibres circulaires des poûmons se relâchent, l'air qu'ils comprimoient en eux-mêmes se dilate, & la Moule s'éleve sur la surface de l'eau. Alors l'air exterieur pressé au dehors par les coquilles, qui s'écartent en même tems, entre dans l'anus, où trouvant moins de résistance qu'ailleurs, il s'insinuë par les deux conduits, dont je viens de parler, dans les cellules posterieures des poûmons qu'il remplit d'abord. Delà il passe ensuite dans le canal qui est placé entr'eux, & va remplir leurs cellules anterieures & celles du milieu.

Quand aprés cela les coquilles se referment, alors les fibres circulaires des poûmons venant à se rétrecir, leur capacité diminuë, l'air y est comprimé, le corps en devient plus pesant, & la Moule retombe au fond de l'eau; & comme elle y reste presque toûjours plongée, elle ne peut joüir de la respiration que dans quelques momens fort éloignez les uns des autres; car quoique ses poûmons puissent rejetter en tout tems dans l'eau l'air qu'ils ont reçû, ils ne peuvent en reprendre de nouveau, que quand ce poisson s'éleve sur la superficie de l'eau. Or comme cela ne luy arrive que fort rarement, il n'y a pas d'apparence que la respiration puisse servir à entretenir dans la Moule le flux d'eau dont j'ay parlé, comme elle sert dans les autres animaux à continuer la circulation du sang, dont elle est une des principales causes. Ce flux d'eau dépend donc dans la Moule de l'action seule des levres, qui par leur mouvement la font couler de la bouche de ce poisson dans l'embouchure du canal que j'ay décrit & nullement des autres parties, puisque toutes reçoivent l'eau de ce canal & n'ont point de vaisseau pour leur décharge.

J'aurois pû, Messieurs, m'étendre plus que je n'ay fait sur la structure des parties dont j'ay eu l'honneur de vous entretenir; mais outre qu'une description trop détaillée en devient plus obscure, le tems d'une demie heure que le sage Moderateur * de cette Royale Academie donne à chaque particulier pour rapporter dans ses

* M. l'Abbé Bignon.

Assemblées publiques leurs observations, ne m'a pas permis d'entrer dans des minuties aussi peu curieuses, qu'elles sont peu necessaires pour expliquer leurs fonctions.

MEMOIRE TOUCHANT LES VEGETATIONS ARTIFICIELLES.

PAR M. HOMBERG.

1710. 12. Nov.

NOus avons dans les operations de Chimie beaucoup de productions, qui ressemblent en quelque façon à la vegetation des Plantes ; ce qui a donné lieu de les appeller Vegetations métalliques, Arbres de Diane, Sels vegetans, &c. Il s'est même trouvé des Auteurs qui ont voulu que ces sortes de vegetations ressemblassent parfaitement à celle des Plantes, cependant ce n'est rien moins quand on les examine avec un peu d'attention.

J'ay rangé ces sortes de vegetations en trois differentes classes. J'ay mis dans la premiere toutes celles qui consistent en un métal pur & massif, sans le mêlange d'aucune autre chose. J'ay mis dans la seconde classe toutes celles dont la composition consiste en un métal dissous le dissolvant restant mêlé avec le métal, & faisant partie de l'arbrisseau qui en est produit. La troisiéme classe est de celles qui ne contiennent rien de métallique, mais simplement des matieres salines, terreuses & huileuses.

Toutes les productions de la premiere classe se font à sec & dans le grand feu, c'est à dire, sans aucune liqueur aqueuse ; elles sont solides, & on les peut tirer des vaisseaux dans quoy elles ont été formées sans les rompre.

Les productions au contraire de la seconde classe se font toutes avec une liqueur aqueuse; elles sont tres-fragiles, & on ne les sçauroit tirer commodément de leurs vaisseaux. Et parmi celles que la troisiéme classe fournit, il y en a qui se soûtiennent à sec, & d'autres qui ne se soûtiennent que dans une liqueur aqueuse, & que l'on ne sçauroit remuer sans les gâter.

Je donneray pour exemples de la premiere classe les productions des trois operations suivantes. 1°. Faites un amalgame d'une once ou deux d'or fin, ou d'argent fin, & de dix fois autant de mercure ressuscité du cinabre; broyez & lavez cet amalgame plusieurs fois avec de l'eau nette de riviere, jusqu'à ce que l'amalgame ne laisse plus de salletez dans l'eau: pour lors sechez vôtre amalgame, mettez-le dans une cornuë de verre, distillez au bain de sable à tres-petit feu, que vous entretiendrez pendant un jour ou deux; plus vous pourrez continuer le feu sans chasser tout à fait le mercure, plus la vegetation sera parfaite: vous pousserez le feu à la fin jusqu'à faire sortir tout le mercure; laissez éteindre le feu, vous trouverez vôtre mercure dans le récipiant, & l'or ou l'argent qui restera dans la cornuë sera doux & pliant, & de la plus belle couleur que ces métaux peuvent avoir, dont la masse aura poussé des branches en forme de petits arbrisseaux, de differentes figures & de differentes hauteurs, que l'on peut tirer de la cornuë, les séparer de la masse de métal qui leur a servi de base, les rougir au feu & les garder tant que l'on veut sans qu'ils se gâtent.

La formation de ces arbrisseaux se fait selon toutes les apparences de cette maniere: L'amalgame qui est dans la cornuë sur le feu s'échauffe peu à peu, jusqu'à ce que le mercure commence à s'évaporer; alors on s'apperçoit des fusées ou des traînées de mercure en vapeurs, qui sortent de dessus toute la surface de l'amalgame: ce mercure est le dissolvant du métal dont est composé l'amalgame, qui en entraîne avec lui des parties; ces petites parties de métal n'étant pas volatiles comme le mercure,

restent attachées sur la surface de l'amalgame, tandis que le mercure qui leur a servi de vehicule, acheve de s'évaporer tout à fait, & les abandonne. Elles sont placées de cette maniere peu à peu les unes sur les autres, étant toûjours guidées par la traînée de mercure qui continuë d'y ajoûter des nouvelles parcelles de métal, & de s'évaporer ensuite : ces parcelles de métal ainsi emmoncelées les unes sur les autres, s'unissent si bien ensemble, qu'elles forment les branches qui paroissent sur la surface de la masse de métal qui reste à la fin de la distillation au fond de la cornuë.

Ces branches ne ressemblent pas mal à une vraie vegetation quand on n'en regarde que la figure exterieure; mais quand on considere qu'une vraie Plante est un corps organique, dont les parties servent à tirer le suc de la terre, à préparer ce suc pour la nourriture & pour l'accroissement de la Plante, & à produire enfin des semences, qui sont aussi des petits corps organiques, qui se dévelopent en nouvelles Plantes par la nourriture qu'elles prennent; & quand au contraire l'on voit dans nos vegetations artificielles, que ce n'est que des simples *cristallisations*, ou des assemblages de quelques petits morceaux de métal, que le hazard a placé les uns sur les autres sans ordre & sans aucune partie organique, la comparaison que l'on en voudra faire avec la vraie vegetation des Plantes, ne pourra subsister en aucune façon.

Nous avons dit que le mercure en s'évaporant de l'amalgame pendant sa distillation emporte des parcelles de métal, la preuve est, que si on fait le feu un peu trop fort dans le temps que l'amalgame est encore liquide, il s'enleve des parties fort sensibles de l'amalgame, qui sautent même avec éclat contre la voûte de la cornuë, où elles se collent & y font des grandes taches d'or ou d'argent, qui y paroissent aprés la distillation, selon le métal qui étoit entré dans la composition de l'amalgame.

Le second exemple de cette premiere classe des vegetations artificielles se tire de l'operation suivante : Prenez

une once ou deux d'argent fin, fondez-le dans un creuset, & pendant qu'il est en fonte, jettez dessus par diverses reprises autant pesant de souffre commun, remuez & mêlez-le bien avec une baguette de fer, & retirez-le promptement du feu, laissez refroidir la matiere, puis pilez-la bien menu, remettez-la dans un autre creuset que vous placerez dans un feu doux de charbons, ou dans une forte digestion au bain de sable sans fondre la matiere, le souffre s'évaporera peu à peu de la masse qui est dans le creuset, & il entraînera avec lui une partie de l'argent en forme de filets & de lammes fort blancs, brillants & fort doux, qui tiennent à la masse du métal d'où ils sont sortis; j'en ay vû de la hauteur de trois pouces, & des lammes de deux lignes de large & de l'épaisseur d'une carte à joüer.

La cause de cette vegetation est à peu prés la même que celle de la précedente, mais elle demande plus de temps & d'attention. Le souffre commun qui sert de dissolvant à l'argent étant volatile, s'évapore peu à peu & entraîne des parcelles d'argent, qui se placent les unes aux bouts des autres, & s'attachent ensemble, pendant que le souffre commun les abandonne en achevant de s'évaporer : ces parcelles d'argent restant en forme de filets & de lammes attachez à la masse d'argent qui est au fond du creuset, forment une espece de vegetation qui ne ressemble pas tant à un arbrisseau que celle de l'operation précedente, mais qui ressemble fort à certaines mines d'argent, qui consistent de même en filets & en une espece de filigrane.

L'operation suivante donnera nôtre troisiéme exemple : Fondez ensemble deux onces d'argent de vaisselle & six onces de plomb, mettez ce mêlange dans une coupelle de cendres d'os sous une mouffle, donnez le feu qui convient pour purifier cet argent à la coupelle, & dés que vous verrez la marque que l'argent est devenu fin, vous retirerez la coupelle promptement du feu, & la laisserez refroidir, deux ou trois minutes aprés que vous

l'aurez retiré du feu, il sortira brusquement de dessus la superficie de cet argent un ou plusieurs jets d'argent fondu de la grosseur d'un brin de paille, & de la hauteur de sept à huit lignes, qui durciront à l'air à mesure qu'ils sortiront de la masse d'argent qui est dans la coupelle : ces jets sont ordinairement creux, & prennent souvent la figure des branches de corail ; ils restent solidement attachez à la masse d'où il sont sortis.

Selon ce que j'ay pû remarquer sur l'effet de cette operation, que j'ay observée souvent & avec attention, il m'a paru que ces branches se forment d'une maniere tout à fait differente de celles que nous venons de rapporter. Pour en concevoir bien la méchanique, il faut que j'éclaircisse auparavant en quoy consiste la marque que l'argent est devenu fin dans la coupelle, puisque c'est-là le point qui fait réüssir l'operation, ou qui la fait manquer : cette marque est lorsque dans le même degré de feu où l'argent a été en parfaite fusion pendant tout le temps du raffinage, sa surface se fige dans la coupelle tout d'un coup en une croûte dure & brillante, qui tient fortement attachée par ses bords au corps de la *coupelle*, pendant que l'interieur de cette masse d'argent est encore en fusion. C'est dans ce moment qu'on doit tirer la coupelle du feu, & la placer en un lieu froid ; quand on considere ce qui lui arrive en cet état, on comprendra que l'air froid qui touche le dehors de la coupelle & la surface déja figée de l'argent, les doit resserrer, & en même temps comprimer la partie interne de cette masse d'argent qui n'est pas encore figée, parceque le corps de la coupelle est assez enflammé en le tirant du feu, pour qu'il puisse entretenir pendant quelques minutes en fusion la partie de l'argent qui le touche immediatement : cet argent liquide est enfermé comme dans une boëte bien close, en dessous par le corps spongieux de la coupelle, capable de beaucoup de compression, & en dessus par sa propre croûte figée, dont il est si fortement pressé & comprimé à l'occasion du froid subit qui environne

cette boëte, & qui la resserre de plus en plus, qu'il en échappe une partie par les endroits les plus foibles de sa surface figée, à peu prés de la même maniere que nous voïons exprimer les couleurs des Peintres, qu'ils tiennent enfermées dans des nouets de vessie de porc, en pressant ces nouets aprés y avoir fait un trou d'épingle.

Pour donner un exemple d'une pression semblable, prenez le vaisseau d'un Thermometre dont la boule aura deux ou trois pouces de diametre, & dont le verre sera fort mince, plus la boule sera grande, plus l'effet en sera sensible; plongez cette boule dans l'eau boüillante, & l'y laissez jusqu'à ce que toute la liqueur soit devenuë chaude, marquez pour lors l'endroit où la liqueur sera montée, puis retirez ce vaisseau de l'eau chaude, & replongez-le subitement dans de l'eau froide, & l'on verra la liqueur monter tres-sensiblement dans le tuyau de ce vaisseau, avant qu'elle commence de descendre par la fraîcheur de l'eau où l'on vient de la mettre, & cela par la raison que le corps de la boule, que je suppose d'un verre fort mince, se refroidit dans le même instant qu'il touche l'eau froide; & comme ce vaisseau a plus de capacité étant chaud que quand il est froid, il comprime pour un instant la liqueur qu'il contient en se refroidissant subitement, & la fait monter dans le tuyau pendant un petit espace de temps, ou jusqu'à ce que la liqueur ait commencé aussi de se refroidir, qui pour lors occupe moins de place, & qui par conséquent descend dans le tuyau, selon l'observation ordinaire de l'effet des Thermometres. Pour réüssir en cette experience, il faut que la boule du Thermometre soit d'un verre fort mince, autrement elle se cassera en la plongeant toute chaude dans l'eau froide.

Une preuve que l'argent encore liquide dans nôtre coupelle sort & échape par une compression semblable à travers les endroits les plus foibles, ou les moins durcis de la croûte qui le couvre, est premierement: que ces jets sortent brusquement & avec bruit de la masse de

l'argent coupellé comme une liqueur qui seroit seringuée avec violence, ce qui ne peut arriver que par une forte compression; & en second lieu, qu'on observe toûjours quand on laisse refroidir la coupelle dans le feu, que la masse de l'argent coupellé se durcit peu à peu & tranquillement dans toute son étenduë, sans qu'il sorte des jets d'argent liquide, & sans qu'il se forme des branches sur sa superficie.

Ces trois operations suffisent pour établir le caractere des vegetations artificielles de la premiere classe, c'est à dire de celles dont la matiere consiste en un métal pur & massif & sans aucun mêlange. Pour ce qui est de celles de la seconde classe, dont la composition consiste en un métal dissous, & où le dissolvant reste mêlé avec le métal, j'ay lû autrefois dans une de nos Assemblées un Memoire, qui a été imprimé en 1692; ce Memoire contient plusieurs operations qui enseignent differentes manieres de faire des vegetations artificielles, elles peuvent toutes servir d'exemples pour établir le caractere de celles dont nous avons fait la seconde classe, ainsi nous n'en parlerons pas icy.

Nous avons rangé dans la troisiéme classe toutes les autres vegetations artificielles qui ne tiennent rien de métallique; nous en donnerons icy de même trois exemples. Premier exemple : Prenez huit onces de salpetre fixé par le charbon à la maniere ordinaire, faites-le résoudre à la cave en huile par défaillance, filtrez-la & versez dedans peu à peu de l'huile de vitriol jusqu'à parfaite saturation, ou jusqu'à ce que l'ébullition cesse; faites évaporer toute l'humidité, il restera une masse saline, compacte, dure, tres-blanche & fort âcre, pilez-la grossierement & versez dessus un demi-septier d'eau froide de riviere dans une écuelle de grez, laissez-la pendant quelques jours sur une table découverte à l'air, l'eau s'évaporera en partie, & le sel encore humide commencera de vegeter en plusieurs endroits, en poussant des touffes en aigrettes, qui partent chacune d'un même centre,

centre, & qui se divisent en diverses branches pointuës, roides & cassantes, longues de douze à quinze lignes: ces aigrettes se forment ordinairement sur tout le bord de l'écuelle, & y composent une espece de couronnement; elles cessent de croître quand toute l'eau a été évaporée de l'écuelle, mais en remettant de l'eau sur ce sel, il vegete de nouveau.

Cette vegetation est tout à fait differente de celles de la premiere classe, & elle approche un peu de la plûpart de celles de la seconde: elle ne consiste qu'en une simple cristallisation du sel dissous & contenu dans l'écuelle de grez. Il faut considerer icy, que ce sel est du salpetre, qui a été calciné par le charbon, de sorte qu'il est devenu un sel fixe lixiviel, à peu prés comme est le sel de tartre, ou le sel fixe de quelqu'autre vegetal, dont il conserve une certaine consistance grasse, qui fait qu'il s'attache facilement à toutes sortes de corps; & par l'addition de l'acide du vitriol, il acquiert une volatilité, ou une disposition de s'élever aisément en vapeurs, qui sont plus legeres que l'air qui les environne; moyennant quoy ce sel ayant été dissous en peu d'eau, la liqueur qui en résulte ne garde pas long-temps la même situation, & elle ne moüille pas le vaisseau dans quoy elle est contenuë, comme font les autres liqueurs aqueuses, c'est à dire jusqu'au niveau seulement de la liqueur; mais elle monte peu à peu, & est poussée par le poids de l'air au-dessus de de son niveau, & elle continuë de moüiller les parois du vaisseau jusqu'à son bord superieur, & passe même pardessus en moüillant les parois exterieurs du vaisseau, particulierement quand il a la superficie rabotteuse & grenuë, comme est icy le grez, qui agit dans les grains du grez à peu prés de la même maniere que l'eau commune agit dans les poils du drap qui sert de filtre; ou dans les fibres d'une éponge nouvellement lavée quand elle y monte, c'est à dire que les grains inferieurs ou les plus prés du niveau de la liqueur étant moüillez, la liqueur qui les envelope commence de toucher aussi ceux qui

sont immediatement au-dessus, & les moüille de même par sa grande facilité de s'attacher à toutes sortes de corps, & en continuant ainsi, la liqueur monte toûjours de grains en grains, jusqu'à ce qu'à la fin elle commence à se dessecher; & comme elle consiste en une dissolution de sel, ce sel ayant perdu par l'évaporation le trop de liqueur aqueuse qui le tenoit dissous, il se cristallise à son ordinaire dans toute l'étenduë du vaisseau où la liqueur étoit montée, car les parties salines ne s'évaporent pas si aisément que l'eau qui leur avoit servi de dissolvant: ces premiers petits cristaux se remoüillent successivement de la même maniere que les grains du grez par la liqueur de l'écuelle, qui continuë de monter ainsi & de se cristalliser ensuite, & par ce moyen elle grossit & elle allonge les premiers cristaux, qui reprennent à peu prés la même forme qu'avoit le salpetre avant que d'avoir été calciné, c'est à dire qu'ils deviennent des aiguilles à quatre, cinq & six pans, dont quelques-unes sont collées ensemble, & les autres se tiennent séparément, & produisent les aigrettes qu'on y observe, ce qui est proprement icy nôtre vegetation. La production de ces cristaux & leur augmentation continuë de se faire, jusqu'à ce que le sel qui est dans l'écuelle se soit tout à fait desseché, & alors cette vegetation cesse aussi; on peut la faire recommencer en détrempant de nouveau avec de l'eau commune le sel qui reste dans l'écuelle, ce que l'on peut continuer tant de fois, qu'à la fin tout le sel soit monté ou cristallisé en cette sorte de vegetation.

Je rapporteray pour second exemple de cette classe certaines cristallisations en arbrisseaux, que j'ay trouvé produites naturellement sur le rivage de la mer d'Espagne, que l'on peut imiter facilement par art, n'étant autre chose qu'une tige branchuë de quelque Plante dessechée & sans feüilles, qui a été arrosée plusieurs fois par l'eau de la mer, dont l'humidité aqueuse ayant été évaporée, le sel y est resté, & s'est cristallisé dessus, en couvrant toute la Plante, d'abord fort legerement, mais

ayant été moüillée plusieurs fois en divers temps, le sel s'y augmente peu à peu, & represente une Plante de sel. J'en ay vû une fort belle de cette nature dans le cabinet de feu M. de Tournefort, qui étoit haute d'environ un pied, & blanche comme de la neige; j'en ay fait de semblables en employant de l'eau salée filtrée. Il faut avoir la précaution d'ôter l'écorce de la branche qui sert de charpente ou de soûtien à cette cristallisation, parceque l'écorce étant ordinairement brune, elle obscurcit la blancheur transparente du sel qui l'envelope & qui s'attache à l'entour.

Je donneray pour troisiéme exemple l'observation suivante: Dans un temps d'orage accompagné de beaucoup de pluye & de tonnerre, je remplis une bouteille de verre d'environ trois pintes de l'eau de cette pluye, qui avoit coulé de dessus un vieux toit de thuiles, & qui avoit reposée pendant une demie heure environ dans un bacquet de bois dessous la goutiere; j'ay mis cette bouteille negligemment fermée d'un bouchon de papier sur une fenêtre exposée au midy, où l'ayant oubliée elle est restée sans être remuée pendant trois mois environ, l'eau ne paroissoit pas trouble quand je l'ay puisée; cependant il s'est amassé peu à peu au fond de la bouteille un sediment de couleur verte, de l'épaisseur de trois ou quatre lignes; il s'est fait apparemment une fermentation dans cette matiere, car elle m'a paruë fort spongieuse, & pleine de petites bulles d'air, qui selon toutes les apparences s'étoient séparées du limon qui faisoit le sediment, comme il arrive toûjours des pareilles séparations aëriennes dans toutes les matieres qui fermentent.

Un jour qu'il faisoit fort chaud dans le mois de Juillet vers les deux heures environ aprés midy, je passay dans l'endroit où étoit cette bouteille, je la regarday par hazard, je n'y trouvay pas de limon au fond, mais je la vis remplie d'une espece de vegetation d'une tres-belle couleur verte, dont une partie paroissoit tenir au fond de la bouteille, & le reste étoit simplement suspendu com-

me des filets dans l'eau, parmi lesquels il y en avoit qui étoient élevez jusqu'à la superficie de l'eau, & d'autres qui étoient restez à differentes distances de la superficie, nageants entre deux eaux, les extremitez superieures de toutes les ramifications & filets étoient garnies chacune d'un grain ou d'une petite boule, qui paroissoit blanche dans l'eau & brillante comme de l'argent, & qui representoit comme un fruit sur le sommet de sa Plante ; en remuant un peu la bouteille, je m'apperçûs que cette vegetation n'avoit point de consistence, mais qu'elle étoit soûtenuë par l'eau de la bouteille, & qu'elle flottoit dans toute la masse de cette eau, qui d'ailleurs étoit fort claire & fort limpide.

Le lendemain environ vers les sept heures du matin, voulant faire voir cette vegetation à quelqu'un à qui j'en avois parlé, je n'y trouvay que de l'eau bien claire, & le limon verd rappliqué au fond de la bouteille, comme je l'avois vû autrefois, ce qui me donna la curiosité de regarder souvent pendant la journée cette bouteille, pour m'éclaircir d'un fait qui m'avoit d'abord surpris. Vers les dix heures du matin, qui étoit le temps que le Soleil touchoit la fenêtre où étoit posée la bouteille, le limon du fond commença de s'enfler, & à mesure que l'eau s'échauffoit, il s'éleva de dessus la superficie de ce limon une infinité de bosses, qui peu à peu en s'élevant davantage diminuerent de grosseur, & produisirent des filets de la substance du limon même, de sorte qu'en deux heures de temps tout ce limon qui tapissoit le fond de la bouteille étoit converti en filets, dont quelques-uns tenoient ensemble, & paroissoient sortir les unes des autres, representans des branchages, & les autres flottoient comme des simples filets droits & tortuez, selon qu'ils avoient été obligez de se détourner par les autres qu'ils avoient rencontrez en chemin, chacun ayant attaché à son bout superieur une perle blanche, qui étoient de differentes grosseurs, comme je les avois vû le jour précedent ; ils resterent dans cette situation pendant tout

le temps que le Soleil les éclaira, c'eſt à dire juſqu'à quatre heures aprés midy ; immediatement aprés ce temps je vis les filets & les ramifications retomber peu à peu au fond de la bouteille, & en même temps les petites boules blanches que j'avois remarqué aux bouts des ramifications diminuer peu à peu de groſſeur, & étant enfin entraînées avec les filets au fond de la bouteille, ils récompoſerent la même quantité de ſediment ou de limon verd que j'y avois obſervé en premier lieu : le lendemain il arriva la même choſe & aux mêmes heures, ce qui a continué pendant tout le reſte de l'Eſté, c'eſt à dire les jours qu'il a fait chaud, & que le Soleil a pû atteindre la bouteille ; le reſte de l'année non-ſeulement les branchages n'ont pas paru dans l'eau, mais le limon du fond ou le ſediment de la bouteille, qui pendant les nuits de l'Eſté étoit épais de trois ou quatre lignes, s'eſt ſi fort applati pendant l'Hyver, qu'il n'avoit pas une ligne d'épaiſſeur, & les petites bulles d'air dont ce limon étoit fort ſenſiblement parſemé en Eſté, ont diſparu entierement pendant l'Hyver, de ſorte qu'on ne les voyoit plus du tout.

J'ay de loin approché cette fiole du feu pendant l'Hyver, les bulles d'air ont reparu dans le ſediment, & à meſure que l'eau de la bouteille s'eſt échauffée le ſediment s'eſt gonflé, les branchages ſe ſont refaits dans toute la maſſe de l'eau, comme il étoit arrivé en Eſté par la chaleur du Soleil, & en éloignant la bouteille du feu le ſediment s'eſt remis au fond de l'eau à meſure qu'elle s'eſt refroidie ; j'ay fait cette experience trois ou quatre fois pendant l'Hyver, qui ont fort bien réüſſi ; mais la derniere fois ayant trop échauffé la bouteille, il s'eſt fait une écume ſur l'eau, ce qui n'étoit jamais arrivé, & tous les filamens & les branchages qui occupoient toute l'eau, ſe ſont précipitez ſubitement au fond de la bouteille en forme de limon, qui ne s'eſt jamais relevé depuis en branchages comme il faiſoit auparavant.

L'on voit aiſément icy que les bulles d'air envelopées

dans le sediment verd, ont été la cause de l'élevation de ce sediment en forme de filets & de branchages, qui ont occupé toute la capacité de la bouteille, & que les petites boules blanches & brillantes qui tenoient au haut de chaque branche en forme de fruits, n'étoient autre chose que ces mêmes bulles d'air engagées & envelopées en partie dans le tissu de ce limon: ces bulles d'air ayant été dilatées considerablement par la chaleur du Soleil ou du feu, sont devenuës si legeres en comparaison d'un pareil volume d'eau, que l'eau de la bouteille les a pû enlever nonobstant le poids du limon à quoy elles étoient attachées, de sorte qu'elles l'ont entraîné aprés elles en forme de branchages, qui ont formé cette vegetation; & comme la derniere fois que j'ay presenté la bouteille au feu je l'ay trop échauffée, les bulles d'air ont été trop dilatées, & ont déchiré les envelopes qui les retenoient, & elles ont formé l'écume qui pour lors a paru sur l'eau de la bouteille; aussi depuis ce temps le limon ne s'est plus élevé dans son eau, & il n'y a plus paru de vegetation.

Quand on observera bien toutes les circonstances que j'ay marquées en amassant de l'eau de pluye, on réïterera cette experience de la même maniere tant de fois qu'on le voudra.

Si la fameuse palingenesie étoit bien verifiée, elle pourroit servir encore d'exemple de cette troisiéme classe des vegetations artificielles.



DU MOUVEMENT PROGRESSIF,

Et de quelques autres mouvemens de diverſes eſpeces de Coquillages, Orties & Etoiles de mer.

Par M. De Reaumur.

1710. 10. Dec.

PResque tous les Auteurs modernes qui ont travaillé juſqu'icy à l'Hiſtoire naturelle des Coquillages, ſe ſont bornez à donner des deſcriptions & des deſſeins de leurs Coquilles; travail qui quoiqu'excellent en ſoy, eſt peu propre à nous faire connoître les animaux mêmes que ces coquilles couvrent. On ne donneroit guere d'idée de nos Inſtrumens de Muſique à des Ameriquains, ſi on ſe contentoit de leur montrer des étuis de Violons, de Baſſe de Viole & des autres Inſtrumens. Les étuis, s'il m'eſt permis de me ſervir de ce terme, dans leſquels ſont renfermez diverſes eſpeces d'animaux de mer, meritoient fort à la verité les ſoins qu'on s'eſt donné, ſoit par leur ſtructure ſinguliere, ſoit par la varieté prodigieuſe qui eſt entr'eux; mais les animaux qu'ils contiennent étoient bien dignes à leur tour d'une pareille attention.

Il eſt vrai qu'on n'a pas trouvé des facilitez égales à travailler ſur ces animaux & ſur leurs coquilles, dont la plus grande partie ayant été raſſemblée dans les cabinets des Curieux, on a pû les y examiner à loiſir & ſans peine: au lieu que ce qu'il y a de ſingulier dans les animaux qu'elles couvrent, n'a pû être apperçû que par ceux qui ne craignent point de mettre leur patience à de longues épreuves, lorſqu'il s'agit de découvrir les merveilles que la nature ſemble avoir pris plaiſir à nous cacher. Il ne

suffit pas d'aller les chercher au bord de la mer, il faut y épier avec soin les momens favorables dans lesquels ils nous font voir par differentes actions qu'ils sont des animaux tres-parfaits; il faut même imaginer des moyens de les déterminer à executer ces differentes actions dans des circonstances où on puisse les observer aisément.

Les voyages que j'ay faits depuis quelques années sur les côtes de Poitou & d'Aunis, m'ont fourni des occasions commodes d'examiner de prés ces animaux, que les Physiciens avoient ce me semble un peu trop negligez. J'ay crû aussi qu'aprés avoir découvert l'art de la formation des Coquilles * dont ils sont & les habitans & les ouvriers, que je leur devois à eux-mêmes quelque sorte d'attention. Je ne me suis pourtant pas borné à suivre ces Coquillages, j'ay observé avec la même application les differentes especes d'Etoiles, d'Herissons, & d'Orties de mer, dont les figures si singulieres nous laissent croire à peine que ce sont des animaux, dans le tems même que leurs actions nous en convainquent.

* *Voyez les Memoires de 1709. page 364.*

Enfin tous ceux qui sçavent combien de differentes especes d'animaux habitent cette partie de la terre qui est couverte par les eaux de la mer, verront quelle est l'étenduë de la matiere que j'ay embrassée : car c'est surtout sur ces especes que je me proposay de faire des recherches, remettant à examiner dans d'autres tems les poissons qui paroissent presque toûjours entre deux eaux où ils nagent. Cette vaste matiere m'a fourni trop d'observations pour qu'elles puissent être comprises dans les bornes d'un seul Memoire, je seray obligé d'en employer plusieurs à les détailler toutes; & pour les rapporter avec quelque ordre, je donneray dans differens Memoires celles qui ont rapport à differentes actions. Celui-cy sera principalement destiné à expliquer le mouvement progressif de ces animaux, dont on avoit crû plusieurs especes incapables.

Au reste on ne doit pas attendre que j'entreray dans un grand détail anatomique des parties qu'ils emploïent

à

cet uſage, pluſieurs volumes y ſuffiroient à peine. Je me contenteray de faire connoître les parties qui ſervent à les mouvoir, ſans trop examiner les muſcles dont elles ſont composées. Ce que j'en diray nous montrera de reſte, que ſi la nature a donné à ces animaux de mer la faculté d'executer des actions ſemblables à celle des animaux terreſtres, qu'elle l'a fait par des moyens ſi differens, qu'il ſemble qu'elle a voulu nous faire voir qu'elle connoît plus d'une voye pour arriver au même terme.

Comme je ſeray obligé d'employer certaines expreſſions qui ſerviront à abreger le diſcours & même à le rendre plus clair, je crois devoir commencer par dire quelles idées je leur attache. Le mot de Coquille ſignifiera toûjours toute l'envelope pierreuſe des animaux à Coquilles, ſoit qu'elle ſoit d'une ſeule piece, comme celle des Limaçons, ou celles des Fig. 18. & 19. ou qu'elle ſoit composée de deux ou de pluſieurs pieces, comme celles des Fig. 1. 2. 3. &c. & lorſque je parleray d'une des pieces, ou des morceaux de l'aſſemblage deſquels cette Coquille entiere eſt formée, j'auray ſoin d'en avertir.

Je donneray quelquefois le nom de Coquilles à *deux battans*, aux Coquilles qui étant composées de deux pieces, s'entr'ouvrent lorſque ces deux pieces s'éloignent l'une de l'autre, ſans ceſſer de ſe toucher du côté qui eſt opposé à celui où elles ſont le plus ouvertes. Les Coquilles des Fig. 1. 2. 3. ſont de cette eſpece. Je n'ay pas crû pouvoir mieux rendre le nom de *Bivalvæ* qu'on leur donne, en Latin.

Si on regarde avec quelque attention une Coquille d'une ſeule piece, ou un des morceaux dont les Coquilles de deux pieces ſont composées *, on obſervera aiſément diverſes lignes courbes, dont chacune renferme une figure ſemblable à celle de la Coquille, ou du morceau que l'on conſidere; de ſorte que ſi on retranchoit une certaine partie de cette Coquille, ou de ce morceau, en ſuivant une de ces lignes courbes, on diminuëroit leur grandeur en leur conſervant cependant une figure ſem-

* *Voyez les Planches 1. 2. 3. &c.*

blable à celles qu'elles avoient. Or j'appelle ſommet de la Coquille ce point où une de ces figures ſemblables devient ſi petite qu'à peine peut-on la diſtinguer, ainſi la pointe des Coquilles en ſpirales eſt leur ſommet ; & dans les Coquilles à deux batans ce ſommet eſt auprés de l'endroit où elles ſont attachées l'une à l'autre, & eſt composé des ſommets de l'une & l'autre piece dont elle eſt formée ; ainſi dans les Fig. 3. 5. 12. & diverſes autres le ſommet de la Coquille eſt *S*. Je nomme *baſe* de la Coquille le côté oppoſé directement à ce ſommet : *BBB* eſt la baſe de la Fig. 5. la diſtance de la baſe au ſommet eſt ce que j'appelle largeur de la coquille, & je prends pour ſa longeur la plus grande des lignes perpendiculaires qui peuvent être tirées ſur la ligne qui a été auſſi menée perpendiculairement du ſommet à la baſe. Fig. 5. la ligne *SB* marque la largeur, & la ligne *LL* la longueur.

On donnera ſouvent le même nom à l'animal & à la coquille qui le couvre, c'eſt à dire qu'on nommera, par exemple, auſſi bien Moule une certaine coquille, que l'animal qui habite cette coquille. Mais cela n'apportera aucune confuſion ; étant toûjours tres-aiſé de démêler par les choſes qui ſuivent, ſi l'on parle d'une coquille ou d'un animal.

On dira qu'un Coquillage eſt couché ſur *le plat* de ſa coquille, lorſque le plan de la longueur & de la largeur d'une des pieces de la coquille ſera parallele à l'horizon: Les Fig. 2. & 5. ſont couchées ſur le plat de leur Coquille.

Des Moules de mer.

Les Moules de riviere marchent, ou, pour parler plus proprement, ſe traînent ſur le ſable. Feu M. Poupart l'a fait voir dans les Memoires de l'Academie, où il a donné les obſervations qu'il avoit faites ſur le mouvement progreſſif de cet animal. Mais les Moules de mer ſont ſi differentes des Moules de riviere, qu'il eſt beſoin de nouvelles preuves avant de pouvoir aſſurer de celles-cy ;

ce qu'on a obſervé de celles-là. Les Moules de mer même étant attachées aux pierres ou les unes aux autres par differens filamens, il ne ſemble pas qu'elles doivent avoir aucun mouvement progreſſif; cependant elles peuvent ſe mouvoir, & ſi je voulois ſimplement le prouver, il me ſuffiroit de rapporter le fait ſuivant.

Dans le tems qu'il ne fait plus aſſez chaud pour tirer du ſel des marais ſalans, les Pêcheurs jettent quelquefois dans ces marais des Moules qu'ils ont priſes au bord de la mer; ils prétendent par-là rendre leur chair plus délicate, en les faiſant vivre dans une eau moins ſalée; car l'eau de pluïe qui tombe dans ces marais, auſquels on ne laiſſe alors aucune communication avec la mer, rend plus douce l'eau ſalée qu'ils contiennent en ſe mêlant avec elle. Je diray en paſſant que c'eſt par le même moyen qu'on rend verte la chair des Huitres. Pline dit auſſi que l'eſpece de Moule appellée *Myas* eſt meilleure en Automne qu'en toute autre ſaiſon, parce qu'une plus grande quantité d'eau douce ſe mêle dans ce tems-là avec l'eau de mer. L'eau douce qui produit ſur les Moules un grand changement dans les marais ſalans, n'y fait peut-être pas grand choſe dans la circonſtance de laquelle parle Pline; mais ce n'eſt pas ce dont il s'agit pour mon ſujet: ce qui le regarde, eſt que les Pêcheurs jettent les Moules dans ces marais ſéparées les uns des autres & à diverſes diſtances; & que lorſqu'ils vont les pêcher enſuite, ils les trouvent aſſemblées à gros paquets. Or il eſt viſible que ces Moules n'ont pû s'approcher les unes des autres pour s'attacher ainſi, ſans ſe mouvoir elles-mêmes, car elles ne ſont point dans une eau courante.

Ce fait ſeul ſuffiroit donc pour établir leur mouvement progreſſif, mais il nous faut quelque choſe de plus. Nous avons à ſçavoir quelle partie elles emploïent à cet uſage. Pour s'en inſtruire, il ne faut qu'ouvrir la coquille d'une Moule par le côté où elle s'entr'ouvre naturellement; rien ne paroît alors plus diſtinctement dans

FIG. 4

le corps de cet animal, qu'une certaine partie noire ou brune, dont la base est placée à peu prés au milieu des autres parties, & dont la pointe est tournée vers le sommet de la coquille : sa longueur est environ de six ou sept lignes. On se fait un image assez ressemblante de sa figure, en concevant celle de la langue d'un animal: elle est marquée dans la Fig. 1. par la lettre *L*. Or c'est cette partie qui est la jambe de la Moule, si des figures si differentes n'empêchent point de donner les mêmes noms à des choses qui servent aux mêmes usages, ou peut-être devroit-on avec plus de ressemblance l'appeller le bras, puisque les Moules se traînent plutôt par son moyen, qu'elles ne marchent.

Il m'eût été impossible de découvrir que cette partie fait la fonction que je viens de lui attribuer, si je n'eusse consideré des Moules qu'au bord de la mer; on ne les y peut voir que lorsqu'elle les a laissées à découvert pendant son reflux, mais elles paroissent toûjours dans l'inaction. Ce qui m'a donné la facilité d'observer de quelle maniere elles se servent de cette partie, est qu'aprés avoir fait porter chez moy des Moules aussi-tôt *qu'elles* avoient été pêchées, je les mettois dans des vases dans lesquels je versois assez d'eau de mer pour les couvrir, mais trop peu pour les dérober à mes regards. Etant alors en quelque façon dans leur élement naturel, elles me laissoient voir une partie des mouvemens qu'elles se donnent dans la mer. Cet expedient est l'expedient general que j'ay employé pour appercevoir tout ce que je rapporteray dans la suite des autres especes de Coquillages.

Je vis donc que quand la Moule se prépare à changer de place, elle commence par entr'ouvrir sa coquille. Il ne lui importe sur quel côté elle soit appuyée*, & peu aprés que cette coquille est entr'ouverte, on voit paroître sur ses bords la pointe de cette partie que nous avons dit ressembler à une langue; la Moule ne la laisse point-là, elle lui donne bien-tôt plus d'étenduë, pour la por-

* Voyez la Figure 2.

ter plus loin des bords de sa coquille, elle l'allonge quelquefois jusqu'à un pouce & demi de ces bords, mais souvent moins. Quand elle a ainsi changé sa figure, en augmentant si considerablement sa longueur, elle s'en sert pour tâter à droit ou à gauche, devant & derriere, comme pour examiner le terrain qui l'environne, & découvrir de quel côté il lui sera plus aisé d'avancer. Toutes ces préparations faites, elle sembe se déterminer à aller d'un certain côté, du moins voit-on qu'elle replie l'extremité de cette partie qui est charnuë & tres-flexible sur quelque corps pour le saisir ou s'y cramponner en quelque façon; de sorte que réduisant alors cette même partie à peu prés à son étenduë naturelle, sans lui laisser abandonner le corps sur lequel elle a recourbé sa pointe, elle oblige sa coquille à avancer vers ce corps.

Fig. 21

Ainsi on voit que la manœuvre dont les Moules se servent dans leur mouvement progressif, ressemble assez à celle d'un homme qui étant couché sur le ventre voudroit s'approcher de quelque endroit en se servant seulement de son bras; il porteroit ce bras sur le corps le plus éloigné qu'il pourroit saisir avec la main, en le raccourcissant ensuite, il obligeroit son corps à quitter sa place, comme les Moules quittent la leur. Aussi est-ce sur cette ressemblance que j'ay nommé d'abord cette partie le bras de la Moule, parceque son extremité fait aussi en se recourbant la fonction de main; & toute la difference qui est entre l'usage que l'homme feroit de son bras dans la circonstance précedente, & celui que la Moule fait de cette partie, est qu'elle la raccourcit veritablement, au lieu qu'il ne feroit que plier le bras.

Les Moules ne profitent pas souvent de la facilité qu'elles ont à se mouvoir, car elles sont toutes ordinairement attachées les unes aux autres, ou à d'autres corps par differens fils, desquels nous parlerons au long dans un autre Memoire; & ce n'est que lorsque ces fils sont rompus qu'il leur arrive quelquefois de faire usage de cet espece de bras. On voit souvent des Moules détachées au

au bord de la mer, aufquelles apparemment il eft de quelque utilité.

Du Lavignon.

Le Coquillage auquel on a donné le nom de Lavignon fur les côtes de Poitou & d'Aunis, eft fans doute une efpece de *Chama* ou *Chame*, puifqu'il a le caractere effentiel à ce genre, qui eft d'être une coquille à deux battans qui reftent toûjours entr'ouverts, c'eft à dire, que les deux pieces dont leurs coquilles font compofées, ne font jamais appliquées exactement l'une fur l'autre, telles que font celles des Huitres, des Moules, & de diverfes autres efpeces de Coquillages. Auffi peut-on rendre en François le mot *Chama* par *Coquille beante*, comme Gaza l'a traduit en Latin par *Hiatula*.

FIG. 3. 4. 5.

Les Lavignons ont non-feulement ce caractere effentiel au genre des Coquilles beantes, mais ils ont encore cela de commun avec les efpeces dont parle Rondelet, que leur coquille eft mince & tres-fragile, de maniere qu'on la rompt aifément en la preffant entre deux doigts, qu'ils vivent comme ces mêmes *Chama* dans la bouë; mais ils different en même tems de ces efpeces que Gefner dit être appellées Flammes ou Flamettes en François, & Poivrées en Italien, parcequ'elles font fur la langue le même effet que le poivre, le goût du Lavignon étant tres-infipide.

Leur coquille eft affez polie, & blanche fur-tout interieurement; car fouvent la plus ancienne partie de la furface exterieure de cette coquille, c'eft à dire les endroits voifins de fon fommet, ont une couleur noirâtre qu'ils ont prife de la bouë noire dans laquelle les Lavignons vivent. Ils fe tiennent enfoncez dans cette bouë, quelquefois à plus de cinq à fix pouces de profondeur; mais malgré cela on connoît facilement les endroits où ils font, par de petits trous ronds d'environ une ligne de diametre qui reftent au-deffus des Lavignons. Il y en a un ou deux qui répondent à chacun de ces animaux, qui

ſont fort prés les uns des autres, & en grande quantité dans les endroits où on les trouve.

Quoique leur coquille ſoit naturellement entr'ouverte, elle l'eſt trop peu pour laiſſer voir leurs parties interieures ; mais ſi on l'ouvre beaucoup en coupant les deux muſcles qui ſont à peu prés au bout de la longueur de leurs coquilles & qui ſervent à la fermer, on verra auſſitôt la partie qu'ils emploïent à leurs mouvemens progreſſifs. On a coupé ces muſcles marquez *MM* au Lavignon repreſenté dans la Fig. 3. Auſſi laiſſe-t-il appercevoir ſon eſpece de jambe marquée *I*, qui paroît placée à peu prés au milieu de la coquille, ayant ſon origine vers le ſommet. Toute ſon extremité *I* eſt en ligne droite & trenchante, elle s'arrondit ſeulement vis à vis les deux tuyaux charnus marquez *CC*, au lieu que de l'autre côté elle avance un peu, & forme une eſpece de pointe emouſſée marquée *P*. C'eſt-là la ſtructure commune de cette partie ; j'ay cependant vû des Lavignons dont la pointe émouſſée *P* étoit poſée directement de l'autre côté, c'eſt à dire qu'elle étoit dans l'endroit arrondi qui eſt le plus proche des tuyaux *CC*, & tournée vers ces tuyaux comme elle l'eſt icy vers *P*, mais peut-être étoient-ce des monſtres dans cette eſpece de Coquillage.

Ordinairement les Lavignons emploïent cette partie pour s'enfoncer dans la bouë, & pour ſe rapprocher enſuite de la ſurface de l'eau lorſqu'ils ont envie de quitter leur ancien trou. Comme la bouë les couvre pendant cette derniere action, il n'eſt pas ſi aiſé de décrire comment ils l'executent que la premiere que l'on apperçoit diſtinctement ; cependant ce que nous allons dire de la maniere dont ils s'enfoncent daus la vaſe, doit ſuffire pour faire comprendre de quelle maniere ils s'en retirent, puiſqu'ils n'ont pour cela qu'à faire préciſément le contraire de ce qu'ils font dans l'autre operation.

De quelque côté qu'on poſe un Lavignon, pourvû qu'on ne l'appuïe pas directement ſur le ſommet de ſa

coquille, il s'enfonce aiſément dans la bouë; mais on ne voit jamais mieux l'action de ſon eſpece de jambe qu'en le couchant ſur le plat de la coquille. On remarque facilement alors qu'il augmente non-ſeulement la longueur, mais auſſi la largeur de cette partie; il l'allonge auſſi & la rend pointuë ſur-tout dans l'endroit marqué *P* Fig. 3. dont il ſe ſert d'abord pour s'ouvrir un chemin dans la vaſe: ce chemin ouvert, il inſinuë toute l'extremité de ſa jambe ſous cette vaſe, ce qui lui eſt d'autant plus aiſé que quoiqu'elle ſoit trenchante naturellement, il rend encore alors ſon trenchant plus fin, parcequ'en allongeant & élargiſſant cette partie il l'applatit extrêmement; tout cela ſe fait ſans ſe déplacer en aucune façon. Le trenchant de cette partie étant ainſi enfoncé, il le recourbe comme on le voit dans la Fig. 4. Or il eſt aiſé de concevoir que ſi alors il raccourcit cette partie en lui laiſſant toute ſa largeur, qu'il redreſſe d'abord ſa coquille ſi elle étoit poſée ſur le plat, ou ſi elle étoit ſur ſa baſe, comme dans la Fig. 4. qu'il doit neceſſairement la faire enfoncer dans la bouë, ſi la réſiſtance que la coquille trouve à entrer dedans, eſt moindre que celle que le trenchant recourbé trouve à *s'élever*, & ſans doute que cette derniere réſiſtance eſt plus grande que l'autre, car la coquille s'enfonce par le moyen que je viens de décrire. Auſſi paroît-il vrai-ſemblable que le bord de cette coquille, qui eſt tres-mince, tres tranchant, & fait en quelque maniere en coin, trouve moins de difficulté à penetrer dans la bouë que l'extremité de cette partie, qui par ſon recourbement occupe la place d'un aſſez gros corps, n'en rencontre à ſortir de ſa place. C'eſt en réïterant ſouvent le même manege que le Lavignon s'enfonce autant dans la bouë qu'il le veut.

Il remonte apparemment au-deſſus de cette bouë, en faiſant un uſage tout contraire de la même partie dont il ſe ſert pour s'enfoncer dedans; je veux dire, qu'il fait ſortir hors des bords de ſa coquille ſon extremité, & qu'il

qu'il la recourbe ou l'applatit avant de l'avoir allongée autant qu'elle le peut être, ayant eu soin d'ôter la bouë qui pourroit lui résister par-dessus, c'est à dire qu'au lieu que le recourbement de cette partie, Fig. 4. embrasse la vase qui est comprise dans l'espace *RCOr*, qui est entre cette partie recourbée & le bord de la coquille: cette même partie, lorsqu'il veut monter, ne trouve aucune bouë dans cet espace *RCOr*, parce qu'avant de prendre la figure que nous lui voyons, il a vuidé cet espace. Il nous est donc aisé de comprendre que si dans cette situation le Lavignon acheve d'allonger son espece de jambe autant qu'elle le peut être, en conservant la largeur qu'a le recourbement, qu'il poussera sa coquille en haut, par la même raison qu'il l'a tirée em-bas auparavant; c'est à dire, parceque cette coquille qui est faite en espece de coin, trouvera moins de résistance à ouvrir la bouë, que l'extremité large de cette jambe qui fait la fonction de pied n'en trouve à descendre.

Le Lavignon peut encore glisser sur la bouë, lorsque sa coquille est couchée sur le plat. Il allonge pour cela la pointe émoussée marquée *P* Fig. 3. & ayant appuyé l'extremité de cette pointe sur la bouë, il l'allonge encore davantage, & fait par conséquent avancer sa coquille, comme un homme qui est dans un batteau le fait avancer en poussant la terre avec une perche. Mais nous aurons lieu de parler de ce mouvement plus au long, à l'occasion de quelques autres especes de Coquillages.

Au reste cet animal lorsqu'il enfonce sa coquille dans la bouë, ne la met pas de maniere que la base de cette coquille soit em-bas. Par le plus ou le moins de recourbement qu'il donne à un des côtez *R* ou *r* de sa jambe, il enfonce plus ou moins une des extremitez de sa coquille, de façon que la base *CO* de cette coquille fait un angle avec l'horizon. On peut le remarquer dans la même Fig. 4. où le bout de la coquille proche de *C* est plus élevé que celui qui est auprés de *O*. Plus même ce Coquillage s'enfonce, plus il éleve le côté *C* par rapport à

l'autre ; de ſorte que lorſqu'il eſt enfoncé à quelques pouces de profondeur, la baſe *CO* fait un angle peu moindre qu'un droit avec l'horizon.

Il n'eſt neanmoins pas indifferent lequel des deux bouts de cette coquille ſoit le plus bas, il en eſt un qui doit être toûjours le plus élevé. Pour en connoître la cauſe, il ne faut que ſçavoir que cet eſpece de Coquillage, comme pluſieurs autres eſpeces dont nous traiterons dans la ſuite, ont deux tuyaux charnus poſez prés d'un des bouts de la longueur de leur coquille, c'eſt à dire fort proche de l'angle curviligne que fait la baſe avec le côté du ſommet. Ces deux tuyaux paroiſſent dans la Fig. 3. marquez par les lettres *Cc.* Or le Lavignon ſe ſert de ces deux tuyaux pour ſe conſerver une communication avec l'eau du milieu de la bouë dans laquelle il eſt enfoncé. Car il les allonge juſqu'à la ſurface de l'eau, à peu prés comme ils paroiſſent dans la Fig. 5. & ſouvent beaucoup davantage. On voit aiſément que l'animal, du fond de ſon trou, & quoique couvert par la vaſe, peut profiter de l'eau qui eſt au-deſſus de lui, puiſqu'il ne faut que remarquer que ces deux tuyaux ont chacun deux ouvertures à l'une & l'autre de leurs extremitez. La premiere de ces ouvertures eſt marquée *Cc* Fig. 3. & 5. & la ſeconde eſt *OO* Fig. 3. Auſſi s'en ſervent-ils à reſpirer l'eau, comme nous nous ſervons de nôtre bouche pour donner paſſage à l'air dans nos poûmons. C'eſt ce qui eſt tres-ſenſible, lorſqu'on laiſſe peu d'eau au-deſſus de la bouë dans laquelle ils ſont enfoncez, on remarque d'une maniere claire & l'eau qui entre & l'eau qui ſort alternativement par ces deux tuyaux. Ils ſont ſouvent en la jettant divers jets. Il m'a paru qu'ils peuvent l'un & l'autre attirer l'eau & la rejetter.

FIG. 5.

Ce ſont ces tuyaux qui font les trous ronds que nous avons dit être au-deſſus de chaque Lavignon. Si-tôt que l'animal s'eſt enfoncé dans la vaſe, l'eau applaniſſant aiſément les ſurfaces qui réſiſtent peu, bouche bien vîte le trou qu'il a fait dedans cette vaſe en y entrant ; c'eſt-

pourquoy il allonge ſes tuyaux pour conſerver deux eſpeces de canaux depuis la ſurface de l'eau juſqu'à ſoy, leſquels canaux ont le même diametre que ces tuyaux.

Les Lavignons peuvent non-ſeulement allonger beaucoup ces tuyaux, & les raccourcir juſqu'à les renfermer entierement dans leurs coquilles, ce qu'ils font toutes les fois qu'on veut les prendre; mais ils les peuvent encore remuer en tout ſens. Quelquefois même ils ne ſe contentent pas de mettre le bord de ces tuyaux de niveau avec la ſurface ſuperieure de la bouë, ce qui eſt leur ſituation la plus ordinaire. Ils les élevent par-deſſus cette bouë, ou ils les replient ſur ſa ſurface, ſur laquelle ils tracent par leur moyen differens ſillons.

Ces tuyaux charnus dont les Lavignons ſe ſervent pour attirer l'eau au milieu de leur coquille & la rejetter enſuite, nous fourniſſent une occaſion de faire une remarque generale ſur les eſpeces de Coquillages, qui vivent ordinairement cachez ſous le ſable ou ſous la bouë. C'eſt que ces Coquillages ont tous un ou deux tuyaux charnus ſemblables à ceux des Lavignons par leur fonction, quoique ſouvent differens par leurs figures, qui ſont plus ou moins longs ſelon que ces animaux s'enfoncent plus ou moins dans le ſable. La raiſon en eſt ſi claire qu'à peine eſt-il neceſſaire de la dire; ils doivent ſe conſerver une communication libre avec l'eau, & pour cela ils doivent empêcher le ſable ou la vaſe de les couvrir entierement. Or ils ne peuvent ſe ménager cette communication, à moins que le bout de ces tuyaux ne puiſſe aller juſqu'à la ſurface ſuperieure du terrain dans lequel ils vivent; de ſorte que la longueur du tuyau & celle de la coquille jointes enſemble, ſont la meſure de la plus grande profondeur à laquelle ils peuvent reſter pendant quelque tems. Auſſi voyons-nous que les Lavignons qui ont de tres-longs tuyaux deſcendent fort avant dans la vaſe, & que les Moules & tous les Limaçons de mer, qui n'ont point de pareils tuyaux, reſtent toûjours ſur la ſurface de la terre.

De la Palourde.

On ne doit pas prendre la Palourde des côtes de Poitou, d'Aunis & de Saintonge pour une espece du genre nommé *Chama peloris*, ainsi que l'a fort bien remarqué Rondelet; car soit que le nom de *Peloris*, qui paroît avoir quelque ressemblance avec celui de *Palourde*, ait été donné à ce genre parceque les coquilles qu'il comprend sont plus grandes que les autres especes de Chama ou Coquilles beantes, comme quelques uns le prétendent, soit qu'il lui vienne du nom d'un Promontoire de Sicile appellé *Pelore*, comme d'autres le veulent. Il est certain que la Palourde n'est point une espece de *Chama Peloris*, puisqu'elle n'est pas une coquille beante, elle ferme sa coquille tres exactement. Elle n'est point aussi la Pelorde des côtes de Provence, car elle ne vit point comme elle dans la vase.

Je ne vois aucune figure ni aucune description dans Rondelet qui convienne parfaitement à l'espece de Coquille dont je parle. Car quoiqu'elle convienne avec la coquille épaisse, par l'épaisseur & la solidité de sa coquille, elle en differe parcequ'elle est cannelée sur toute la surface superieure de sa coquille, par de legeres cannelures qui partant des environs du sommet, vont se terminer à la base qu'elles rencontrent à angles plus ou moins aigus, selon qu'elles sont plus proches ou plus éloignées du milieu de cette base.

Voyez Fig. 6.

La coquille de la Palourde est à deux battans, sa couleur est d'un blanc sale, c'est à dire un peu jaunâtre, du moins en quelques endroits de sa surface exterieure, mais sa surface interieure est assez blanche. Leur longueur ordinaire est d'un pouce & demi & quelque chose de plus, & leur largeur d'environ un pouce : elle a bien demi ligne d'épaisseur autour de ses bords.

Ce Coquillage a comme le Lavignon deux tuyaux charnus, mais beaucoup plus courts, quoique plus gros: il ne les étend jamais à plus de trois lignes. Leur ouver-

Voyez CC Fig. 6.

ture exterieure a alors un peu plus d'une ligne. Il n'eſt pas aiſé de dire lequel eſt le plus long & le plus gros de ces tuyaux lorſque l'animal eſt en vie; car quoique celui qui eſt le plus proche du ſommet *c* paroiſſe communément le plus petit, & le plus éloigné *C* le plus grand; on voit dans d'autres tems tout le contraire, ſelon qu'il lui plaît d'allonger & de groſſir plus un de ces tuyaux. La diſſection n'eſt pas même bien ſûre pour connoître cette grandeur, car elle change fort leur figure; cependant il paroît que dans cette eſpece, comme dans les Lavignons, le plus long tuyau eſt le plus éloigné du ſommet. Les tuyaux de la Palourde ſont découpez tres-finement & comme en frange au bord de leur ouverture exterieure: celle qui eſt interieure, c'eſt à dire qui porte l'eau au milieu de la coquille eſt ſimplement ronde; on voit l'ouverture interieure du tuyau le plus éloigné du ſommet marquée *O* Fig. 7. elle cache dans la figure l'ouverture de l'autre tuyau.

La Palourde ne fait pas toûjours paroître ces tuyaux, c'eſt ſeulement lorſqu'elle eſt dans l'eau: ſi-tôt qu'on la touche elle les renferme entierement: quelque courts qu'ils ſoient elle pouſſe ſouvent par leur moyen l'eau à plus d'un demi pied de ſa coquille, & cela en raccourciſſant ou étreciſſant un de ſes tuyaux aprés l'avoir extrêmement gonflé. Lorſqu'elle les allonge elle fait auſſi ſortir une petite partie de ſa chair par l'ouverture de ſa coquille, ce qu'on peut voir Fig. 6. où tout ce qui n'eſt pas cannelé dans le contour de cette coquille eſt la chair de la Palourde. Elles ſe tiennent quelquefois ſur la ſurface du ſable; mais elles ſont ſouvent enfoncées dedans autant que la longueur des tuyaux *CC* le peut permettre, ſelon ce que nous avons dit dans l'article précedent.

Pour s'enfoncer dans le ſable, ou pour s'élever au-deſſus, elles employent un manege aſſez ſemblable à celui du Lavignon; auſſi ne nous arrêterons-nous point à l'expliquer. Il ſuffira de faire voir dans la Fig. 7. ouverte parcequ'on a coupé les muſcles qui ſervent à la fermer,

la partie qu'elles employent à cet uſage marquée *I*, elle eſt differente de celle du Lavignon par ſon extremité qui eſt plus grande que le reſte, au lieu que dans celle du Lavignon cette extremité eſt plus petite.

Du Sourdon.

Sur les côtes de Poitou & d'Aunis on nomme Sourdon un Coquillage dont la coquille eſt à deux battans, & beaucoup plus convexe que celles dont nous venons de parler : elle eſt auſſi plus petite, car ſa longueur n'eſt que d'environ 14 lignes, & ſa largeur de 9 ou 10 lignes. La ſurface exterieure de cette coquille eſt ornée de cannelures aſſez larges, à côtés arrondies, qui partent toutes du ſommet, la plus grande partie deſquelles vont en ligne droite à la baſe, & les autres en ſe recourbant un peu, ou devenant concaves par rapport au bord de la coquille dont elles ſont le plus proche, vont ſe terminer au-deſſus de la baſe ; mais la ſurface interieure de cette coquille eſt preſque toute polie, je veux dire qu'elle n'eſt cannelée que dans une bande d'environ une ligne de large ou peu plus, qui regne tout autour du bord de la coquille. Il n'eſt point d'animal plus propre que le Sourdon à faire voir la verité de l'explication que je donnay dans les Memoires de 1709. pag. 392. de la formation des cannelures des coquilles qui paroiſſent ſur leur ſurface exterieure, pendant que leur ſurface interieure eſt polie. Je ſuppoſois dans ce Memoire qu'il étoit neceſſaire, pour former ces cannelures, que tout le contour du corps de l'animal fût naturellement cannelé, & c'eſt ce que le Sourdon donne ſouvent la facilité d'obſerver lorſqu'on le met dans l'eau de la mer, il allonge par-delà tout le bord de ſa coquille une partie de ſon corps, qui paroît cannellée de la même maniere que la coquille qui le couvre ordinairement.

La coquille de cet animal eſt blanche, ſur-tout interieurement, car exterieurement elle eſt quelquefois d'un blanc ſale. Il ſe tient dans le ſable, mais peu enfoncé ;

FIG. 8.

aussi les tuyaux dont le Sourdon se sert pour attirer & jetter l'eau sont-ils tres-courts, car le plus long & le plus gros, qui est le plus éloigné du sommet de la coquille, ne s'étend guere à plus d'une ligne de son bord. Ces tuyaux sont non-seulement découpez en frange, comme ceux des Palourdes, autour de leurs ouvertures, mais ils ont encore quelques especes de poils au-dessous de cette même ouverture; ce qu'on peut remarquer dans le plus gros tuyau *C* de la Fig. 8. où on a representé un Sourdon qui commence à s'enfoncer dans le sable.

Quoique ces animaux s'enfoncent peu avant dans le sable, ils en sont pourtant couverts entierement. On connoît neanmoins non-seulement les endroits où ils sont lorsque la mer a abandonné ce terrain pendant son reflux, par les trous qui paroissent au-dessus d'eux, comme au dessus des Lavignons, Palourdes & des autres Coquillages à tuyaux, mais beaucoup mieux encore par une infinité de petits jets d'eau qu'on voit paroître sur tout ce terrain; car malgré le peu de longueur de leurs tuyaux, les Sourdons poussent l'eau plus loin qu'aucuns des Coquillages dont nous avons parlé. Ces jets vont quelquefois à plus de deux pieds de distance du Sourdon, qui en pousse souvent de nouveaux.

Il n'est guere de Coquillage qui execute ses mouvemens progressifs par le moyen d'une partie qui ait plus de ressemblance avec celles que nous emploïons au même usage. Cette partie molle au reste comme celles de tous les autres, represente assez une jambe mal faite avec son pied, ou pour dire encore quelque chose de plus ressemblant, elle a fort l'air d'un pied-bot. On la peut voir dans la Fig. 9. qui est celle d'un Sourdon qu'on a ouvert, en coupant les muscles qui servent à fermer sa coquille. Elle y est marquée par les lettres *PIT*; *I* montre l'endroit qui ressemble à la jambe; *P* celui qui a l'air d'un pied dont *T* marque le talon. Toute cette partie est assez grosse dans l'état où elle est representée dans cette Figure.

FIG. 9.

Avec le ſecours de cette partie le Sourdon peut ou s'enfoncer dans le ſable, ou s'en retirer, & lorſqu'il eſt ſur la ſurface de ce même ſable, il peut ou aller en avant, ou à reculons. Ce que j'appelle aller en avant, eſt avancer du côté des cornes. La ſtructure de ſon eſpece de jambe eſt tres-commode pour toutes ces differentes actions : s'il veut s'enfoncer dans le ſable, il allonge cette partie en diminuant extrêmement ſon épaiſſeur, de ſorte qu'il rend toute ſon extremité *PT* trenchante, Fig. 9. & 10. & l'ayant porté environ à un demi pouce de diſtance du bord de la coquille, rendant en même tems obtus l'angle preſque droit que le pied *P* fait avec la jambe *I* dans la Fig. 9. il ſe ſert de ſon trenchant *PT* pour ouvrir le ſable, dans lequel il fait entrer tout ce pied, & même une partie de la jambe. Il accroche enſuite le ſable inferieur avec le bout du pied, d'où l'on voit que ſi alors il change encore l'angle que ce pied fait avec la jambe, je veux dire que s'il le rend encore un angle droit comme il l'eſt dans ſon état naturel, ou ce qui eſt la même choſe, s'il raccourcit cette jambe, qu'il obligera ſa coquille d'approcher du bout de ce pied qui ne change point de place, parcequ'il eſt cramponné contre le ſable, & qu'il obligera ainſi la coquille de s'enfoncer.

FIG. 9. & 10.

FIG. 10.

On remarque auſſi ſans doute que le talon de ce pied eſt du côté des tuyaux, ou ce qui revient au même, que le bout du pied regarde le côté oppoſé à celui où ſont ces tuyaux, choſe neceſſaire afin que le bout de la coquille où ils ſont reſte toûjours le plus élevé, qui eſt la poſition que cet animal eſt obligé de prendre lorſqu'il ſe tient dans le ſable.

Si à preſent le Sourdon veut retourner ſur le ſable, on voit bien qu'il n'a qu'à faire ſortir de ſa coquille la même extremité *TP* de ſon pied, & allonger alors tout d'un coup ſa jambe, comme on le voit dans la Fig. 10. car le ſable ſervant de point d'appuy à l'extremité de ce pied, la jambe ne pourra s'allonger ſans faire élever la coquille.

Enfin

Enfin si on conçoit le Sourdon couché sur le plat de sa coquille, il n'est pas plus difficile d'imaginer comment il pourra aller à reculons ou en avant : tout se passera dans ces actions icy à peu prés comme dans les actions précedentes, avec cette difference qu'il n'a pas besoin de se servir du trenchant *PT* pour s'ouvrir un chemin. Car, par exemple, pour aller à reculons, il n'a autre chose à faire, qu'aprés avoir allongé sa jambe, & changé l'angle droit qu'elle fait avec le pied en un angle obtus, qu'à engager la pointe *P* du pied dans le sable, & réduire ce pied & cette jambe à peu prés à leur grandeur & leur situation naturelle, sans abandonner le sable. Car il est clair que le sable arrêtant la pointe du pied, qu'elle obligera la coquille d'avancer de côté-là, c'est à dire que le Sourdon ira à reculons.

Pour aller au contraire en avant, il engagera la même pointe *P* de ce pied dans le sable tout auprés du bord de la coquille ; de sorte qu'augmentant tout d'un coup la longueur de cette jambe, dont le pied *P* rencontre un point d'appui, la coquille sera poussée en avant.

Des Tellines.

Je conserve le nom de Tellines aux deux especes de Coquillages dont je vais parler, nom qu'on leur donne sur les côtes de Provence & en Italie, qui est le même en Latin & en Grec, quoyqu'il soit assez incertain si les Coquillages que nous allons examiner, & que les Auteurs modernes ont donné sous le nom de Tellines, sont les mêmes ausquels les Grecs & les Latins donnent ce nom. Ce qui me détermine à m'en servir, est qu'ils n'ont point de nom fixe sur les côtes de Poitou & d'Aunis ; quelques-uns les y appellent des Palourdons, mais ils nomment de même divers autres Coquillages ; tel est celui qui est couvert de la coquille ridée, quoique ce soient des especes tres-differentes ; d'autres les appellent des *Lavegnes*, qui est la même chose en langage vulgaire que des petites especes de Lavignons. Cependant ces deux especes

de Coquillages ſont fort differens ; enfin ce ſont ces Coquillages que l'on nomme Flion en Normandie.

Fig. 11. 12. & 13. Les plus grandes Tellines de la premiere des deux eſpeces que j'ay obſervées ſur les côtes de Poitou & d'Aunis, ont environ 13 à 14 lignes de long, & ſeulement 5 lignes de large : leur coquille eſt ſolide, parcequ'elle eſt aſſez épaiſſe, quoyque beaucoup moins que celles des Palourdes, ayant ſes ſurfaces exterieure & interieure tres-polies, ce qui lui donne un œil luiſant. Il faut pourtant excepter le bord de ſon contour, qui eſt cannelé ou découpé comme une ſoye tres fine dans la largeur d'environ une demie ligne : on ne voit point quelquefois ces canelures déliées ſur le contour de la ſurface exterieure. Les deux côtez qui partant du ſommet vont joindre la baſe ſont de grandeur fort inégale, l'un eſt au moins à l'autre comme 3 eſt à 2. La couleur de la ſurface exterieure eſt blanche en quelques endroits, & jaunâtre en d'autres : elle eſt plus blanche interieurement dans les endroits où elle eſt blanche ; mais une partie de cette ſurface interieure, c'eſt la plus proche du ſommet, eſt d'une aſſez belle couleur de pourpre.

Fig. 11. & 12.

Fig. 13.

Fig. 12. Ces Coquillages ſe tiennent cachez ſous le ſable, où la grandeur de leurs tuyaux qui n'ont pas plus d'une ligne de long & un peu moins d'une ligne de diametre, ne leur permet pas de s'enfoncer avant. Lorſque la mer laiſſe à ſec, dans les grandes marées, le terrain qu'ils habitent, on les trouve ſouvent hors de leur trou, auprés duquel ils ſont couchez ſur le plat de leur coquille, ſoit qu'ils ſortent ainſi pour reſpirer l'air, ou plus probablement ſoit qu'ils veüillent chercher l'eau qui les a abandonné ; auſſi quoiqu'on les trouve ſouvent auprès de leur trou, on les rencontre quelquefois à plus d'un pied de diſtance de ce même trou, & on peut remarquer, par le ſillon qu'ils ont tracé ſur le ſable, le chemin qu'ils ont ſuivi.

Ces Tellines ont une eſpece de pied comme les Sourdons, mais la jambe à laquelle le talon de ce pied

eſt joint eſt tres-courte. On voit ce pied dans la Fig. 11. Lorſqu'elles veulent s'en ſervir, elles donnent une figure tranchante au côté de ce pied qui eſt le plus éloigné du ſommet, & le rendent concave vers le ſommet ou convexe vers la baſe de la coquille. Il ne reſſemble pas mal alors à certaines lames de coûteaux dont la pointe releve un peu, parceque le tranchant de la lame eſt convexe auprés de cette pointe, laquelle pointe eſt au contraire concave du côté du dos de la lame. La Fig. 12. repreſente cette partie prête à s'ouvrir un chemin dans le ſable.

Il ſeroit inutile de détailler tous les divers mouvemens de ce Coquillage, qui s'executent de maniere peu differente de ceux du Sourdon. Je me contenteray de dire qu'ils font tous les mouvemens communs aux autres Coquillages avec beaucoup d'agilité & de viteſſe; mais auſſi dois-je parler de quelques mouvemens qui leur ſont particuliers, le petit ſaut que je leur ay vû faire quelquefois eſt de ceux là; voicy comme ils l'executent. Ils rendent leur eſpece de pied preſque auſſi long que leur coquille, auſſi ne lui donnent-ils pas alors toute la largeur qu'il a lorſqu'il paroît une lame de coûteau dans la Fig. 12. Ils recourbent extrêmement cette partie ainſi allongée, de façon qu'ils portent ſon bout *P* Fig. 13. tres-prés du bout de la longueur de la coquille. L'ayant mis dans cette poſition, ils pouſſent le ſable qui eſt du côté de la baſe de la coquille & non celui qui eſt dans la direction de ſa longueur, & cela ſuffit pour redreſſer leur coquille que nous avons conſiderée juſqu'icy couchée ſur le plat: cette coquille redreſſée de façon que ſon ſommet la ſoûtient perpendiculairement ſur le ſable, l'animal débande avec une extrême viteſſe cette partie que nous avons dit être tres-recourbée, ce qui le pouſſe auſſi tres-vite en lui faiſant faire une eſpece de petit ſaut, car il s'éleve en avançant. Ce n'eſt pas ſans raiſon qu'il ſe met ainſi ſur le ſommet de ſa coquille, lorſqu'il veut faire ce mouvement qui le chaſſe avec viteſſe; car il eſt clair que c'eſt

la position la plus favorable qu'il puisse choisir pour que le sable résiste le moins qu'il est possible à son action, puisqu'il ne touche qu'une tres-petite partie de sa coquille. Ce que nous avons dit pour expliquer comment la Telline redresse sa coquille pour s'appuier sur son sommet, suffit presque pour faire comprendre comment étant couchée sur un côté, elle se retourne sur l'autre; car il est évident qu'elle a seulement besoin pour cela de redresser sa coquille sur son sommet, & alors de continuer à pousser un peu le sable de côté comme elle l'a fait pour la redresser; ce dernier effort la renversera sur le côté opposé à celui où elle étoit couchée.

Fig. 15. & 14.

L'autre espece de Telline dont j'ay à parler ressemble plus aux Lavignons, par la figure de sa coquille, qu'aux Tellines de l'espece précedente : elle n'est point découpée en scie sur ses bords, les côtez qui viennent du sommet joindre la base sont à peu prés d'égale longueur : si elle a plus de solidité que celle des Lavignons, elle en a beaucoup moins que celle des autres Tellines, sa surface superieure n'a point cet œil brillant qu'ont les autres Tellines, aussi sont-elles beaucoup moins polies; elles ont quelquefois certains termes d'accroissement si marquez, qu'il semble que chaque piece de sa coquille est formée de petits morceaux collez sur de plus grands. Les lettres *AA* Fig. 15. sont auprés d'un de ces termes d'accroissement, leur longueur est à peu prés de 15 lignes, & leur largeur de 10 ou 11. Cette espece de Telline se tient comme la précedente peu enfoncée dans le sable, parceque les tuyaux de l'une & de l'autre sont de la même longueur.

La partie que ces Coquillages emploïent à leur divers mouvemens, a aussi comme celle dont les Sourdons se servent au même usage, l'air d'une jambe avec son pied; mais ce qui ressemble au pied est plus long que dans les Sourdons, & moins épais. Ce seroit tomber dans des repetitions aussi ennuyeuses qu'inutiles, que de décrire les differens mouvemens qu'elles se donnent, puisqu'il

suffit de marquer que toutes leurs actions sont semblables à celles des Tellines précedentes. Il y a à la verité quelque difference dans la Figure de la partie qui les produit, mais les Fig. 14. & 15. les font assez voir. La 14. represente cette partie telle qu'elle paroît lorsqu'on a ouvert leur coquille en coupant les muscles qui servent à la fermer, & la 15. represente cette partie telle qu'elle devient lorsqu'elle est prête à percer le sable.

De l'œil de Bouc.

Les Grecs ont donné à cette espece de Coquillage le nom de *Lepas*, que Gaza en traduisant l'Histoire des animaux d'Aristote a rendu en Latin par celui de *Patella*. On l'appelle *Berdin* & *Berlin* sur les côtes de Normandie, & c'est sur celles de Poitou & d'Aunis qu'on le nomme *œil de Bouc*, & quelquefois *Jamble*.

La coquille de cet animal est d'une seule piece assez dure; elle represente une portion de cône dont la section est une ellipse. Ce n'est pourtant pas une ellipse bien exacte, car cette figure est beaucoup moins ouverte du côté de la tête de l'animal, que de celui qui lui est opposé. Sa surface exterieure a diverses cannelures, qui viennent du sommet du cône à sa base, ou plutôt à l'ellipse de sa section. La couleur la plus commune de ces coquilles est grisâtre; on en voit neanmoins de diverses autres couleurs. FIG. 16.

L'animal qui habite cette coquille n'en est pas entierement couvert : tout ce qui represente la base ou la section du cône, est la chair de l'animal sur laquelle il n'y a jamais de coquille; de sorte que si l'on renverse le cône en mettant son sommet perpendiculairement à l'horizon, on voit alors les parties du corps de l'œil de Bouc qui ne sont point revêtuës de coquilles. Les lettres *AA AA* &c. Fig. 17. marquent l'endroit où la coquille cesse de le couvrir. On y distingue aussi sa tête *T*, à côté de laquelle sont deux petites cornes *CC* recourbées vers elle. FIG. 17.

On ne peut appercevoir cette base charnuë de l'œil de Bouc, si l'on n'emploïe la force pour la séparer des pierres sur lesquelles elle est attachée d'une maniere ferme & stable, lorsque la mer abandonne ce Coquillage pendant son reflux. Il est representé dans la Fig. *16.* tel qu'il paroît alors. Aussi Borelli l'a mis parmi ceux qui restent pendant toute leur vie fixez dans un même endroit. Aristote cependant avoit pris soin d'avertir qu'il se détachoit des pierres pour aller chercher la nourriture qui lui est convenable.

C'est à la verité ce qui n'est pas aisé de remarquer au bord de la mer, car lorsque les yeux de Bouc restent à sec pendant le reflux, ils changent aussi peu de place que les pierres ausquelles ils sont attachez, & lorsque la mer est haute il n'est pas possible de les observer. Il y a pourtant un mouvement qu'on leur voit faire de basse mer, mais qui ne leur fait point changer de place : tout ce mouvement se réduit à élever leur coquille à une ligne ou une ligne & demie de distance de la pierre sur laquelle leur base est appliquée, mais ils la rabaissent avec une grande vitesse aussi-tôt qu'on les touche. Quoique je n'aye jamais pû appercevoir les yeux de Bouc se donner d'autres mouvemens au bord de la mer, ceux que j'ay gardé en vie chez moy m'ont fait connoître qu'ils ont un mouvement progressif, & comment ils l'executent; c'est par le moyen de la grosse partie charnuë qui est au milieu de l'ouverture de la coquille, ou qui fait la base de l'animal : elle est marquée *P* Fig. 17. sa substance est beaucoup plus solide que celle des autres parties, & son volume égale celui de toutes les autres prises ensemble. C'est aussi une remarque que tout ce que nous avons vû jusques icy sur les Coquillages, nous donne lieu de faire sçavoir que la partie qu'ils emploïent à leurs mouvemens progressifs, a presque autant de chair elle seule que tout le reste du corps de l'animal.

Les yeux de Bouc se servent de cette partie pour se mouvoir, comme nos Limaçons terrestres emploïent au

même uſage leur empatement ; auſſi le mouvement progreſſif de ceux-cy n'eſt pas plus vîte que celui de ceux-là.

De differentes eſpeces de Coquillages compriſes en Latin ſous les noms de Turbo, Trochus, Buccinum, *&c.*

Toutes les differentes eſpeces de Coquillages que je renferme dans cet article, ſont revêtuës d'une coquille d'une ſeule piece tournée en ſpirale, comme celle de nos Limaçons terreſtres, quoique plus ou moins allongée ; auſſi peut-on les appeller avec raiſon des eſpeces de Limaçons de mer. Leur mouvement progreſſif s'execute comme celui des Limaçons, par le moyen d'une groſſe partie muſculeuſe à laquelle on donne le nom d'empatement dans les Limaçons. Il ſuffit pour faire remarquer cette reſſemblance de faire voir dans la Fig. 18. la partie qu'une petite eſpece de Buccinum emploïe à cet uſage. Elle eſt marquée cette partie par la lettre *E*, & toutes les autres eſpeces de Coquilles tournées en ſpirales ont une partie ſemblable à peu de choſe prés à celle-cy, & deſtinée aux mêmes actions.

On ne voit cette partie que lorſqu'ils veulent ſe mouvoir, dans les autres tems elle eſt entierement retirée dans leur coquille, elle ſert même à les y renfermer, & cela par le moyen d'un petit couvercle qui eſt attaché à ſon bout. Ce couvercle eſt donné à toutes ces eſpeces de Coquillages, afin qu'elles puiſſent être cloſes de tous côtez comme les coquilles à deux battans. Il eſt d'une matiere dure, quoiqu'elle le ſoit moins que celle de la coquille. Il eſt aiſé de comprendre comment ces animaux bouchent avec ce couvercle, comme avec une eſpece de porte, l'ouverture de leur coquille. Il ne faut que ſçavoir que ce couvercle eſt attaché à la ſurface ſuperieure du bout de leur empatement, c'eſt à dire à la partie de cet empatement, qui étant allongée ſe trouve la plus proche du ſommet de la coquille. Car on imaginera ſans peine, que lorſque ces Coquillages retireront à eux leur empatement, en le pliant de façon que ſa partie infe-

rieure, ou celle qui étoit appliquée ſur la terre, ſoit ramenée ſur leur tête; on imaginera, dis-je, ſans peine que ce couvercle bouchera alors l'ouverture de ſa coquille, puiſque la ſurface de l'empatement ſur laquelle il eſt collé ſe trouve par-là la plus proche de cette ouverture; & c'eſt ce que la Fig. 18. fait voir dans un coup d'œil. Car on y peut remarquer le couvercle *C*, & l'on ſçait que lorſque l'animal fait rentrer ſon empatement dans la coquille, il poſe la ſurface *P* ſur ſa tête. Il eſt donc ſeulement neceſſaire que la figure de ce couvercle ſoit la même que celle de l'ouverture de la coquille.

Une petite eſpece de Limaçon terreſtre dont j'ay parlé dans les Memoires de cette année bouche auſſi ſa coquille par le même artifice.

Du Bernard l'Hermite.

FIG. 19. & 20.

Le Bernard l'Hermite eſt un animal de mer aſſez connu, pluſieurs Auteurs en ont parlé depuis Ariſtote qui l'a décrit avec ſoin ſous le nom de *Cancellus*. Ainſi on ſçait de reſte que n'ayant naturellement ni coquille, ni écaille, ni matiere cruſtacée ſur la plus grande partie de ſon corps, il le couvre en ſe logeant dans les coquilles que d'autres animaux ont formées. Il habite aſſez indifferemment des coquilles d'eſpeces tres-differentes, mais pourtant tournées en ſpirales: telles ſont celles des Buccinum, des Turbines, des Natices, &c. Il ſe retire quelquefois ſi avant dans ſa coquille, qu'on la prendroit pour une coquille vuide: mais lorſqu'il veut changer de place, il vient auprés de ſon ouverture, & allongeant alors deux groſſes pates ſemblables à celles des Ecreviſſes, des Homars & des Chancres, il les cramponne ſur quelque pierre ou ſur le ſable; de ſorte qu'en les repliant enſuite, il oblige la coquille dans laquelle il eſt logé d'avancer vers l'endroit qu'il tient ſaiſi.

Ariſtote en diſtingue deux eſpeces, dont celle qui habite les Nerites eſt plus courte que celle qui habite les

Turbines,

Turbines, & a la pate droite beaucoup plus petite que la gauche.

Rondelet ne convient pas que cette derniere circonstance mette une difference entre ces deux especes, c'est en quoy il me paroît avoir raison; car le Bernard l'Hermite qu'on voit representé dans la Fig. 20. dépoüillé de sa coquille, n'étoit point dans une Nerite, mais dans une coquille de l'espece de celle qu'on voit Fig. 18. cependant il a aussi la pate gauche plus grosse que la droite. Rondelet prétend donc que cela est commun à tous les Bernards l'Hermites, dont il donne une raison tres-probable, qui est que la pate droite étant plus éloignée du bout de l'ouverture de la coquille que la pate gauche, elle se trouve plus pressée, ce qui empêche qu'elle ne profite autant que l'autre de la nourriture que prend l'animal. Il n'est que dommage qu'une raison si ingenieuse n'explique pas un fait certain; car quoique Rondelet n'ait point vû de Bernard l'Hermite qui eût la pate gauche plus grosse que la droite, il y en a certainement beaucoup qui l'ont telle. Celui qui a été representé dans la Fig. 19. étoit un de ceux-là, les pates droites & gauches sont marquées par les lettres *D* & *G*. Au reste il ne paroîtra pas surprenant que le côté droit profite autant que le gauche, quoique la coquille soit plus large auprés de ce dernier côté, lorsqu'on sçaura que les Bernards l'Hermites sont tres à leurs aises dans ces coquilles, & qu'elles ne les pressent que sous leur ventre qui s'entortille autour de la rampe de ces coquilles.

On pourroit aussi ajoûter à la description qu'Aristote a donnée de cet animal, qu'outre les deux grosses pates à serres dont nous venons de parler & les quatre autres jambes, ce qui fait en tout six jambes, cet animal a pardelà sa poitrine de chaque côté trois petits corps longs qui égalent le tiers de chaque jambe, leur mollesse empêche effectivement qu'on ne les puisse prendre pour des jambes, mais je crois qu'ils servent à attacher cet animal autour de la rampe de la coquille. Ces petits corps sont

III Fig. 20. la partie *AO* eſt cette partie du corps de l'animal qui n'eſt couverte que par une peau tres-mince, le reſte a une eſpece d'écaille plus molle que celle des Ecreviſſes, ou ſemblable à la leur lorſqu'elle commence à prendre quelque conſiſtance.

Des eſpeces d'Orties de mer, qui paroiſſent toûjours attachées aux pierres.

Toutes les eſpeces d'Orties ont été diſtribuées ſous deux genres par Ariſtote dans ſon Hiſtoire des Animaux Livre 5. Chapitre 16. dont l'un comprend celles qui reſtent pendant toute leur vie fixées en un même endroit comme des plantes, & l'autre contient au contraire toutes les eſpeces d'Orties qui changent de place, & qui aiment les rivages & les lieux unis. Diſtribution de l'exactitude de laquelle les obſervations que j'ay faites me donnent plus que lieu de douter, puiſque je n'ay point trouvé d'eſpeces d'Orties, même parmi celles qui ſe tiennent dans les trous des pierres, qui ne fuſſent capables de quelque mouvement progreſſif. A la verité la plûpart de celles que l'on voit attachées ſur les pierres ſe meuvent avec une telle lenteur, qu'en ſe rapportant aux apparences, on a eu beaucoup de raiſon de les regarder comme immobiles; & je les euſſe priſes ſans doute pour telles, ſi je ne les euſſe examinées qu'au bord de la mer, leur mouvement progreſſif étant auſſi lent que celui d'une aiguille d'orloge, car à peine parcourent-elles un pouce ou deux dans une heure; de ſorte qu'on ne peut appercevoir ce mouvement que comme on apperçoit celui de ces aiguilles, en remarquant l'endroit où la partie de l'Ortie la plus allongée eſt à une certaine heure, & celui où cette même partie ſe trouve à l'heure ſuivante.

Je ne ſçay ſi on a eu plus de raiſon de leur donner le nom d'Orties, qui leur eſt commun avec une plante terreſtre tres-connuë, parcequ'on a prétendu qu'elles excitoient, comme cette plante, une demangeaiſon cuiſante dans les parties qui les avoient touchées; du moins

sçay-je que toutes les especes d'Orties qui viennent sur les côtes de Poitou & d'Aunis ne produisent point un pareil effet. Quelques vilains que soient les noms qu'on leur a donnez sur ces côtes & sur celles de Normandie, ils me semblent mieux fondez, puisqu'ils retracent une image de la figure que ces Orties font paroître en un grand nombre de circonstances. On les appelle dans les premiers endroits Culs de Chevaux, & dans les autres Culs d'Anes. La partie marquée *A* Fig. 21. 22. 23. en fait voir la raison.

Pline n'a pû se résoudre à les mettre parmi les animaux, il les a fait aprés Aristote d'une espece de nature moyenne entre celles des plantes & des animaux, quoique par des raisons differentes; car une des plus grandes ressemblances qu'Aristote trouvât entre les Orties & les plantes, c'est que les Orties ne lui ont paru avoir aucun conduit pour donner sortie à leurs excremens, au lieu que Pline dit qu'elles les jettent par un tuyau délié: ce tuyau pourroit bien être une des cornes de l'Ortie; mais ce que jettent ces cornes, desquelles nous parlerons dans la suite, n'a point du tout l'air d'un excrement, puisque c'est une eau tres-claire. Quoiqu'il en soit, si nous nous en tenons aux idées communes, nous devons regarder les Orties comme de veritables animaux; car, selon ces idées, peut-on refuser le nom d'animal à des corps si bien organisez, qui donnent non seulement des marques de sentiment lorsqu'on les touche, mais qui attrapent des poissons & des coquillages & qui les mangent, enfin qui ont un mouvement progressif, comme Aristote & Pline l'ont reconnu, de diverses especes?

Ces Orties prennent successivement tant de figures & si differentes, qu'il n'est guere possible de les décrire sous une figure déterminée. Les plus remarquables cependant de ces figures, & du mêlange desquelles toutes les autres sont en quelque façon formées, peuvent se réduire à celles que l'on voit dans les Figures 21. 22. 23. 24. & 25. on peut dire en general que la figure exterieure du

corps de l'Ortie approche de celle d'un cône tronqué, dont la base est appliquée sur les pierres, ausquelles on la trouve toûjours adherente : mais la base de ce cône qui paroît souvent circulaire, est tantôt elliptique, tantôt de quelque figure irregûliere ; quelquefois ce cône est perpendiculaire à sa base, quelquefois oblique : sa hauteur change à proportion que la base s'agrandit ou diminuë ; je veux dire, que quand la base devient plus grande, la hauteur devient plus petite, & qu'il est plus élevé lorsque la base est plus étroite en tout sens.

La surface superieure de l'Ortie, ou celle qui est opposée à sa base, n'est pas aussi plane que devroit l'être celle d'un cône tronqué, elle est ordinairement convexe. Au milieu de cette surface est une ouverture tantôt plus grande, tantôt plus petite, selon qu'il plaît à l'Ortie de l'augmenter ou de la diminuer. Mais pour nous faire une image plus ressemblante de l'Ortie, & des parties interieures qu'elle laisse voir lorsqu'elle agrandit l'ouverture dont nous venons de parler, representons-nous son exterieur, que nous avons consideré jusques-icy comme un cône tronqué, sous la figure d'une de ces bourses dans lesquelles les joüeurs mettent les jettons ; aussi l'exterieur de l'Ortie leur ressemble-t-il fort, avec cependant cette difference, que son ouverture qui represente celle de la bourse se ferme, sans que le reste de l'envelope de l'Ortie se plisse de haut em-bas, comme les bourses ausquelles nous les comparons. Au milieu de cette espece de bourse est placé le corps ou l'interieur de l'Ortie, qui ordinairement approche assez de la figure conique ; il est attaché aux parois interieurs de cette envelope ou bourse jusques un peu au-dessus de la moitié de sa hauteur, le reste ne leur est point adherent ; & ces parois sont plus ou moins éloignez de cette partie du corps qui ne leur est point attachée, selon que l'ouverture superieure est plus ou moins grande. Aussi lorsque cette ouverture est presque fermée, comme dans la Fig. 21. on voit trespeu de l'interieur de l'Ortie : si elle l'élargit davantage,

comme dans la Fig. 22. on apperçoit distinctement la partie exterieure *A*, & quelques-unes des cornes *CCC*, & enfin si elle augmente encore cette ouverture, presque toutes ses cornes paroissent : elles sont semblables par leur figure à celles des Limaçons, mais par leur fonction elles ressemblent peut-être davantage à celles des Coquillages, puisqu'il arrive souvent que l'Ortie pousse des jets d'eau tres-fins par leur extremité lorsqu'on la touche. Ces cornes sont attachées aux parois interieures de la bourse, ou envelopés tout auprés de son ouverture : elles sont disposées en trois rangs differens placez les uns sur les autres, qui tous ensemble en contiennent environ 150.

Si l'Ortie non contente d'avoir aggrandi extrêmement l'ouverture *A*, replie le contour de cette bourse sur elle-même, comme on retourne un bas, ou rend exterieure une partie de sa surface interieure, elle montre alors toutes ses cornes étenduës, ce qui forme une figure assez singuliere, & qui ne represente pas mal une fleur épanouïe. L'Ortie qu'on voit dans la Fig. 22. a pris cette figure, toutes ses cornes paroissent étenduës. On voit aussi lorsque l'Ortie a pris cette figure une espece de petit anneau qui est tres-prés du bord de la surface interieure de cette membrane, lequel est composé d'un grand nombre de demi-boules d'une tres-belle couleur bleuë : trois de ces demi-boules sont marquées *OOO* dans la même Fig. 22.

La varieté qui est entre la couleur des Orties de differentes especes, ou entre celles de la même espece, égale presque la varieté qui est entre les figures qu'une même Ortie prend successivement : les unes sont verdâtres, les autres blanchâtres, d'autres couleur de rose, quelques autres de diverses sortes de couleurs brunes. Dans quelques Orties ces couleurs paroissent partout sur leur surface, dans d'autres elles sont mêlées par rayes ou par taches ; quelquefois ces taches sont distribuées regulierement, quelquefois irregulierement, mais toûjours d'une

maniere tres-agreable. La plûpart des vertes, telles que celles de l'espece representée Fig. 22. & 23. ont une bande bleuë tout autour de leur base d'une ligne de largeur; cette base est *BB* Fig. 22. 23. & 24. la difference de ces couleurs ne peut point établir entre ces sortes d'Orties une varieté d'espece, il seroit plus sûr de les distinguer par la tissure differente de leur chair. Les Orties representées dans les Figures 22. & 23. qui sont de même espece, sont par exemple differentes de celle de Fig. 21. parceque quoiqu'elles prennent souvent la même forme de celle qui y est representée, elles n'ont jamaïs une chair si dure, ou ce qui fait encore une difference plus remarquable, la chair de la surface exterieure de la Fig. 21. paroît chagrinée, au lieu que celles des autres n'est jamais telle. Il n'est pas necessaire de dire que cette chair exterieure n'est point couverte de coquille, ou de quelque substance semblable.

Quelque lent que soit le mouvement progressif de ces animaux, il dépend neanmoins d'une méchanique remarquable. Pour la connoître, cette méchanique, il suffit de sçavoir ce que des yeux mediocrement *attentifs* découvrent de la structure de l'Ortie, ce qu'il nous sera aisé d'expliquer, si nous continuons de concevoir sa figure semblable à celle des bourses dans lesquelles on met les jettons, le fond de ces bourses est plat & rond, & represente la base de l'Ortie, qui est appliquée sur les pierres ausquelles elle est adherente, & le corps de la bourse est, comme nous l'avons déja dit, l'envelope dans laquelle toutes les parties de l'Ortie sont renfermées, mais de maniere qu'elles ne remplissent jamais cette envelope que quand l'Ortie ferme entierement son ouverture. Or toute cette bourse qui contient l'Ortie est une partie veritablement musculeuse, ou plutôt un assemblage de muscles droits & circulaires ausquels je ne donneray que le nom de canaux, parcequ'ils paroissent veritablemenr tels lorsqu'on les découvre. La base de ces Orties *BBB* Fig. 21. 22. 23. ne paroît pas, parcequ'elles

ſont poſées ſur cette baſe ; mais on la peut voir dans la Fig. 24. qui repreſente une Ortie renverſée. Cette baſe eſt compoſée de divers canaux poſez les uns auprés des autres, qui partant du centre vont aboutir à la circonference. Si je leur donne le nom de canaux, c'eſt parcequ'on les voit ſouvent remplis d'une liqueur aqueuſe, ce qui eſt tres-ſenſible, car on la fait ſortir en perçant ce canal. On obſerve auſſi ſur cette même baſe divers canaux circulaires qui ont tous pour centre commun le centre de la baſe. Ces canaux ne paroiſſent point dans la Fig. 24. on y voit ſeulement ceux qui comme les rayons d'un cercle vont du centre à la circonference. Le corps de la bourſe ou la ſurface conique eſt auſſi compoſée d'un plan de canaux circulaires, qui ſont tous paralleles à la baſe & tres-proches les uns des autres. Sous ce plan de canaux circulaires eſt un autre plan qui ne contient que des canaux droits, chacun deſquels a ſon origine à la baſe, & ſe termine au cercle de la ſection, où chacun va du fond de la bourſe en ligne droite à ſon contour ſuperieur. Mais ce qu'il eſt eſſentiel de remarquer, eſt que l'on ne voit jamais les canaux circulaires & les droits en même tems dans un même endroit, ſoit que le gonflement des uns entraîne l'affaiſſement des autres, ou ſimplement que lorſque les ſuperieurs ſont gonflez, ils cachent les inferieurs ; de ſorte que ſi l'on voit les canaux droits dans toute leur longueur, comme ils paroiſſent Fig. 23. dans l'eſpace *AIIFBD*, on ne voit alors aucun des canaux circulaires ; & dans les endroits où l'on voit les canaux circulaires, ou une portion de ces canaux, on ne voit point de canaux droits comme on peut l'appercevoir dans l'eſpace *ACIFRA*. Enfin les canaux droits paroiſſent en partie dans les endroits où il n'y a qu'une partie des canaux circulaires enflez, on peut le remarquer dans l'eſpace *IFTO*, où les canaux droits ſont ſenſibles, & où tous les canaux circulaires ne ſont pas gonflez, comme dans l'eſpace *COTR*. Au reſte ces canaux ne ſont pas moins viſibles dans l'Ortie, qu'ils le ſont dans

cette Figure, du moins dans les especes qui ne sont pas chagrinées comme celle de la Fig. 21. mais ils paroissent enflez ou affaissez avec une varieté prodigieuse, qu'un grand nombre de desseins auroit à peine suffi à representer, & entre lesquels nous avons choisi la Fig. 23. parcequ'elle est la plus propre à expliquer ce que nous avons à dire dans la suite. Quelquefois on voit seulement des canaux droits dans toute l'étenduë de cette surface superieure, au lieu qu'on en a representé icy de circulaires; dans d'autres tems on n'apperçoit que des canaux circulaires. Enfin quelquefois on voit certaines bandes de canaux circulaires tout autour du corps de l'Ortie, qui laissent voir au-dessus & au-dessous d'elles des portions de ces canaux droits. Tous ces changemens qui arrivent aux canaux droits & circulaires du corps de la bourse, ou de la surface conique ne lui sont pas particuliers, les canaux droits & circulaires de la base sont sujets à ces mêmes changemens. Il semble qu'il ne dépend que de l'Ortie de rendre lesquels elle veut de ces canaux sensibles, en gonflant les uns & les autres dans toute leur étenduë, ou dans une partie selon qu'elle le trouve plus convenable: mais ce qui est tres-certain, est que ces canaux ne paroissent jamais que lorsqu'ils sont remplis par une humeur aqueuse tres-claire, qu'on en fait sortir aisément en leur faisant une ouverture avec la pointe d'une épingle.

Il n'est pas aisé de sçavoir comment les Orties remplissent & vuident ces canaux à leur gré; on pourroit peut-être soupçonner avec fondement que les trois rangs de cornes qui sont attachées au haut du contour de la bourse Fig. 22. sont des réservoirs qui contiennent la liqueur aqueuse que l'Ortie emploïe à gonfler ces canaux; car ces cornes sont remplies d'une semblable liqueur, de sorte que les cornes sont pleines ou vuides, selon que les tuyaux qui correspondent à chacune d'elles sont vuides ou pleins, étant aisé peut-être à l'Ortie de faire passer cette liqueur des cornes dans les canaux, & des canaux dans

dans les cornes. Mais cecy ne me paroît qu'une simple conjecture; ce que je sçay de certain du gonflement & de l'affaissement de ces canaux, c'est qu'ils causent non-seulement tous les divers changemens que l'on apperçoit dans la figure de l'Ortie, mais aussi son mouvement progressif.

Pour nous arrêter seulement à cette derniere action qui suffira pour nous donner une idée des autres, concevons d'abord une Ortie posée sur une base circulaire, & dont le corps n'est pas plus incliné sur un côté de cette base que sur les autres. Telles sont celles des Fig. 21. & 22. & telle étoit celle de la Fig. 23. lorsque la partie de la base qui est actuellement allongée vers *D* étoit posée en *E* & plus arrondie, & celle qui est en *R* étoit en *S*. Pour comprendre comment cette Ortie s'éloignera de *S* en *R* & viendra de *E* en *D*, supposant qu'elle s'est déterminée à avancer vers *D*, il faut remarquer que les canaux droits s'allongent en se gonflant, ce qui leur est commun avec la plûpart des tuyaux mous & à ressort; de sorte que si l'Ortie gonfle tous les canaux droits compris dans sa surface *AEBFII*, & qu'elle gonfle encore plus que les autres ceux qui sont tournez vers *E*, il est clair que par ce gonflement le canal qui étoit en *E* devenu plus long, doit se trouver posé vers *D*, si l'on imagine qu'en même tems l'Ortie enfle aussi, c'est à dire allonge cette partie des canaux droits de sa base qui sont tournez vers *E*; car si les canaux droits de la base conservoient leur premiere longueur, cet allongement des canaux de la surface conique ne serviroit ou qu'à faire paroître l'Ortie plus haute de ce côté-là, ce qui arrive quelquefois, ou qu'à lui faire une espece de bosse, comme on le voit dans d'autres tems. Il est donc clair que l'Ortie en gonflant tous les canaux droits soit de sa base, soit de sa surface conique, qui sont tournez vers le côté où elle veut avancer, approche le bord de sa base de cet endroit, qu'elle a fait avancer de *E* en *D* Fig. 23. Mais voyons ce qui se passe du côté opposé à celui-cy, je veux dire du côté

dont l'Ortie s'éloigne. Il est visible que pour éloigner sa base de *S* & la poser en *R*, il faut concevoir une manœuvre opposée à celle qui se fait de l'autre côté, que les canaux droits, qui partans du centre de la base alloient en *S*, sont raccourcis & plus affaissez qu'ils n'étoient auparavant, & que l'Ortie remplît tous les canaux circulaires qui sont sur la surface conique tournée vers *S*; d'où il arrive que l'Ortie se raccourcit de ce côté-là, & que ce qui étoit posé en *S* est contraint de venir en *R*, & cela suffit pour éloigner l'Ortie de *S* dans le tems qu'elle s'approche de *D*. Mais il y a encore une chose qu'il est necessaire de remarquer, & de laquelle dépend la continuation de ce mouvement; c'est que l'Ortie raccourcissant les canaux droits de la base qui alloient vers *S* beaucoup plus que les autres, & gonflant fort les canaux circulaires, oblige une partie de la surface du cône de se replier sous la base vers laquelle elle est tirée, tant par le grand raccourcissement des canaux droits qui sont posez vers *S*, que par le gonflement des circulaires de la surface conique, qui pressants les droits qui sont sous eux les font replier; de sorte qu'une partie de cette surface conique se trouve recourbée sous l'Ortie de la base de laquelle elle fait en quelque façon partie, comme on le voit en *R*, par lequel moyen l'Ortie est un peu accrochée dans cet endroit. Ainsi il est visible que la même force qui suffiroit pour faire avancer l'Ortie vers *D*, en la poussant de ce côté-là, seroit trop foible pour la faire avancer vers *R*; & par consequent si l'Ortie tenant toûjours gonflez les canaux circulaires de la surface conique qui est vers *R*, affaisse un peu les canaux droits de sa base qui sont vers *D*, en remplissant en même tems ceux qui sont du côté de *R*; il est clair que ces canaux de la base, qui par le recourbement qui est en *R* trouveront de la résistance à s'étendre de ce côté-là, pourront s'étendre au contraire commodément du côté de *D*, vers lequel les canaux qui se raccourcissent en même tems que ceux qui s'allongent leur per-

mettront de s'approcher; ainsi l'Ortie a donc fait un pas & est en état d'en faire un second, puisque les canaux droits de la base du côté vers lequel elle avançoit ne sont plus gonflez : car il lui sera aisé sans changer de place de remplir à peu prés également de tous côtez tant les canaux droits que les circulaires, parcequ'elle ne fera aucun changement à ceux de sa base ; de sorte qu'elle prendra une figure approchante de celles que l'on voit Fig. 21. & 22. où elle étoit avant de commencer à se mouvoir, & par consequent elle sera en état de repeter le même manege, & de continuer à avancer vers le même côté.

C'est par le moyen de ce gonflement & de cet affaissement des canaux tant droits que circulaires, que les Orties changent leur figure exterieure en tant de façons; mais quelque chose qu'elles fassent, leur manœuvre est toûjours tres-lente, & se fait d'une maniere presque insensible lorsqu'on les regarde continuellement.

J'ay vû quelques Orties se servir de leurs cornes pour marcher : ces Orties étoient de celles qui vivent dans les trous des pierres ; elles ont, du moins certaines especes, les cornes un peu plus longues que les autres proportionnellement à leur grosseur : mais lorsqu'elles se traînoient par le moyen de ces cornes, la position de leur figure étoit renversée, c'est à dire que leur base étoit en haut & leurs cornes em-bas, comme on le voit dans la Fig. 24. Ces sortes d'Orties ont les cornes extrêmement gluantes & même rudes au toucher, ainsi elles peuvent se tirer en avant par leur moyen avec facilité.

Il est assez surprenant qu'un animal moû comme l'est celui-cy, qui n'a point de patte ni rien d'équivalent, puisse manger d'autres animaux tres bien défendus ce semble par leurs coquilles, tels que sont les Moules ou d'autres Coquillages à deux battans, & les diverses especes de Limaçons de mer, car il faut ouvrir les coquilles à deux battans, & trouver moyen d'ôter le couvercle de ces Limaçons. Neanmoins il est certain que les Orties se nourrissent de la chair de ces animaux, mais il ne pa-

roît pas aisé de découvrir de quelle addresse elles se servent pour la tirer des coquilles, & cela parcequ'elles font entrer ces Coquillages tous entiers par leur bouche, ou plutôt par l'ouverture marquée *A* Fig. 21. 22. & 23. qu'elles élargissent extrêmement, & peu moins que celle du contour de la bourse à laquelle les cornes sont attachées. Ayant ainsi fait entrer ces Coquillages tous entiers dans leur corps par cette ouverture, elles la resserrent de maniere qu'il ne paroît pas qu'elles contiennent un si gros corps au milieu du leur. C'est alors qu'elles succent ces Coquillages à leur aise; mais comme les yeux ne peuvent appercevoir ce qui se passe dans l'interieur de l'Ortie, on ne peut aussi découvrir quelle addresse elles emploïent pour cela: tout ce qu'on voit est qu'elles font sortir les coquilles vuides par la même ouverture par laquelle elles les avoient fait entrer pleines. J'ay vû quelquefois des Orties d'une grandeur mediocre jetter ainsi des coquilles des plus grosses Moules vuides; mais j'en ay vû d'autres qui en rejettoient sans avoir mangé l'animal qui les habite, peut-être parcequ'elles avoient été trop difficiles à ouvrir. J'en ay rencontré de même qui étoient obligées de faire sortir de cette ouverture des buccinum entiers: ce qui m'a paru singulier est une de ces Orties, qui faisoit passer une grosse Moule qu'elle n'avoit pû manger au travers de sa base, qui, comme on sçait, n'a aucune ouverture; de sorte qu'elle étoit contrainte pour s'en délivrer de se faire une tres-grande playe, & cela apparemment parceque cette Moule trop grosse pour l'ouverture qui lui avoit donné entrée dans le corps de l'animal, n'avoit passé par cette ouverture qu'avec beaucoup de force, & parcequ'elle s'étoit trouvée heureusement placée, & que quand l'Ortie l'aura voulu faire sortir, aprés avoir tenté inutilement de la manger, elle ne se sera pas presentée dans la même position à cette ouverture; de sorte que les efforts qu'elle aura emploïé pour la chasser, auront suffi pour que la base de la coquille de la Moule ait percé celle de l'Ortie.

Au reste pour faire sortir ces coquilles du milieu de sa bouche, sur-tout lorsqu'elles sont un peu grosses, l'Ortie ne se contente pas de l'élargir extrêmement, elle retourne cette bouche comme on retourne un bas, & cela aprés avoir auparavant retourné de même tout le bord du contour auquel sont attachées les cornes, c'est à dire que la surface interieure de ce contour devient exterieure, aprés que l'Ortie l'a replié de telle sorte, qu'elle l'a réduit à enveloper sa base; ce qu'on peut remarquer dans la Fig. 25. où le contour de la bourse *CCC* à la surface exterieure de laquelle les cornes sont attachées, paroît servir de base à cet animal, parcequ'il couvre sa veritable base; renversant ensuite sa bouche, comme il a renversé les bords de la bourse, il lui fait enveloper à son tour cette bourse qui l'envelope ordinairement elle-même. Les lettres *OOOO* sont le contour de cette bouche renversée, & tout ce qu'on voit au-dessus est l'interieur de l'Ortie, au milieu de laquelle on distingue une partie marquée *S* qui paroît être le succoir dont elles se servent pour vuider les Coquillages qu'elles ont renfermés dans leur bouche.

Fig. 25.

Ce même renversement tant de la bourse ou envelope exterieure, que de la bouche, sert à un autre usage bien necessaire à la conservation de l'espece des Orties, puisque c'est par ce même moyen qu'elles mettent au jour leurs petits; car les Orties sont vivipares, comme je l'ay observé. Cette observation n'étoit pas necessaire pour détruire ce qu'Aristote en a dit, qui les fait naître des pierres, ou des fentes de ces pierres. Nous ne sommes pas dans un siecle où l'on s'avisât d'attribuer à une telle cause l'origine d'un corps si bien organisé; mais on auroit pû croire qu'elles font des œufs, ou du moins être incertain de la maniere dont elles se perpetuënt. Or ce que j'ay observé plus d'une fois suffit pour nous éclaircir là-dessus; car j'ay vû ces petites Orties sortir du corps de l'Ortie leur mere, aussi bien formées que l'Ortie même qui leur donnoit naissance, & telles

qu'on les voit dans la Fig. 25. Mais il est necessaire pour cette operation qu'elle se renverse de la maniere dont nous l'avons décrit cy-dessus; & alors elle fait sortir par une grande ouverture *EE* Fig. 25. qui la traverse, les petites Orties qu'elle est en état de mettre au jour. Quoiqu'elle en contienne quelquefois plus de douze dans son corps, & que cette ouverture fût assez grande pour en laisser passer plusieurs à la fois, elle les met pourtant hors de son corps une à une, elle les pousse indifferemment par tous les endroits de cette ouverture. Mais on apperçoit ordinairement dans l'endroit même où une petite Ortie commence à paroître, une espece de petit intestin tourné en spirale marqué *I*. Toutes ces petites Orties avant leur naissance sont sur la base interieure de l'Ortie, au-dessous de la membrane où nous voyons l'ouverture *EE*; elles y sont logées dans differens replis qui sont sur cette base.

Fig. 26.

Des Orties errantes.

Fig. 27.

Au nom prés, ces especes d'Orties ne m'ont paru avoir rien de commun avec celles dont nous venons de parler. Il est vrai qu'on prétend qu'elles excitent comme les autres une douleur cuisante dans les parties qui les ont touchées. Quelques Auteurs même disent davantage, car ils assurent qu'elles causent cette même douleur aux yeux de ceux qui les regardent. Cependant quoique j'en aye rencontré une quantité prodigieuse sur les côtes de Poitou & d'Aunis, je n'y en ay jamais trouvé aucune ni de ces especes icy, ni des précedentes qui produisent l'effet qu'on leur attribuë, & auquel probablement les unes & les autres doivent leur nom. On distingue les dernieres de celles qui paroissent toûjours fixées sur des pierres, en les appellant *Orties détachées*, ou *Orties errantes*.

Les noms qu'on leur donne sur les differentes côtes du Royaume varient si fort, à des distances même tres-petites, qu'il seroit long de les rapporter. Si je voulois

en donner un nouveau à ces Orties qui en ont déja trop d'anciens, je les appellerois *Gelées de mer*; nom qui caracterise si fort la substance dont elles sont formeés, qu'il vaut seul une petite description pour aider à les reconnoître.

Aussi la chair de ces Orties, si l'on peut l'appeller chair, paroît une vraie gelée d'eau de mer, elle en a ordinairement la couleur & toûjours la consistance; & si on en prend un morceau entre les mains, leur chaleur naturelle suffit pour le faire entierement dissoudre en eau, comme une gelée de boüillon qu'on mettroit sur le feu. Ces gelées malgré cela sont de vrais animaux, & ceux qui ont crû qu'elles n'avoient aucune structure reguliere ne les ont pas regardées d'assez prés. Il y en a à la verité de tres-differentes entr'elles, mais ce sont des gelées d'especes differentes, & celles qui sont de même espece ont exactement la même figure. Les divers morceaux de ces Orties qu'on trouve au bord de la mer, sont apparemment la cause pour laquelle on ne les a pas regardées comme des corps fort organisez, parcequ'on n'a pas observé dans ces fragmens toute la regularité qu'on ne devoit chercher que dans la masse entiere dont ils faisoient partie.

On ne sçauroit ni donner une idée de toutes ces differentes especes d'Orties, ni décrire même en détail toute la mechanique qui entre dans la composition d'une de ces especes, sans s'engager dans des choses d'une longue discussion; peut-être auray-je occasion d'en parler dans un autre endroit. Je me contenteray de faire icy quelques remarques sur ce que toutes ces especes d'Orties ont de commun dans leur structure. On sera moins étonné aprés cela qu'elles soient capables de mouvemens volontaires.

Quoiqu'elles soient toutes communément de la couleur d'une gelée d'eau, il y en a de verdâtres, telle que l'eau de la mer la paroît quelquefois; d'autres ont tout autour de la circonference marquée *DD* &c. Fig. 27. une bande

de deux ou trois lignes de largeur de couleur de pourpre; j'en ay vû d'autres sur le fond couleur d'eau, desquelles diverses taches brunes étoient semées d'une maniere fort agreable à la vûë.

La figure d'un champignon peut extrêmement aider nôtre imagination à concevoir celle de ces gelées. Le convexe du champignon represente assez leur côté convexe; elles l'ont, ce côté, plus ou moins convexe les unes que les autres, comme on le voit dans les champignons d'especes differentes. Cette surface convexe des gelées n'offre rien de tres-remarquable; il paroît seulement à la vûë simple qu'elle est garnie d'une infinité de petits grains ou de petits mamelons de même couleur que le reste de l'Ortie. Mais la surface opposée à celle-cy, c'est à dire la concave, qui est aussi celle qu'on a representé dans la Fig. 27. fait voir des parties tres-organisées. Un peu au-delà de son bord qui est mince & découpé, on distingue tres-sensiblement divers cercles concentriques, qui couvrent cette surface jusqu'aux deux tiers du rayon de sa circonference. Ces cercles ne regnent pourtant pas tout autour de cette circonference: les plus proches du centre sont separez en seize arcs differens, & ceux qui en sont les plus éloignez sont seulement partagez en huit arcs. Ces separations sont faites par des especes de canaux ou réservoirs toûjours pleins d'eau, qu'ils peuvent communiquer à d'autres canaux plus petits, qui sont renfermez entre-deux des circonferences des cercles que l'on voit icy. On doit regarder toutes les petites bandes renfermées entre deux de ces circonferences, comme des organes tres-remarquables de la gelée, puisqu'elles sont tout autant de canaux.

Pour s'assurer que ce sont des canaux, ainsi que je viens de le dire, il suffit d'appliquer le doigt au haut du grand réservoir *C*, & en pressant un peu ce réservoir, faire glisser son doigt de haut embas, c'est à dire de *C* vers *D*, par ce moyen on oblige l'eau qu'il contient d'avancer vers *D*, où se trouvant trop resserrée, on en voit une

une partie qui enfile à droit & à gauche tous les petits canaux qui se terminent dans le réservoir.

La fonction de ces grands canaux ou réservoirs qui vont du centre à la circonference, & ceux des canaux circulaires paroît être la même que celle des vaisseaux qui portent chez nous le sang. Ils fournissent une eau, peut-être préparée, à toute la base de cet animal; & si la chair ne paroît qu'une vraie gelée, c'est qu'elle a tres-peu de parties solides & fort minces, qui sont toutes extrêmement gonflées par cette eau, qui est apparemment renfermée dans une infinité de petits réservoirs insensibles à la vûë.

Je m'en suis convaincu en faisant boüillir tres long-tems dans un chaudron plein d'eau, une gelée dont la base *DDD* &c. avoit plus de deux pieds de diametre. Elle ne s'est point entierement réduite elle-même en eau, comme il arrive aux petits morceaux que l'on laisse fondre dans sa main; conservant sa même figure, elle est devenuë une tres-petite Ortie, c'est à dire de moins d'un demi pied de diametre, dans laquelle on voyoit précisément les mêmes choses que dans la grande, à cela prés que sa substance étoit solide, quoique flexible, & qu'on la tenoit alors dans la main sans qu'elle laissât échaper aucune goutte de liqueur. Inutilement ensuite la faisoit-on boüillir dans l'eau, elle ne diminuoit que tres-peu. Ce sont donc ces parties solides gonflées par l'eau qui forment la chair de l'Ortie.

Ayant une autre fois laissé secher une de ces Orties exposée au grand Soleil pendant l'Esté, elle s'est réduite presque à rien au bout de quelques jours. Il est resté seulement un corps tres-mince, qui avoit la solidité du parchemin, & la couleur d'une belle colle transparente.

Si les canaux droits servent à fournir l'eau à toute la substance de l'Ortie, il semble qu'ils doivent en donner davantage où cette substance est épaisse, que dans les endroits où elle est mince. Aussi peut-on remarquer que

la premiere bande circulaire qui va depuis le bout de la circonference jusques environ le tiers du rayon, & qui est tres-mince, n'est arrosée que par huit réservoirs, au lieu que celle qui la suit, laquelle est beaucoup plus épaisse, en a seize. Les lettres *DDD* &c. *EFEF* &c. marquent cette circonference circulaire, qui ne reçoit de l'eau que par la portion *ED* des canaux *D*, au lieu que la bande *CCCC* &c. *EFEF*, dont l'épaisseur augmente en talus depuis *EFEF* &c. jusqu'en *CCCC* &c. où elle a quelquefois plus de deux pouces & demi d'épaisseur dans les grandes Orties, c'est à dire d'un pied & demi ou deux pieds de diametre. Cette bande circulaire, dis-je, reçoit l'eau de seize canaux, sçavoir des huit marquez *CE*, & des huit autres marquez *CF*.

Vers les deux tiers du rayon, c'est à dire au bout des canaux droits, toutes ces especes d'Orties sont comme divisées en quatre parties par quatre bandes, ou quatre colomnes à peu prés rondes dans quelques especes d'Orties, mais plates dans celle de la Figure 27. Ces bandes sont marquées *B* dans cette Figure. Dans quelques especes elles sont presque élevées perpendiculairement sur la base; mais dans l'espece qui est icy gravée, *elles font* un angle tres-obtus avec le bord du plan où sont les canaux droits. Elles vont toutes quatre se joindre dans la même espece à un tronc *T* rond d'environ de même longueur que ces colomnes, c'est à dire du tiers du rayon. Ce tronc de figure cylindrique se partage en huit rameaux *RR* &c. Chacun de ces rameaux a à son origine deux appendices ou especes de crêtes, que les lettres *PP* font voir seulement à un de ces rameaux. On n'a pas jugé necessaire de mettre des lettres aux autres, dont une partie est cachée dans le dessein. Ce ne sont pas seulement ces deux appendices qui sont découpées en crêtes, une partie de chaque rameau s'est découpée de la même maniere.

Fig. 27.

Dans l'espace compris sous les quatre colomnes *BBB*, est un large canal formé par une membrane épaisse, qui

est la seule chose solide qui paroisse dans l'Ortie. Cette membrane est plissée en bourse, ou plutôt comme ces appeaux dont on se sert pour attraper les cailles. Elle forme, comme je l'ay dit, un grand canal, qui s'arrondissant vers le pied des colomnes, prend la même figure que l'on donneroit à un ruban auquel on feroit entourer les quatre bras d'une croix, assez larges & égaux. On voit seulement icy une petite partie de ce canal par les ouvertures que les colomnes laissent entr'elles, ce qui en paroît est marqué *I*.

Ce large canal est rempli d'une matiere liquide, qui par sa consistance & sa couleur ressemble fort à une morve jaune. Ce même canal jette une & quelquefois deux branches dans chacune des colomnes. On les suit en partie dans la Figure, dans l'endroit qui paroît obscur au travers du transparent de la colomne marquée *B*. Ces quatre canaux vont se rendre dans le tronc, d'où ils se distribuënt dans les huit rameaux. On peut aisément les suivre dans toute leur route, parcequ'ils sont pleins de la même matiere jaunâtre qui est contenuë dans le grand canal, & que la couleur de cette matiere est fort differente de la couleur transparente du reste de l'Ortie. Cette même matiere paroît dans toutes les crêtes, & toutes les découpures des rameaux. Il n'est pas aisé de découvrir si elle est ou un excrement de l'Ortie, ou quelque espece d'aliment. Je sçay bien qu'au bout de chaque rameau de l'Ortie il y a des ouvertures à toutes les branches des canaux qui portent cette liqueur; mais il me paroît incertain si ces ouvertures lui donnent une sortie ou une entrée : car selon qu'on presse ces branches ou du côté de leur tronc, ou du côté de leur bout, on fait aller cette liqueur de differens côtés.

Ces ouvertures paroissent dans la Figure 28. où l'on a representé dans sa grandeur naturelle le bout d'un de ces rayons, lequel a la figure d'une pyramide à base triangulaire. Le tronc *T* du canal qui passe au milieu de cette pyramide, & les divers rameaux *RR* &c. dans lesquels

FIG. 28.

le tronc se divise, paroissent aisément au travers de l'épaisseur de cette pyramide, qui est souvent aussi transparent que le seroit un prisme de cristal. Les lettres *OOO* sont auprés des ouvertures de chacun de ces rameaux.

Nous en aurons assez dit pour donner une idée generale de la structure des gelées de mer, lorsque nous aurons ajoûté que tous les rameaux *RR* &c. ne sont pas necessairement dans la position où l'on les voit dans la Figure; qu'étant assez flexibles, ils pourroient être jettez sur tout autre endroit de la circonference que celui où ils sont representez, & qu'au lieu qu'ils sont tous posez ensemble d'un même côté, ils pourroient être chacun en particulier placez sur quel endroit de cette circonference on auroit voulu choisir.

Toutes les gelées que la mer apporte au bord de la côte paroissent sans aucune action, apparemment que les chocs qu'elle leur fait essuyer contre les pierres, ou même contre le sable, suffisent pour leur ôter la vie, car il est certain qu'elles vivent. Pour le prouver, il me suffit de dire que celles que l'on trouve au bord de la côte sont plus pesantes que l'eau, au fond de laquelle elles vont toûjours lorsqu'on les plonge dedans. Quoiqu'on en voye nager sur la surface de l'eau en pleine mer, où il semble qu'elles ne peuvent se soûtenir que par quelque espece d'action, il paroît souvent alors que leurs rameaux s'agitent; l'agitation continuelle de l'eau de la mer nous laisse incertains si le mouvement que l'on apperçoit dans ces rameaux leur est propre, ou s'il vient de celui de l'eau dans laquelle ils sont: mais au moins est-il sûr qu'elles peuvent se soûtenir sur l'eau par une autre action. C'est ce que j'ay observé dans quelques Orties que la mer avoit laissées dans de certains endroits desquels l'eau ne s'écoule jamais, parcequ'ils sont plus profonds que ceux qui les environnent. C'est dans ces endroits-là où l'eau est aussi tranquille, lorsque la mer est basse que l'est celle d'un étang, que j'ay observé dans les Orties le mouvement par le moyen duquel elles se

soûtiennent sur l'eau. Ce mouvement est une espece de mouvement de contraction & de dilatation du contour, & d'une partie de la base de l'Ortie, qui ressemble en quelque façon au systole & au diastole. L'Ortie dans la contraction rend la surface de son corps, qui represente le convexe du chapiteau d'un champignon, beaucoup plus convexe qu'elle ne l'est naturellement, c'est à dire qu'elle éleve un peu tout son contour *DD* &c. en le recourbant vers le tronc *T*, & dans la dilatation elle rend cette même surface un peu moins convexe, & fait en même tems tomber sur l'eau tout le contour de sa base, qui s'étoit élevée dans la contraction; d'où l'on voit qu'en repetant alternativement ces deux mouvemens, elle bat l'eau de tems en tems, ce qui est capable de la soûtenir dessus, de la même maniere qu'un homme qui nage s'y soûtient.

Des Etoiles de mer.

C'est sans doute à leur figure que ces poissons de mer doivent leur nom, puisqu'elle est semblable à celle sous laquelle on nous peint les Etoiles qui ornent le Firmament. Les Etoiles de mer sont découpées, ou plutôt comme divisées en cinq parties, qu'on peut nommer rayons. Il y a pourtant des Etoiles qui n'ont naturellement que quatre rayons, & j'ay vû quelquefois un seul rayon qui étoit une veritable Etoile, mais cela est rare. Leur surface superieure, ou celle à laquelle les jambes ne sont pas attachées, est couverte par une peau tres-dure; c'est peut-être ce qui a determiné Aristote à les ranger parmi les testacées ou animaux à coquilles: mais Pline donne avec plus de raison à cette peau le nom de *Callum durum*; car elle ressemble par sa solidité à une espece de cuir; elle est herissée de diverses petites éminences d'une matiere beaucoup plus dure, & qui ressemble fort à celle des os ou des coquilles. Cette peau superieure est differemment colorée dans diverses Etoiles de l'espece dont nous parlons icy; car il y a des especes

FIG. 29. & 30.

qui en ſont fort differentes. Dans quelques-unes elle eſt rouge, dans d'autres violette, dans d'autres bleuë, & jaunâtre dans d'autres, & enfin elle eſt ſouvent de diverſes couleurs moyennes entre celles-cy.

Les mêmes couleurs ne paroiſſent pas ſur la ſurface inferieure, qui eſt preſque couverte par les jambes, & par diverſes pointes qui bordent ſes côtez, plus longues que celles de la ſurface ſuperieure, quoiqu'elles ayent moins d'une ligne, celle-cy eſt d'un blanc jaunâtre. On voit au milieu de l'Etoile, lorſqu'on la regarde par deſſous, une petite bouche ou ſuccoir *S*, dont elles ſe ſervent pour tirer la ſubſtance des coquillages deſquels elles ſe nourriſſent, comme Ariſtote l'a fort bien remarqué. Il auroit eu moins de raiſon s'il avoit aſſuré, comme il paroît par la traduction de Gaza, que les Etoiles ont une telle chaleur, qu'elles brûlent tout ce qu'elles touchent. Rondelet qui veut faire parler Ariſtote plus raiſonnablement, dit que cela doit s'entendre des choſes qu'elles ont mangées, qu'elles digerent tres-vîte. Pline cependant a adopté le ſentiment d'Ariſtote dans le ſens que Gaza l'a traduit; car il dit expreſſément *Liv.* 10. Chap. 60. *Tam igneum fervorem eſſe tradunt*, parlant de l'Etoile, *ut omnia in mari contacta adurat*. Aprés quoy il parle comme d'une choſe differente de la facilité qu'elle a à digerer. On a crû apparemment devoir leur attribuer une chaleur ſemblable à celle des Aſtres dont elles portent le nom. Quoiqu'il en ſoit de cette chaleur imaginaire, il eſt certain qu'elles mangent les Coquillages, & qu'elles ont autour leur ſuccoir cinq dents *DD*, ou plutôt cinq petites fourchettes d'une eſpece de matiere oſſeuſe, par le moyen deſquelles elles tiennent les Coquillages pendant qu'elles les ſuccent. Peut-être que c'eſt avec les mêmes pointes qu'elles ouvrent leurs coquilles, lorſqu'elles ſont de deux pieces.

Chaque rayon de l'Etoile eſt fourni d'un ſi grand nombre de jambes, qu'il n'eſt pas étonnant qu'elles le couvrent preſque tout entier du côté où elles lui ſont atta-

chées. Elles y sont posées dans quatre rangs differens, chacun desquels est d'environ 76 jambes, c'est à dire que chaque rayon en a 304, & par consequent l'Etoile entiere est pourvuë de 1520 jambes, nombre assez merveilleux, sans que Bellon le poussât jusqu'à prés de cinq mille. Tout ce grand attirail de jambes ne sert cependant qu'à executer un mouvement tres-lent ; aussi sont-elles si molles qu'elles ne semblent guere meriter le nom de jambes. A proprement parler ce ne sont que des especes de cornes, telles que celles de nos limaçons de Jardins, mais dont les Etoiles se servent pour marcher. Ce n'est pas simplement par leur peu de consistance qu'elles ressemblent à des cornes de limaçons ; elles ne leur sont pas moins semblables par leur couleur & leur figure, ainsi il seroit inutile de les décrire plus au long.

Ces jambes aussi sont souvent retirées comme les cornes d'un limaçon ; c'est seulement lorsque l'Etoile veut marcher qu'on les voit dans leur longueur, encore l'Etoile ne fait-elle paroître alors qu'une partie de ces jambes : mais dans le tems même que l'Etoile, ou plutôt leur ressort naturel les tient elles-mêmes raccourcies, on apperçoit toûjours leur petit bout qui est un peu plus gros que l'endroit qui est immediatement au-dessous. Ce sont seulement les bouts de ces jambes que l'on voit dans les deux rayons *AA* Fig. 30. mais on voit sur les trois autres rayons plusieurs de ces jambes allongées, comme elles le sont lorsque l'Etoile s'en sert pour marcher. La mechanique que l'Etoile emploïe pour marcher, ou plutôt pour allonger ses jambes, doit nous paroître d'autant plus curieuse qu'on l'apperçoit clairement, chose rare dans ces sortes d'operations de la nature, dont les causes nous sont ordinairement si cachées, que nous pouvons également les expliquer par des raisonnemens tres-opposez. Il n'en est point, dis-je, de même de la mechanique dont l'Etoile se sert pour allonger ses jambes. Il est aisé de la remarquer tres-distinctement, si-tôt que l'on

a mis à découvert les parties interieures d'un des rayons, en coupant sa peau dure du côté de la surface superieure de l'Etoile, ou de la surface opposée à celle sur laquelle les jambes sont situées, l'interieur de l'Etoile paroît alors divisé en deux parties par une espece de corps cartilagineux, quoique assez dur. Ce corps semble composé d'un grand nombre de vertebres faites de telle façon, qu'il se trouve une coulisse au milieu du corps qu'elles forment par leur assemblage à chaque côté de cette coulisse, on voit avec plaisir deux rangs de petites spheroïdes elliptiques ou de boules longues, d'une clarté & d'une transparence tres-grande, longues de plus d'une ligne, mais moins grosses que longues. Il semble que ce soient autant de petites perles rangées les unes auprés des autres, dans l'ordre où elles paroissent dans le rayon *R* que l'on a ouvert Fig. 30. Les rangs de ces boules sont marquez *BB*. Entre chaque vertebre est attachée une de ces boules de part & d'autre de la coulisse, mais à deux distances inégales, ce qui forme deux rangs de boules aux deux côtez de cette coulisse; je veux dire que leur disposition est telle de chaque côté de la coulisse, qu'aprés la boule qui en est des plus proche, on trouve entre les deux vertebres suivantes une boule qui en est plus éloignée, & la boule qui suit est posée vis à vis la plus proche, & celle qui vient aprés vis à vis la plus éloignée, & ainsi de suite. Ces petites boules sont formées par une membrane mince, mais pourtant assez forte, dont l'interieur est rempli d'eau, ensorte qu'il n'y a que la surface de la boule qui soit membraneuse.

Il n'est pas difficile de découvrir que ces boules sont faites pour servir à l'allongement des jambes de l'Etoile. On commence à le soupçonner dés-lors qu'on a remarqué que le nombre des boules est égal à celui des jambes, & enfin que chaque boule répond à une jambe. Mais on en dévelope toute la mechanique ingenieuse, lorsqu'en pressant avec le doigt quelqu'une de ces boules, on les voit se vuider, & que dans le même tems on ob-

serve

ſerve que les jambes qui leur correſpondent ſe gonflent. Enfin lorſqu'on voit qu'aprés avoir ceſſé de preſſer ces mêmes boules, elles ſe rempliſſent pendant que les jambes s'affaiſſent & ſe raccourciſſent à leur tour; car qui ne ſent pas aprés cela que tout ce que l'Etoile a à faire pour enfler ſes jambes, c'eſt de preſſer les boules comme on les preſſoit tout à l'heure avec le doigt? Il eſt aiſé d'imaginer mille manieres dont elle le peut faire. Ces boules preſſées ſe déchargent de leur eau dans les jambes qu'elles gonflent & étendent auſſi-tôt: mais dés-lors que l'Etoile ceſſe de preſſer les boules, le reſſort naturel des jambes qui les affaiſſe, les raccourcit & chaſſe l'eau dans les boules dont elle étoit ſortie.

Ces jambes ainſi allongées, l'Etoile s'en ſert pour marcher; elle n'étend qu'une partie de celles de chaque rayon, & même à des diſtances aſſez inégales & avec peu d'ordre, comme on le peut remarquer dans la Fig. 30. où on a repreſenté une Etoile poſée ſur le dos, qui ayant le bout d'un de ſes rayons ſous la pierre *P*, tâche d'avancer vers cette pierre; les jambes qui touchent cette pierre ſervent à l'en approcher, & les autres jambes qui ne portent ſur aucun corps, en cherchent quelqu'un qu'elles puiſſent ſaiſir. Ces jambes rencontrent la pierre ou le corps vers lequel elles veulent avancer, en faiſant avec lui un angle tres-aigu; de ſorte que l'Etoile les tenant toûjours fixes ſur ce corps, & tâchant de leur faire faire un angle droit avec ce même corps, oblige le ſien d'en approcher.

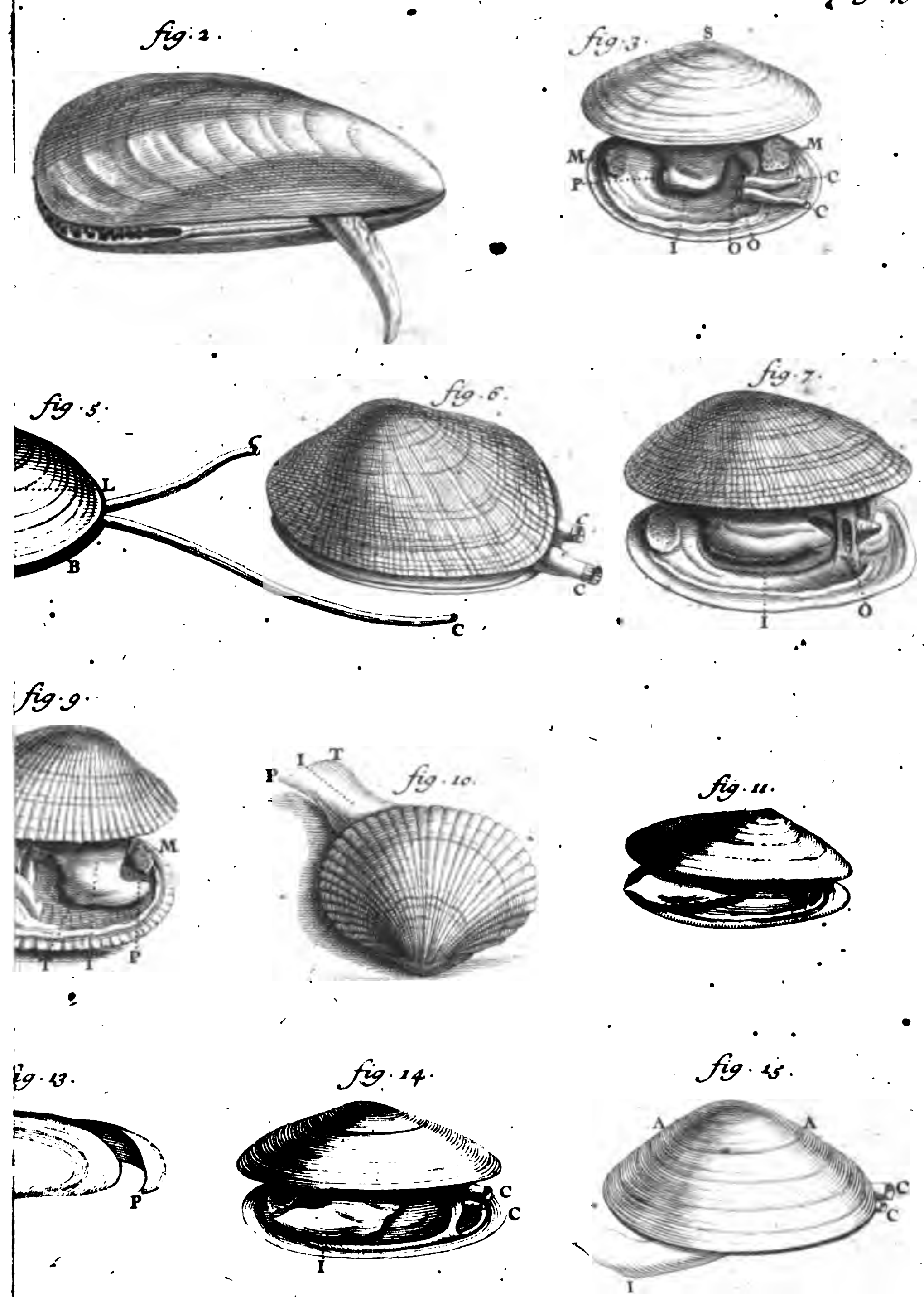
Au reſte il n'eſt pas neceſſaire aux Etoiles pour marcher d'être ainſi renverſées, la poſition contraire leur eſt également commode; mais on a choiſi celle-cy, parcequ'elle laiſſe voir les jambes, qui dans l'autre poſition ſont cachées par le corps. Elles peuvent auſſi marcher ſur les pierres & ſur le ſable, ſoit qu'elles ſoient à ſec, ſoit qu'elles ſoient couvertes par l'eau de la mer.

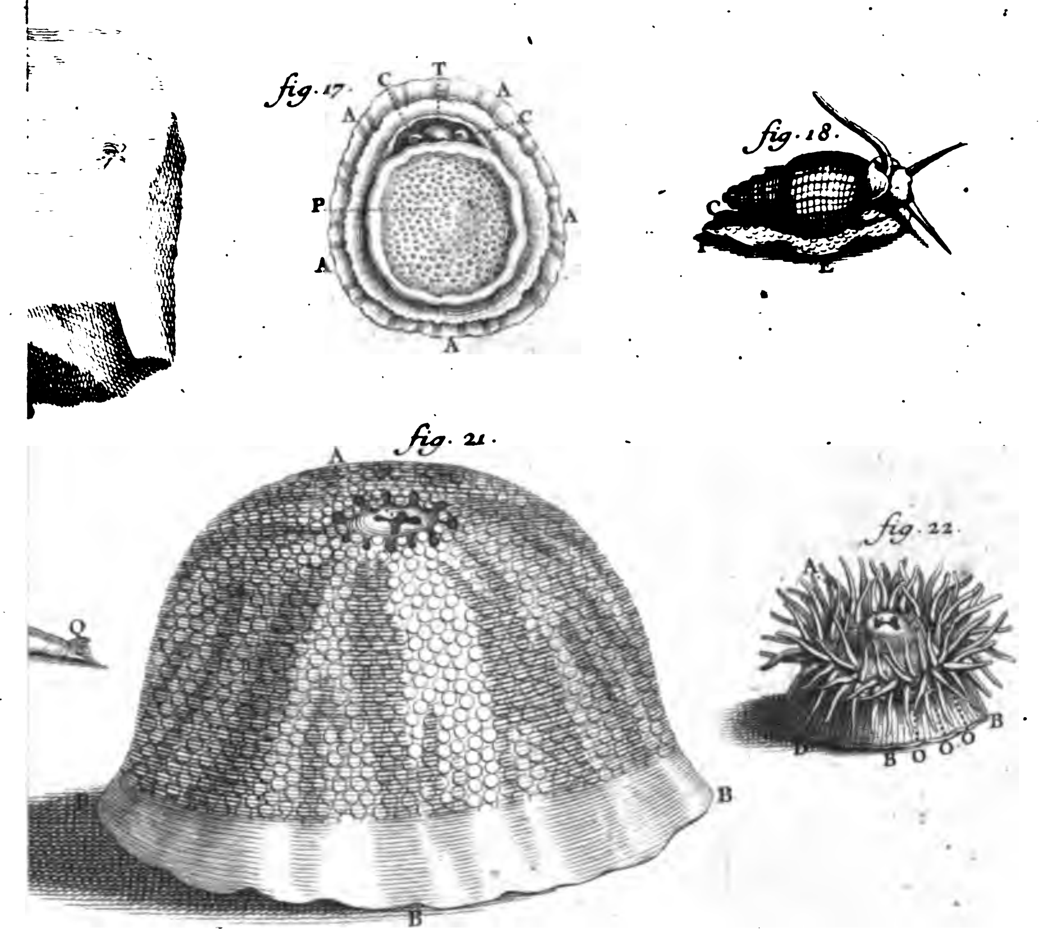
On auroit pû avoir du penchant à regarder les jambes des Etoiles, comme les parties dont elles ſe ſervent à reſpirer l'eau, à cauſe de la reſſemblance qui eſt

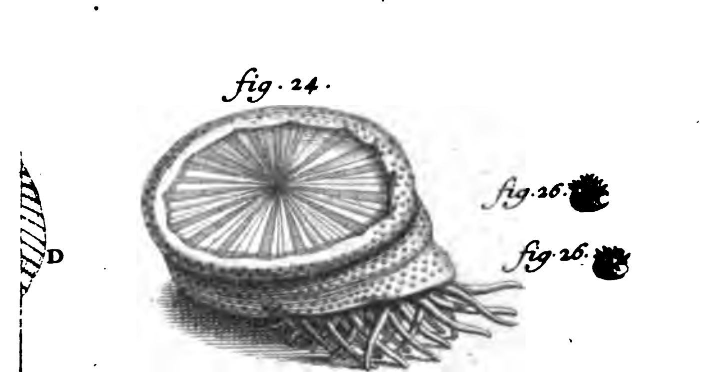
entre leur figure & celle des tuyaux charnus des autres poiſſons dont nous avons parlé. Les Etoiles n'ont point de ſi gros tuyaux pour ſervir à cet uſage ; c'eſt dequoy elles ſont dédommagées par une quantité prodigieuſe de petits tuyaux dont toute leur peau eſt remplie. Lorſqu'on prend des Etoiles en certains tems où elles ſont fort gonflées par l'eau, on voit bien vîte l'effet de ces tuyaux, en appercevant une infinité de jets d'eau tres-déliez qui ſortent partout de leur peau. Mais ſi l'on regarde alors avec attention l'Etoile, on voit que chacun de ces jets part d'un petit tuyau peu ſenſible à la vûë, qui le devient pourtant d'autant plus qu'on l'oblige de ſortir davantage en preſſant la peau de l'Etoile auprés de l'endroit où on l'a remarqué. Il paroît de figure conique, & d'une couleur blanche. Ces petits tuyaux ne ſont jamais diſtribuez ſéparément. Il y en a ordinairement ſix attachez les uns auprés des autres dans un petit eſpace. Pour les faire plus aiſément remarquer, on a repreſenté Fig. 31. un bout d'un rayon vû à la louppe, dans laquelle les lettres *CCC* ſont poſées auprés de trois de ces petits amas de tuyaux, qui ſont repreſentez allongez tels qu'ils le ſont lorſqu'ils jettent l'eau, ou qu'on les fait paroître en preſſant la peau de l'Etoile en *RRR* ; & dans tous les autres endroits du rayon où l'on n'a pas jugé à propos de mettre des lettres, on voit les mêmes amas de tuyaux, mais affaiſſés.

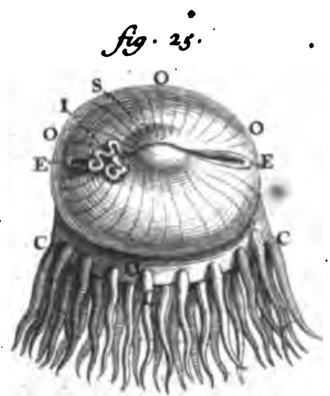
Ce Memoire beaucoup trop long ne contient qu'une partie des obſervations que j'ay faites ſur le mouvement progreſſif des animaux de mer ; un autre Memoire en contiendra la ſuite.




fig. 2.
fig. 3.
S
M
M
P
C
C
I
O
O
fig. 5.
L
B
C
fig. 6.
C
C
fig. 7.
I
O
fig. 9.
M
I
I
P
fig. 10.
P
I
T
fig. 11.
fig. 13.
P
fig. 14.
C
C
I
fig. 15.
A
A
C
C
I


fig. 17.
C
T
A
A
C
P
A
A
A
fig. 18.
fig. 21.
A
Q
B
B
fig. 22.
A
D
B O O O O B


fig. 24.
fig. 26.
fig. 26.
D


fig. 25.
S
O
I
O
O
E
E
C
C

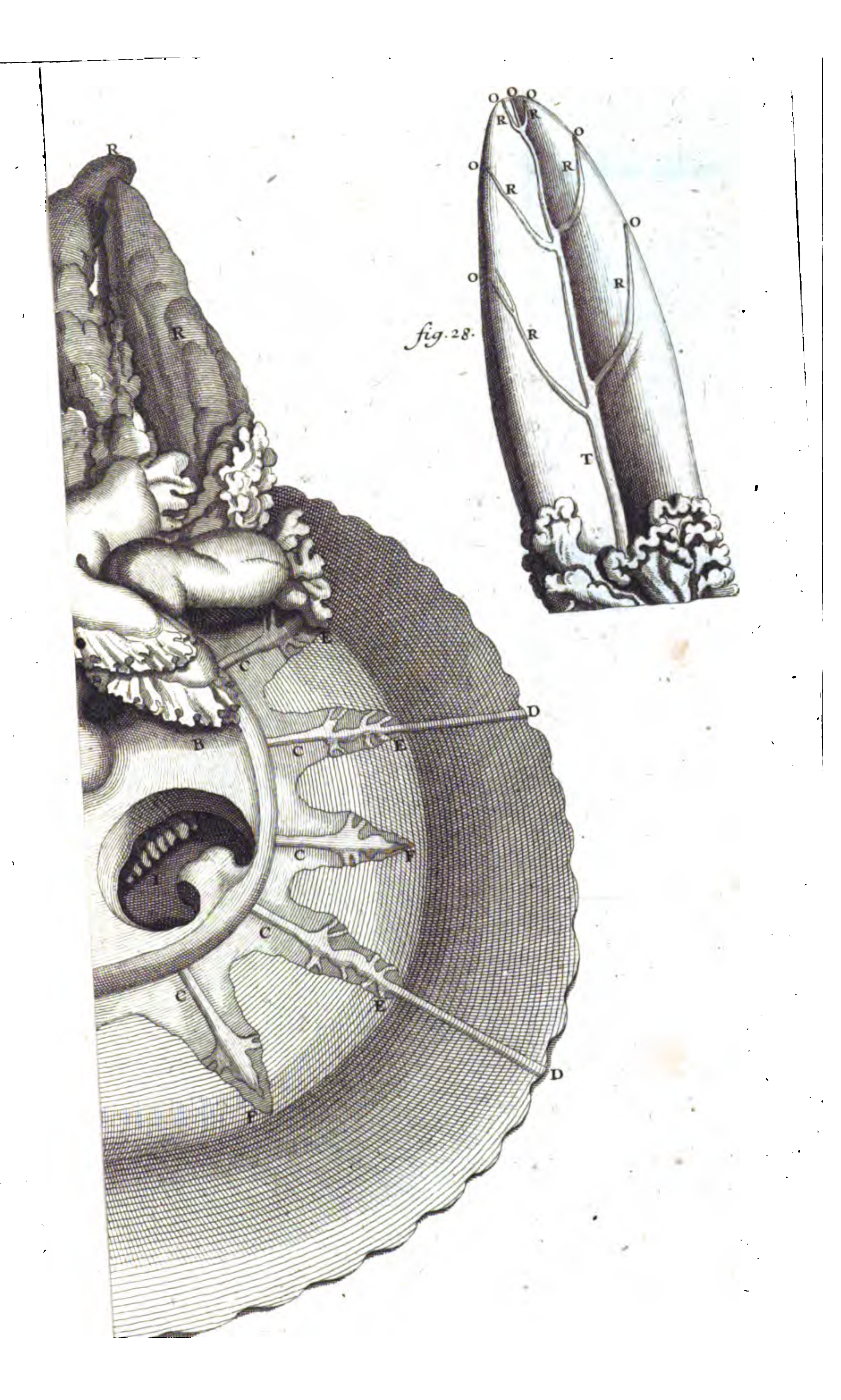
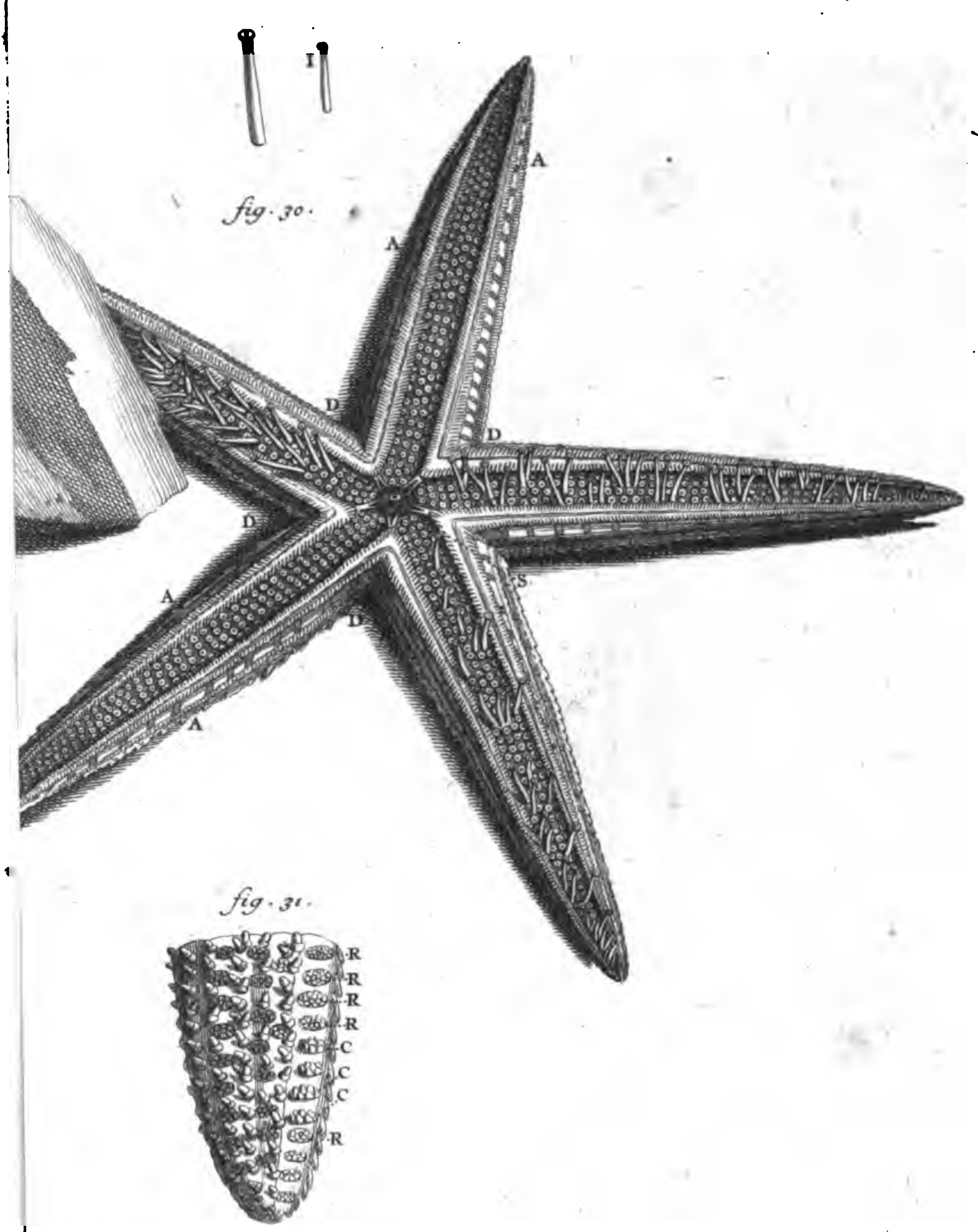
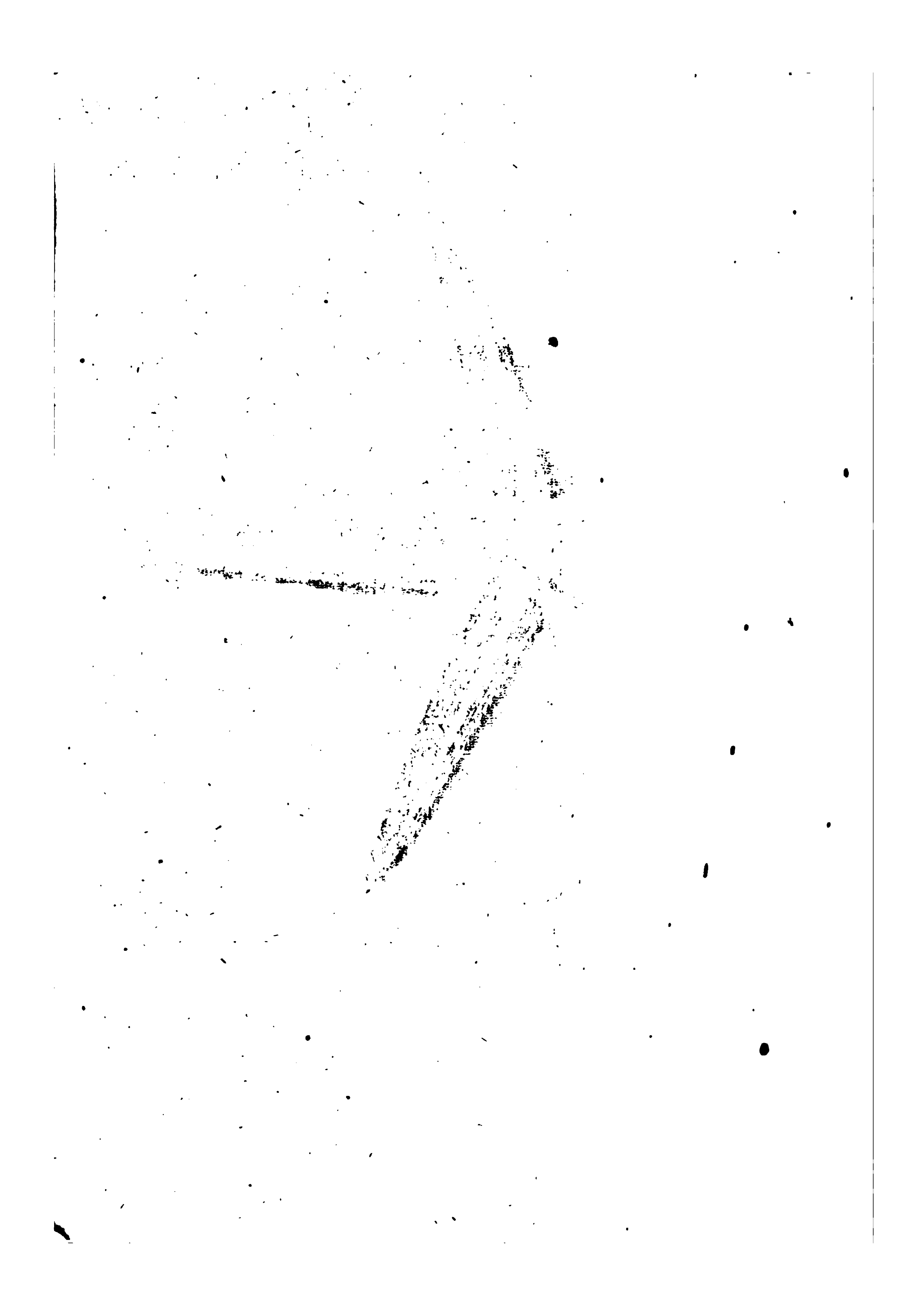


fig. 28.
O
O
O
O
O
O
O
R
R
R
R
R
R
R
T
R
R
E
C
D
C
E
B
C
F
C
C
E
D
F


fig. 30.
I
A
A
D
D
D
A
D
S
A
fig. 31.
R
R
R
R
C
C
C
R



ES MOUVEMENS

ıcés par des vitesses quelconques, & ensuite pri- ɔement accelerés en raison des tems écoulés, dans nilieux résistans en raison des sommes faites des ses effectives du mobile, & des quarrés de ces es vîtesses.

PAR M. VARIGNON.

ıs le Mem. du 4. Juin dernier, on a vû ce que s mouvemens primitivement accelerés en raison s écoulés, en commençant à zero de vitesse, de- ent dans des milieux résistans en raison des som- ɜs des vitesses que le mobile y auroit effective- ılgré leurs résistances, & des quarrés de ces mê- sses: on a vû, dis-je, dans ce Memoire quelles alors ces vitesses, les espaces qu'elles feroient r au mobile dans des tems quelconques, &c. esentement ce qui arriveroit aussi dans ces mi- es mouvemens commencés par des vitesses quel- , & ensuite accelerés encore primitivement en es tems écoulés, c'est à dire, à des mouvemens s un milieu sans résistance auroient encore des ɜmens égaux de vitesse en tems égaux, ainsi que le suppose dans la chute des corps. Nous nous s pour cela du Lemme par où commence le Me- u'on vient de citer.

1710. 17. Aoust.

PROBLÊME.

ɔnstruction générale du Lemme de la pag. 243. étant ɔsée, trouver les Courbes ARC *des résistances totales itesses perduës;* HUC *des vitesses restantes ou actuel- . dans les hypothèses,* 1°. *des résistances en raison des*

FIG. I. II. III.

sommes faites de ces vitesses & de leurs quarrés ; 2°. des vitesses primitives en raison des sommes faites d'une initiale constante quelconque augmentée d'autres, qui comme dans le Probl. de la pag. 244. croîtroient en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement : ainsi qu'il arriveroit dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur, si d'une force quelconque differente de la pesanteur quelconque d'un corps, on le jettoit verticalement de haut en bas dans un milieu sans résistance ni action.

SOLUTION.

FIG. I. II. III.

I. Suivant les art. 1. 2. du Lemme de la pag. 243. en se servant toûjours des noms qui y sont employés, la premiere des deux hypothêses de ce Problême-ci, laquelle est $z = u + \frac{uu}{a} = \frac{au+uu}{a}$, donnera encore ici, comme dans la Solut. du Probl. de la pag. 245. $z\,(TE) = \frac{au+uu}{a}$ $= \frac{AB \times TU + TU \times TU}{AB} = \frac{AB \times RV + RV \times RV}{AB} = \frac{AB \times \overline{TV-TR} + \overline{TV-TR}^2}{AB}$ $= \frac{a \times \overline{v-r} + \overline{v-r}^2}{a}$, en supposant $AB = a$ constante ; & la seconde donnera $v = TV = TX + XV = AF + FX = AF + AT = b + t$; d'où résulte $dv = dt$, & $b + t - r = v - r = TV - TR = RV = TU = u$. Donc en substituant ces valeurs de z, u, dv, dans les deux formules générales $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z}$, $\frac{dt}{a} = \frac{dv-du}{z}$, de l'art. 2. du Lemme de la pag. 243. La premiere se changera ici en $\frac{dt}{aa} = \frac{dr}{a \times \overline{b+t-r} + \overline{b+t-r}^2}$ pour la Courbe ARC des résistances totales ; & la seconde, en $\frac{dt}{aa} = \frac{dt-du}{au+uu}$ pour la Courbe HUC des vitesses restantes $TU\,(u)$, comme dans la Solut. 1. du Probl. de la pag. 245. Mais avec cette difference que ces vitesses TU commençant (*hyp.*) à zero en A dans ce Problême-là, & ici à une premiere vitesse $= AF\,(b)$; la Courbe HUC doit ici passer par un point H de AB perpendiculaire en A sur l'axe ATC, & pro-

longée où besoin sera du côté de B, lequel point H donne $AH = AF\ (b)$, au lieu que dans le Probl. de la pag. 144. Corol. 2. pag. 147. cette Courbe des vitesses restantes (u) devoit passer par A.

II. Pour construire les deux Courbes HVC, ARC, il faut considerer que la derniere équation $\frac{dt}{aa} = \frac{dt - du}{au + uu}$ de la Courbe HVC, donnant $audt + uudt = aadt - aadu$, ou $aadu = aadt - audt - uudt$, donne aussi $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$ pour l'équation de cette Courbe, comme dans la Solut. 1. du Probl. de la pag. 246. pour celle de ce Problême-là.

III. Soit encore (comme dans cette Solution-là) $\frac{5a^3y}{\overline{a+y}^2} = aa - au - uu$. l'on aura ici comme-là, $u = \frac{a-y}{a+y} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$, $dt = -\frac{a}{\sqrt{5}} \times \frac{dy}{y}$, & $y = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{a\sqrt{5} + a + 2u}$: lesquelles équations font voir que les y doivent être les ordonnées GT d'une logarithmique LGC sur l'asymptote ATC, de laquelle elle s'approche à l'infini du côté de C, y ayant sa soûtangente $= \frac{a}{\sqrt{5}}$. La derniere $y = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{a\sqrt{5} + a + 2u}$ de ces trois équations fait voir de plus que $AT\ (t)$ infinie, qui rend ainsi $GT\ (y) = 0$, doit rendre aussi $aa\sqrt{5} - aa - 2au = 0$, & conséquemment $u = \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$ aprés un tems infini : de sorte qu'en prenant AD de cette valeur sur AB perpendiculaire à AT, c'est à dire $AD = \frac{a\sqrt{5} - a}{2} = AB \times \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$; la droite DC parallele à AT, sera une asymptote de la Courbe HVC des vitesses restantes $TV\ (u)$.

IV. Cette même équation $y\ (GT) = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{a\sqrt{5} + a + 2u}$ fait voir qu'au commencement du mouvement en A, la premiere vitesse $u\ (hyp.) = b$, doit rendre la premiere ordonnée logarithmique $AL\ (y) = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2ab}{a\sqrt{5} + a + 2b}$: de sorte que cette premiere ordonnée AL sera positive ou negative, & conséquemment aussi toutes les autres ordonnées

GT (y) de la même logarithmique LGC, ſelon que b (AF) ſera moindre ou plus grande que $\frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ (AD); & $AL=0$ avec toutes les GT (y) $=0$, c'eſt à dire, la logarithmique LGC confonduë avec ſon aſymptote ATC, ſi b (AF) $=\frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ (AD). Ce qui produit deux cas dans les Fig. 1. 2. 3. Le premier de AL & de toutes les GT (y) poſitives du côté de H par raport à A, ſi b (AF ou AH) $<\frac{a\sqrt{5}-a}{4}$ (AD) comme dans les Fig. 1. 2. Le ſecond de AL & de toutes les GT (y) negatives de l'autre côté de A vers F, ſi b (AF ou AH) $>\frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ (AD), comme dans la Fig. 3. Ce qui change ici les équations $\frac{5a^3y}{\overline{a+y}^2}=aa-au-uu$, & $u=\frac{a-y}{a+y}\times\frac{a\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}a$, de l'art. 3. en $\frac{\pm 5a^3y}{\overline{a\pm y}^2}=aa-au-uu$, & en $u=\frac{a\mp y}{a\pm y}\times\frac{a\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}a$, dont les ſignes ſuperieurs, haut & bas de la fraction, ſont pour le cas des Fig. 1. 2. & les inferieurs pour celui de la Fig. 3.

V. Cela étant, ſi l'on prend $AB=a$, perpendiculaire en A ſur AT, & par tout enſuite TU (u) $=\frac{AB\mp GT}{AB\pm GT}\times\frac{AB\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}AB\left(\frac{a\mp y}{a\pm y}\times\frac{a\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}a\right)$; c'eſt à dire, $TU=\frac{AB-GT}{AB+GT}\times\frac{AB\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}AB$ dans le cas des Fig. 1. 2. & $TU=\frac{AB+GT}{AB-GT}\times\frac{AB\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}AB$ dans celui de la Fig. 3. La ligne HUC qui paſſera par tous les points U ainſi trouvés, ſera la Courbe cherchée des viteſſes reſtantes u (TU) malgré les réſiſtances ſuppoſées, laquelle (*art.* 1.) eſt exprimée par $dt=\frac{aadu}{aa-au-uu}$. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

VI. Cette Courbe HUC des viteſſes TU (u) reſtantes des primitives TV (v) malgré les réſiſtances ſuppoſées, étant ainſi conſtruite, il n'y aura plus qu'à prendre par tout $UR=TV$ (*hyp.*) $TX+XV=AF+FX=AF+AT$; & la ligne ARC, qui paſſera par tous les

points R ainſi trouvés, ſera ici (*Lem. art.* 1. *pag.* 243.) la Courbe des réſiſtances totales TR (r), ou des viteſſes perduës, exprimée (*art.* 1.) par $dt = \frac{aadr}{a \times \overline{b+t-r} + \overline{b+t-r}^2}$. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Puiſque (*Solut. art.* 4.) $AL = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2ab}{a\sqrt{5} + a + 2b}$, il eſt manifeſte que GT (y) en AL, doit y donner auſſi $y = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2ab}{a\sqrt{5} + a + 2b}$. Ainſi ayant en général $y = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{a\sqrt{5} + a + 2u}$, GT en AL doit y donner $\frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{a\sqrt{5} + a + 2u} = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2ab}{a\sqrt{5} + a + 2b}$, & conſéquemment $u = b$, ou TU (u) $= AF$ (b). Mais GT en AL, rend TU en AH. Donc la premiere AH des viteſſes TU (u) au commencement A du tems AT (t) eſt égale à l'initiale AF (b) dans tous les cas poſſibles des Fig. 1. 2. 3.

COROLLAIRE II.

Puiſque TU en AH, y rend dans tous les cas (*Corol.* 1.) $u = b$, l'équation (*Solut. art.* 2.) $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$ de la Courbe HUC doit s'y changer en $dt = \frac{aadu}{aa - ab - bb}$; ce qui fait voir que cette Courbe doit rencontrer en H ſon ordonnée AH (perpendiculaire en A ſur AT) ſous un angle AHU dont le ſinus ſoit à celui de ſon complément :: aa. $aa - ab - bb$. dans tous les cas poſſibles des Fig. 1. 2. 3. & conſéquemment ſous un angle de 45. deg. dans celui de la Fig. 1. dans qui la viteſſe initiale eſt $b = 0$, ainſi que dans le Corol. 1. de la pag. 247. où l'on a déja trouvé la même choſe pour ce cas-ci.

COROLLAIRE III.

Quant à la Courbe ARC, dont (*Solut. art.* 1.) l'équation eſt $dt = \frac{aadr}{a \times \overline{b+t-r} + \overline{b+t-r}^2}$, elle doit rencontrer ſon axe AT en A ſous un angle TAR dont le ſinus ſoit à celui

de ſon complément : : $ab+bb. aa$. Puiſque TR (r) en A, rendant $r=0$, & t (AT) $=0$, réduit cette équation à $dt=\frac{aadr}{ab+bb}$. De plus les dr croiſſant ou décroiſſant ici avec les $b+t-r$ (u ou TU) correſpondantes, cette Courbe ARC tournera ſa convexité ou ſa concavité en même ſens ou de même côté que la Courbe HVC tournera la ſienne.

COROLLAIRE IV.

L'équation TU (u) $=\frac{AB-GT}{AB+GT}\times\frac{AB\sqrt{s}}{2}-\frac{1}{2}AB$ trouvée dans l'art. 5. de la Solut. pour le cas des Fig. 1. 2. dans leſquelles AH (b) eſt moindre que AD $\left(\frac{a\sqrt{s}-a}{2}\right)$, fait voir que les viteſſes reſtantes TU (u) y doivent toûjours croître depuis la premiere AH (b), à meſure que les GT (y) diminuënt ; puiſque le raport $\frac{AB-GT}{AB+GT}$ croît à meſure que les GT (y) deviennent plus petites ; ce qui leur arrive à l'infini (*Solut. art.* 3.) du côté de C.

COROLLAIRE V.

Au contraire l'équation TU (u) $=\frac{AB+GT}{AB-GT}\times\frac{AB\sqrt{s}}{2}-\frac{1}{2}AB$ trouvée dans l'art. 5. de la Solut. pour le cas de la Fig. 3. dans lequel AH (b) eſt plus grande que AD $\left(\frac{a\sqrt{s}-a}{2}\right)$, fait voir que les viteſſes reſtantes TU (u) y doivent toûjours diminuer avec GT (y) ; puiſque le raport ou la fraction $\frac{AB+GT}{AB-GT}$ diminuë à meſure que les GT deviennent plus petites, c'eſt à dire (*Solut. art.* 3.) à l'infini du côté de C.

COROLLAIRE VI.

Quoique les TU croiſſent à l'infini (*Corol.* 4.) depuis AH du côté de C dans les Fig. 1. 2. & qu'elles diminuënt au contraire à l'infini (*Corol.* 5.) du même côté de C dans la Fig. 3. Celles-là (*Fig.* 1. 2.) ne peuvent jamais

mais être plus grandes, ni celles-ci (*Fig.* 3.) plus petites que AD $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$, même quand AT seroit infinie; puisque AT infinie, rendant (*Solut. art.* 3.) $GT=0$, l'équation générale $TU=\frac{\overline{AB}+GT}{AB+GT}\times\frac{AB\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}AB$ trouvée dans la Solut. art. 5. pour tous les cas (*Fig.* 1. 2. 3.) se réduiroit alors à $TU=\frac{AB\sqrt{5}-AB}{2}=\frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ (*Solut. art.* 3.) $=AD$. Ce qui fait encore voir que dans quelque cas que ce soit, la Courbe HUC des vitesses restantes TU (u) ne peut arriver jusqu'en DC parallele à ATC qu'à une distance infinie de AD perpendiculaire à l'une & à l'autre dans l'origine A des tems ou des abscisses AT (t); & qu'ainsi dans tous les cas imaginables cette droite DC doit être une asymptote de cette Courbe HUC, comme on l'a déja vû pour tous ces cas dans l'art. 3. de la Solution, & pour celui de la Fig. 1. dans le Corol. 1. de la pag. 247. où les vitesses commencent à zero comme ici lorsque $b=0$.

COROLLAIRE VII.

Puisque (*Corol.* 6.) lorsque AH (*Fig.* 1. 2.) est moindre que AD, les vitesses TU (u) croissent toûjours jusqu'à DC; & que lorsque AH (*Fig.* 3.) est plus grande que AD, ces vitesses TU décroissent toûjours jusqu'à la même DC, à laquelle le Corol. 6. fait voir qu'elles n'aboutiront de part & d'autre qu'aprés un tems infini AT (t), qui à la fin rendroit TU (u) $=AD$ $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$, & changeroit ainsi l'équation $dt=\frac{aadu}{aa-au-uu}$ de la Courbe HUC en $dt=\frac{4aadu}{4aa-2aa\times\sqrt{5}+1-aa\times\overline{\sqrt{5}-1}^2}=\frac{4du}{4-2\sqrt{5}+2-5+2\sqrt{5}-1}$ $=\frac{4du}{0}$; Alors par tout là les accroissemens ou décroissemens du se trouvant nuls, il est manifeste que si le mouvement continuoit, ce seroit aprés cela d'une vitesse cőstante $=AD$ $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$ qui le rendroit uniforme. Aussi ce cas de $u=\frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ changeant l'équation $v-r=u$ trouvée dans

la Solut. art. 1. en $v-r=\frac{a\sqrt{s}-a}{2}$, donneroit-il alors $dv-dr=0$, ou $dv=dr$, c'eſt à dire (*Lem. art.* 4. *pag.* 244.) la peſanteur du mobile égale à la réſiſtance que lui feroit alors le milieu ſuppoſé, en regardant cette peſanteur conſtante comme cauſe de l'acceleration primitive (dv) continuellement (*hyp.*) ajoûtée à la viteſſe initiale *AH* ou *AF* (b) laquelle fût ici de projection verticale de haut en bas. Et cette égalité de la peſanteur du mobile avec la réſiſtance qui s'oppoſeroit ici à ſa viteſſe *AD* $\left(\frac{a\sqrt{s}-a}{2}\right)$, empêchant également l'une & l'autre de rien changer à cette viteſſe; cette même viteſſe *AD*, non-ſeulement reſteroit uniforme tant que le mouvement continuëroit dans le milieu ſuppoſé, mais encore ſeroit la plus grande (appellée *terminale* par M. Hughens) que le mobile pût jamais y aquerir en vertu de ſa peſanteur. Ainſi, au langage de M. Hughens, la viteſſe *AD* $\left(\frac{a\sqrt{s}-a}{2}\right)$ à laquelle dans tous les cas les viteſſes reſtantes *TV* (u) ſe réduiroient ici aprés un tems *AT* (t) infini; ſeroit égale à la terminale du mobile dans le milieu ſuppoſé.

COROLLAIRE VIII.

Donc ſi la viteſſe *AH* (b) de projection verticale de haut en bas, ſe trouvoit égale à la terminale *AD* $\left(\frac{a\sqrt{s}-a}{2}\right)$ du corps jetté, c'eſt à dire (*Corol.* 7.) égale à la plus grande qu'il pût aquerir en vertu de ſa peſanteur conſtante en tombant dans le milieu ſuppoſé; le mouvement de ce corps ſeroit uniforme à l'infini dés le premier inſtant de ſa chute! puiſque ce cas de $u\,(b)=\frac{a\sqrt{s}-a}{2}$ dés ce premier inſtant, qui rend dés-lors (comme dans le Corol. 7.) la réſiſtance du milieu égale à la peſanteur du mobile, rendant ce corps par leur équilibre comme s'il n'avoit aucune peſanteur, ni le milieu aucune réſiſtance, rendroit auſſi la viteſſe de projection hors d'état d'être augmen-

tée ni retardée, la pesanteur devant l'emporter sur la résistance pour le premier, & la résistance sur la pesanteur pour le second, ce que leur égalité une fois arrivée ne permet plus.

COROLLAIRE IX.

Ce seroit encore en ce que ce cas de b $(AH) = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ (AD) ou de $2ab = aa\sqrt{5} - aa$, réduisant AL (*Solut. art.* 4.) $= \frac{aa\sqrt{5}-aa-2ab}{a\sqrt{5}+a+2b}$, à $AL = 0$, & conséquemment la logarithmique LGC à se confondre avec son asymptote ATC, en rendant aussi toutes ses GT $(y) = 0$; ce même cas réduiroit l'équation $u = \frac{\overline{a+y}}{\overline{a+y}} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$ trouvée dans la Solut. art. 4. à u $(TU) = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ (AD), c'est à dire que ce cas donneroit par tout $TU = AD$ (*Corol.* 1.) $= AH$, & confondant ainsi la Courbe HUC avec son asymptote DC, rendroit (malgré les résistances supposées) la vitesse TU (u) par tout uniforme $= AD$ $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$; d'où l'on voit encore qu'en ce cas la pesanteur du mobile seroit par tout égale à la résistance du milieu, c'est à dire, égale à chaque résistance instantanée de ce milieu.

COROLLAIRE X.

Cette égalité de la pesanteur constante du mobile avec chaque résistance instantanée du milieu supposé, rendant (*Lem. art.* 4. *pag.* 244.) $dr = dv$ (la Solution donnant $v = b + t$) $= dt$, fait voir aussi qu'alors la Courbe ARC des résistances totales ou des vitesses perduës degénereroit en une ligne droite parallele à FVC, & donneroit par-là $AF = RV$ (*Solut. art.* 6.) $= TU$: de sorte que le Corol. 1. donnant $AF = AH$ (*hyp.*) $= AD$, on retrouve encore ici TU $(u) = AD$ $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$ conformément aux précedens Corol. 8. 9. c'est à dire (comme dans ces deux Corollaires) que dés que la vitesse d'un corps jetté verticalement de haut en bas, sera égale à sa terminale, le

mouvement en sera uniforme pour toûjours aprés cela dans le milieu résistant supposé. Par conséquent lorsque la vitesse *AF* ou *AH* de projection verticale de haut en bas, sera égale à la terminale *AD* du corps ainsi jetté dans ce milieu, la Courbe *HVC* dégenerera en une ligne droite confonduë avec son asymptote *DC*, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 9.

COROLLAIRE XI.

Fig. I.

Mais si la force ou vitesse *AH* ou (*Corol.* 1.) *AF* (b) de projection étoit nulle, ensorte que le mobile n'eût plus que sa pesanteur pour descendre, ainsi que dans le Probl. de la pag. 244. le point *H* se trouvant alors en *A* aussi bien que le point *F*, comme dans la Fig. 1. la Courbe *HVC* seroit non-seulement la même, mais aussi en même position que dans ce Problême-là qu'on voit n'être qu'un cas de celui-ci, lequel par conséquent donneroit aussi tous les Corollaires qu'on a tirés de celui-là, en faisant ainsi *AH* (b) $= 0$ dans tout ce qu'on voit ici & dans la suite.

COROLLAIRE XII.

Fig. I. II. III.

De ce que dans tous les cas (*Corol.* 6.) $AD = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$, & (*Solut. art.* 5.) $AB = a$, l'on aura en général $AB.\ AD :: a.\ \frac{a\sqrt{5}-a}{2} :: 2.\ \sqrt{5}-1$. c'est à dire *AB* plus grande que *AD* dans tous les cas; & conséquemment (*Corol.* 4. 5. 6.) plus grande que *AH* dans celui des Fig. 1. 2. & en telle raison qu'on voudra à *AH* dans celui de la Fig. 3.

COROLLAIRE XIII.

Il suit encore en général des Corol. 6. 7. 8. 9. que les vitesses *TV* (u) restantes de celle de projection & des primitivement accelerées, à la fin des tems *AT*, doivent être ici à la plus grande *AD* $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$ que le mobile puisse jamais avoir dans le milieu supposé en vertu de la

ſeule peſanteur, même aprés un tems infini : : TU. AD. Et qu'ainſi (*Lem. art.* 3. *pag.* 244.) les eſpaces ici parcourus en vertu de ces viteſſes reſtantes TU (u) pendant un tems AT (t) quelconque, doivent être à ce que le mobile en parcouroit en pareil tems d'une viteſſe uniforme égale à ſa terminale AD $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$: : $ATUH$. $ATSD$.

COROLLAIRE XIV.

Quant à la comparaiſon entr'eux de ces eſpaces ici parcourus en vertu des viteſſes reſtantes TU (u) pendant les tems AT (t), on voit de même (*Lem. art.* 3. *pag.* 244.) que ces eſpaces doivent être entr'eux comme les aires correſpondantes $ATUH$ ($\int u\,dt$). Mais la Solution (*art.* 4.) donnant en général $\frac{\mp 5a^3y}{\overline{a\pm y}^2} = aa - au - uu$, & $u = \frac{a\mp y}{a\pm y} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$, dont les ſignes ſuperieurs de $\mp$, $\pm$, ſont pour le cas des Fig. 1. 2. & les inferieurs pour celui de la Fig. 3. D'où réſulte $du = \mp\frac{a\sqrt{5}}{2}dy \times \frac{a\pm y + a\mp y}{\overline{a\pm y}^2} = \mp\frac{a\sqrt{5}}{2} \times dy \times \frac{2a}{\overline{a\pm y}^2} = \frac{\mp dy}{\overline{a\pm y}^2} \times aa\sqrt{5}$, & conſéquemment $\frac{aadu}{aa-au-uu}$ (dt) $= \frac{\mp dy \times a^4\sqrt{5}}{\pm 5a^3y} = -\frac{dy}{y} \times \frac{a}{\sqrt{5}}$, c'eſt à dire en général, $dt = -\frac{dy}{y} \times \frac{a}{\sqrt{5}}$ comme dans l'art. 3. de la Solution ; cette Solution doit auſſi donner en général $u\,dt = \frac{-ady\pm ydy}{ay\pm yy} \times \frac{aa}{2} + \frac{dy}{y} \times \frac{aa}{2\sqrt{5}}$ (à cauſe de $\frac{-ady\pm ydy}{ay\pm yy} = -\frac{dy}{y} \pm \frac{2dy}{a\pm y}$) $= -\frac{dy}{y} \times \frac{aa}{2} \pm aa \times \frac{dy}{a\pm y} + \frac{dy}{y} \times \frac{aa}{2\sqrt{5}} = \frac{aa-aa\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \times \frac{dy}{y} \pm aa \times \frac{dy}{a\pm y}$, dont l'intégrale eſt $\int u\,dt$ ($ATUH$) $= \frac{aa-aa\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \times ly \pm aa \times l\overline{a\pm y} + q = \frac{aa-aa\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \times lGT \pm aa \times l\overline{AB+GT} + q$, en prenant GT pour la valeur de y dans ly, & de $\pm y$ dans $l\overline{a\pm y}$, l'art. 4. de la Solut. donnant $\pm y$ pour expreſſion générale de GT dans tous les cas. Mais celui de $ATUH = 0$, qui (en rendant $TU = AH$) rend $GT = AL$, réduit cette

intégrale à $o = \frac{aa - aa\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \times lAL \pm aa \times l\overline{AB + AL} + q$, d'où résulte $q = \frac{aa\sqrt{5} - aa}{2\sqrt{5}} \times lAL \mp aa \times l\overline{AB + AL}$. Donc cette intégrale précise est $ATUH = \frac{aa - aa\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \times lGT + \frac{aa\sqrt{5} - aa}{2\sqrt{5}} \times lAL \pm aa \times l\overline{AB + GT} \mp aa \times l\overline{AB + AL}$ (la Solut. art. 3. donnant $\frac{a\sqrt{5} - a}{2} = AD$) $= -\frac{a}{\sqrt{5}} \times AD \times lGT + \frac{a}{\sqrt{5}} \times AD \times lAL \pm aa \times l\overline{AB + GT} \mp aa \times l\overline{AB + AL}$.

Or si aprés avoir pris dans les Fig. 1. 2. $B\lambda = AL$, $B\gamma = GT$, depuis l'origine B vers λ sur AB prolongée de ce côté-là ; & dans la Fig. 3. $Ab = AB$, $b\lambda = AL$, $b\gamma = GT$, sur BA prolongée de l'autre côté de AT ; on fait λM, γP, BY, bY, paralleles à TA ; & que des points M, P, Y, où elles rencontrent la logarithmique CGL prolongée aussi du côté de M, on lui fasse les ordonnées MN, PQ, YZ, perpendiculaires en N, Q, Z, sur TA prolongée de ce côté-là : l'on aura (en prenant AL pour l'unité) $lAL = o$, $lGT = -AT$, $l\overline{AB + AL} = lA\lambda = lMN = AN$, & $l\overline{AB + GT} = lA\gamma = lPQ = AQ$. Donc l'intégrale précedente sera aussi pour lors $ATUH = \frac{a}{\sqrt{5}} \times AD \times AT \pm aa \times AQ \mp aa \times AN = \frac{a}{\sqrt{5}} \times AD \times AT \mp aa \times NQ = \frac{AB \times AD \times AT}{\sqrt{5}} \mp AB \times AB \times NQ$, dans laquelle valeur NQ aura son origine en N, qui répond à la plus grande $GT = AL = B\lambda$ dans les Fig. 1. 2. ou $GT = AL = b\lambda$ dans la Fig. 3. lorsque $AT = o$ dans toutes ; & son terme en Z qui répond à la plus petite $B\gamma = GT = o$ dans les Fig. 1. 2. $b\gamma = GT = o$ dans la Fig. 3. lorsque AT est infinie dans toutes.

Donc enfin (*Lem. art.* 3. *pag.* 244.) les espaces parcourus pendant les tems AT (t), seront ici entr'eux dans tous les cas possibles, comme les grandeurs $\frac{AB \times AD \times AT}{\sqrt{5}} \mp AB \times AB \times NQ$ correspondantes, ou comme les correspondantes $AD \times AT \mp AB \times NQ \times \sqrt{5}$: c'est à dire, comme les correspondantes $AD \times AT - AB \times NQ \times \sqrt{5}$ dans le cas des Fig. 1. 2. & comme les correspondantes $AD \times AT$

$+AB \times NQ \times \sqrt{5}$ dans celui de la Fig. 3.

AUTRE SOLUTION.

I. Soit presentement $\pm\frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$, ou $xx = \frac{5}{4} \times \frac{\pm a^4}{aa - au - uu} = \frac{5}{4} \times \frac{a^4}{\pm aa \mp au \mp uu}$, d'où résulte $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa}{\sqrt{\pm aa \mp au \mp uu}}$, & conséquemment $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}$ au commencement du mouvement où l'on suppose la premiere vitesse $u = b$: c'est à dire alors $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa}{\sqrt{aa - ab - bb}}$ dans le cas (*Fig.* 1. 2.) de $b < \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$, & $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa}{\sqrt{-aa + ab + bb}}$ dans celui (*Fig.* 3.) de $b > \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$: D'où l'on voit que les superieurs des doubles signes $\pm$, $\mp$, sont pour le premier de ces deux cas, & les inferieurs pour le second.

II. L'équation $\pm\frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$ donne aussi $uu + au + \frac{1}{4}aa = \frac{5}{4}aa \mp \frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx} = \frac{5}{4} \times \frac{aaxx \mp a^4}{xx}$, & conséquemment $u + \frac{1}{2}a = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx \mp aa}$, ou $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx \mp aa} - \frac{1}{2}a$; d'où résulte $du = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{-dx\sqrt{xx \mp aa} + \frac{xxdx}{\sqrt{xx \mp aa}}}{xx} = \frac{-xxdx \pm aadx + xxdx}{xx\sqrt{xx \mp aa}} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{\pm aadx}{xx\sqrt{xx \mp aa}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{a^3dx}{xx\sqrt{xx \mp aa}}$. Donc ayant aussi (*art.* 1.) $\pm\frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$, l'on aura ici $\frac{aadu}{aa - au - uu} = \frac{\pm\frac{\sqrt{5}}{2} \times a^5dx}{\pm\frac{5}{4}a^4\sqrt{xx \mp aa}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{adx}{\sqrt{xx \mp aa}} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$. Mais on a aussi trouvé ci-dessus (*Solut.* 1. *art.* 2.) $\frac{aadu}{aa - au - uu} = dt$. Donc on aura pareillement ici $dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$. Par conséquent (en intégrant) $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$: c'est à dire $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx - aa}}$ pour le cas (*Fig.* 1. 2.) de $b < \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$, & $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx + aa}}$ pour celui (*Fig.* 3.) de $b > \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$.

FIG. IV. V. VI.

III. Pour trouver ces deux intégrales à la fois, soit une hyperbole équilatere LPO sur l'axe ZC, dont le centre soit Z, le demi-axe transverse $ZL = a = AB$, les abscisses $ZQ = x$, & conséquemment les ordonnées perpendiculaires correspondantes $QP = \sqrt{xx \mp aa}$: sçavoir $QP = \sqrt{xx - aa}$ dans les Fig. 4. 5. pour le cas de $b < \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$, & $QP = \sqrt{xx + aa}$ dans la Fig. 6. pour le cas de $b > \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$. Soit prise $ZM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, & faite sur elle en M une perpendiculaire MB qui rencontre l'hyperbole LPO en Δ, son asymptote ZO en D, & la droite ZP en N.

1°. Par la nature de l'hyperbole LPO, l'on aura en général $M\Delta = \sqrt{\frac{5}{4}aa \mp aa}$: sçavoir $M\Delta = \sqrt{\frac{5}{4}aa - aa} = \sqrt{\frac{1}{4}aa} = \frac{1}{2}a$ dans les Fig. 4. 5. & $M\Delta = \sqrt{\frac{5}{4}aa + aa} = \sqrt{\frac{9aa}{4}} = \frac{1}{2}a$ dans la Fig. 6.

2°. Les triangles (*Constr.*) semblables ZQP, ZMN, donneront aussi en général $ZQ\ (x).\ ZM\ \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right) :: QP\ (\sqrt{xx \mp aa}).\ MN = \frac{a\sqrt{5}}{2x}\sqrt{xx \mp aa}$. De sorte qu'en prenant $MA = \frac{1}{2}a$, ce qui fera (*nomb.* 1.) tomber A en Δ dans les Fig. 4. 5. l'on aura dans toutes les trois Fig. 4. 5. 6. $AN = \frac{a\sqrt{5}}{2x}\sqrt{xx \mp aa} - \frac{1}{2}a$ (*art.* 2.) $= u$, vitesse restante à la fin du tems t malgré les résistances supposées.

IV. De plus ayant (*hyp.*) $u = b$ au commencement du mouvement, & conséquemment alors (*art.* 1.) $x = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}$, & conséquemment aussi pour lors $\sqrt{xx \mp aa} = \sqrt{\frac{\frac{5}{4}a^4}{\pm aa \mp ab \mp bb} \mp aa} = \frac{\sqrt{\frac{5}{4}a^4 - a^4 + a^3b + aabb}}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}a^4 + a^3b + aabb}}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}} = \frac{\frac{1}{2}aa + ab}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}$; si l'on prend l'abscisse $Z\varphi\ (x) = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}$, & conséquemment l'ordonnée correspondante $\varphi\psi\ (\sqrt{xx \mp aa}) = \frac{\frac{1}{2}aa + ab}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}$, & qu'on mene la droite $Z\psi$ qui rencontre MB en H ;

les

les triangles semblables $Z\varphi\psi$, ZMH, donneront aussi $Z\varphi \left(\frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}\right) . \varphi\psi \left(\frac{\frac{1}{2}aa + ab}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}\right) :: ZM \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right) . MH = \frac{1}{2}a + b$. Donc ayant déja (*art.* 3. *nomb.* 2.) $MA = \frac{1}{2}a$, l'on aura aussi $AH = b$ vitesse initiale supposée ; & de plus $AD = MD - AM = ZM - AM = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$.

V. Puisque (*art.* 3. *nomb.* 2.) $AN = u$ vitesse restante à la fin du tems t malgré les résistances supposées, & (*art.* 4.) $AH = b$ vitesse initiale, ou supposée au commencement de ce tems ; il est manifeste que $t = 0$, rendant $u = b$, rend aussi $AN = AH$, & conséquemment ZP en $Z\psi$, QP en $\varphi\psi$, & ZQ en $Z\varphi$; ce qui réduit alors le secteur hyperbolique LZP à $LZ\psi$.

VI. Aprés cela pour trouver l'intégrale $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$ requise dans l'art. 2. soit l'ordonnée qp infiniment proche de QP, avec la droite Zp infiniment proche de ZP. Le triangle rectangle $ZQP = \frac{x}{2}\sqrt{xx \mp aa}$ differentié donnera $QPpq \pm PZp = \frac{dx\sqrt{xx \mp aa}}{2} + \frac{xxdx}{2\sqrt{xx \mp aa}} = \frac{2xxdx \mp aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$. Mais le trapese $QPpq = dx\sqrt{xx \mp aa} = \frac{2xxdx \mp 2aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$. Donc le secteur hyperbolique $\pm PZp = \frac{\pm aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$, ou $\frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}} = PZp$. Par conséquent (en intégrant) $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}} = LZP + q$. Donc ayant en général (*art.* 2.) $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$, l'on aura aussi en général $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times LZP + q$. Mais le cas de $t = 0$, rendant (*art.* 5.) $LZP = LZ\psi$, réduit cette intégrale à $0 = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times LZ\psi + q$, d'où résulte $q = -\frac{4}{a\sqrt{5}} \times LZ\psi$. Donc cette intégrale complette est $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times LZP - \frac{4}{a\sqrt{5}} \times LZ\psi$.

$= \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \psi ZP$ (l'art. 3. donnant $ZM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, & conséquemment $\frac{2}{ZM} = \frac{4}{a\sqrt{5}}$) $= 2 \times \frac{\psi ZP}{ZM}$, en commençant à l'origine ψ vers O à l'infini.

VII. Donc en prenant par tout du point A sur la droite ATC parallele à ZC, les abscisses $AT = 2 \times \frac{\psi ZP}{ZM}$, l'on aura aussi par tout (*art.* 6.) ces $AT = t$ pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement. Mais on a d'ailleurs (*art.* 3. *nomb.* 2.) les $AN = u$ pour les vitesses restantes à la fin de ces tems malgré les résistances supposées. Donc en faisant autant de rectangles NT, de chacune des AT (t) & AN (u) correspondantes, la ligne VC qui passera par tous leurs angles V ainsi trouvés à l'infini, sera la Courbe cherchée des vitesses (u) restantes à la fin des tems (t) malgré les résistances supposées, laquelle on a vû (*Solut.* 1. *art.* 2.) avoir $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$ pour son équation, les AT (t) & AN (u) venant (*art.* 3. *nomb.* 2. & *art.* 6.) d'en résulter. *Ce qu'il falloit encore premierement trouver.*

VIII. Si l'on prend presentement $AF = AH$ (*art.* 4.) $= b$ sur DA du côté de M, & qu'on mene la droite FV inclinée de 45. deg. sur FX parallele à ATC, lesquelles rencontrent VT prolongée en V, X; le Lem. art. 1. pag. 244. donnera $TV = v$ pour les vitesses primitives qui dans le vuide, & à la fin des tems AT ou FX, résulteroient de l'initiale AF (b) & de l'acceleration qu'on y suppose avec Galilée en raison de ces tems écoulés, desquelles vitesses primitives TV (v) les restantes à la fin de ces mêmes tems dans le milieu résistant supposé, seroient TU (u). Le même Lem. art. 1. pag. 243. fait voir aussi qu'aprés la construction précedente (*art.* 7.) de la Courbe VC de ces vitesses restantes TU (u), si l'on prend par tout $UR = TV$, la ligne ARC, qui passera par tous les points R ainsi trouvés, sera pareillement la Courbe des résistances totales TR (r) faites par le milieu résistant supposé pendant chaque tems entier écou-

lé AT (t); & conféquemment auffi la Courbe des viteffes perduës ou retranchées des primitives TV (v) pendant chacun de ces tems entiers, enforte que les reftantes à la fin de ces tems malgré les réfiftances fuppofées, ne foient que TU (u) $= UR - TR = TV - TR = RV$ conformément à l'art. 1. du Lem. de la pag. 243. *Ce qu'il falloit encore fecondement trouver.*

COROLLAIRE XV.

Puifque (*hyp.*) $u = b$ au commencement du mouvement, qui rend AT (t) $= 0$, il eft manifefte que T en A rendra ici TU (u) $= b$ (*Solut.* 2. *art.* 4.) $= AH$; & qu'ainfi la Courbe UC pafféra par H, ainfi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 1.

COROLLAIRE XVI.

Le cas de x infinie dans $\frac{a\sqrt{s}}{2x}\sqrt{xx+aa} - \frac{1}{2}a$ (*Solut.* 2. *art.* 3. *nomb.* 2.) $= AN$ (*Solut.* 2. *art.* 7.) $= TU$, rendant pour lors TU (u) $= \frac{a\sqrt{s}}{2x}\sqrt{xx} - \frac{1}{2}a = \frac{a\sqrt{s}-a}{2}$ (*Solut.* 2. *art.* 4.) $= AD$; cette même x (ZQ) infinie rendant auffi pour lors le fecteur hyperbolique $\frac{1}{4}ZP$ infini, & conféquemment le tems AT $\left(2 \times \frac{\frac{1}{4}ZP}{zm}\right)$ pareillement infini; il eft manifefte que ce cas de AT (t) infini, doit rendre par tout ici la derniere viteffe TU (u) $= AD$, qui pour cette raifon eft appellée *terminale*: c'eft à dire que AD $\left(\frac{a\sqrt{s}-a}{2}\right)$ doit être la plus grande de toutes les viteffes poffibles TU (u) reftantes des primitives TV (v) malgré les réfiftances fuppofées dans les Fig. 4. 5. dans lefquelles la viteffe initiale AD (b) eft moindre que AD $\left(\frac{a\sqrt{s}-a}{2}\right)$; & la moindre de toutes les poffibles dans la Fig. 6. dans laquelle l'initiale AH (b) eft plus grande que cette terminale AD $\left(\frac{a\sqrt{s}-a}{2}\right)$. D'où l'on voit que DC parallele à ATC, doit être une afymptote de la

Courbe HUC des viteſſes reſtantes TU (u) dans tous les cas poſſibles, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 6. Et delà ſuivent encore les Corol. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. de la maniere qu'on les a vû ſuivre de ce Corol. 6.

COROLLAIRE XVII.

Pour ce qui eſt des eſpaces ici parcourus pendant les tems AT (t) en vertu des viteſſes TU (u) reſtantes des primitives TV (v) à chaque inſtant de ces tems ; la Solut. 2. art. 2. ayant donné $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x}\sqrt{xx+aa} - \frac{1}{2}a$, & $dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}}$, doit donner auſſi $udt = \frac{aadx}{x} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}}$. Donc, en intégrant, $\int udt$ ($ATUH$) $= aa \times lx - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}} + q$ (cette même Solut. 2. art. 3. 6. donnant $x = ZQ$, & $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}} = LZP$) $= aa \times lZQ - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZP + q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, qui rend auſſi AT (t) $= 0$, rendant (*Solut.* 2. *art.* 5.) $LZP = LZ\psi$, & $ZQ = Z\varphi$, réduit cette intégrale à $0 = aa \times lZ\varphi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\psi + q$, d'où réſulte $q = -aa \times lZ\varphi + \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\psi$. Donc cette intégrale préciſe eſt $ATUH = aa \times lZQ - aa \times lZ\varphi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZP + \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\psi = aa \times l\frac{ZQ}{Z\varphi} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \psi ZP$ qui a ψ pour origine fixe. Donc (*Lem. art.* 3. *pag.* 244.) les eſpaces parcourus pendant les tems AT $\left(2 \times \frac{\psi ZP}{ZM}\right)$, doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $aa \times l\frac{ZQ}{Z\varphi} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \psi ZP$ correſpondantes, ou comme les correſpondantes $a \times l\frac{ZQ}{Z\varphi} - \frac{2}{a\sqrt{5}} \times \psi ZP$, c'eſt à dire (*Solut.* 2. *art.* 3.) comme les correſpondantes $ZL \times \frac{ZQ}{Z\varphi} - \frac{\psi ZP}{ZM}$.

COROLLAIRE XVIII.

Pour exprimer ſans logarithmes, & par le moyen de la ſeule hyperbole LPO, les eſpaces ici parcourus, déja exprimés (*Corol.* 14.) en ſeuls logarithmiques ; ſoient du centre Z par les points φ, Q, q, les arcs de cercles $\varphi\beta$, $Q\Pi$, $q\pi$, leſquels rencontrent en β, Π, π, l'aſymptote ZO de l'hyperbole LPO, deſquels points β, Π, π, ſoient les ordonnées $\beta\delta$, $\Pi\mu$, $\pi\nu$, perpendiculaires à cette aſymptote, & qui rencontrent l'hyperbole en δ, μ, ν.

Cela fait, ſi l'on appelle $\Pi\mu$, s ; ayant déja (*Solut.* 2. *art.* 3. 4.) $ZL = a$, $Z\varphi = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}$, $ZQ = x$; l'on aura non-ſeulement $Z\beta = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{\pm aa \mp ab \mp bb}}$, & $Z\Pi = x$; mais encore $sx = \frac{1}{2}aa$, ou $2s = \frac{aa}{x}$; & par conſéquent $\frac{aadx}{x} = 2sdx = 2 \times \Pi\mu\nu\pi$. Or (*Corol.* 17.) $udt = \frac{aadx}{x} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$. Donc auſſi $udt = 2 \times \Pi\mu\nu\pi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$. Par conſéquent $\int udt\ (ATUH) = -2 \times O\Pi\mu O - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}} + q$, en prenant $\Pi\mu\nu\pi$ pour l'élement de l'aire $O\Pi\mu O$, laquelle diminuant à meſure que $ATUH$ augmente, doit réſulter negative d'un élement poſitif. Or (*Solut.* 2. *art.* 6.) $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \mp aa}} = LZP$. Donc $ATUH = -2 \times O\Pi\mu O - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZP + q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, le même que celui de $AT\ (t) = 0$, qui (*Solution* 2. *art.* 5.) rend $ZQ = Z\varphi$, & conſéquemment (*Conſtr.*) $Z\Pi = Z\beta$, rendant ainſi $O\Pi\mu O = O\beta\delta O$, & $LZP = LZ\psi$, réduit cette intégrale à $0 = -2 \times O\beta\delta O - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\psi + q$, d'où réſulte $q = 2 \times O\beta\delta O + \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\psi$. Donc cette intégrale préciſe eſt $ATUH = 2 \times O\beta\delta O + \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\psi - 2 \times O\Pi\mu O - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZP = 2 \times \beta\delta\mu\Pi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \psi ZP$, difference d'aires qui ont leurs

origines en β, ψ. Donc auffi (*Lem. art.* 3. *pag.* 244.) les efpaces ici parcourus pendant les tems AT $\left(2\times\frac{\psi ZP}{ZM}\right)$ doivent être ici entr'eux comme les differences $2\times\beta\delta\mu\Pi - \frac{2}{\sqrt{5}}\times\psi ZP$ correfpondantes, ou comme les correfpondantes $\beta\delta\mu\Pi\times\sqrt{5}-\psi ZP$.

COROLLAIRE XIX.

FIG. VII. VIII. IX.

Tout ce qu'on voit des Fig. 4. 5. 6. dans les Fig. 7. 8. 9. y demeurant le même, pour y trouver encore autrement le raport des efpaces ici parcourus pendant les tems AT $\left(2\times\frac{\psi ZP}{ZM}\right)$, foit du centre Z par A l'hyperbole équilatere ωAC entre les afymptotes orthogonales ZC, $Z\omega$, dans les Fig. 7. 8. 9. avec fon oppofée KYG entre les mêmes afymptotes prolongées vers K, G, dans la Fig. 9. Soient prifes enfuite fur CK les abfciffes $ZV = \frac{\overline{ZM}^2-\overline{MH}^2}{ZL}$ conftante, & $ZS=\frac{\overline{ZM}^2-\overline{MN}^2}{ZL}$ variable: pofitives l'une & l'autre dans les Fig. 7. 8. qui ont MH, MN, plus petites que MD égale à ZM, & negatives dans la Fig. 9. qui les a plus grandes que cette même MD ou ZM. De forte que fi l'on fait les ordonnées VX, SY, correfpondantes paralleles à MA, & qui rencontrent les hyperboles ωAC, KYG, en X, Y; ces hyperboles oppofées donnant $VX=\frac{ZM\times MA}{ZV}$, $SY=\frac{ZM\times MA}{ZS}$, ces ordonnées YX, SY, fe trouveront pareillement pofitives dans les Fig. 7. 8. & negatives dans la Fig. 9. de même que les divifeurs ou numerateurs ZV, ZS, le dénominateur commun $ZM\times MA$ étant pofitif de part & d'autre; d'où l'on voit que ces trois Figures font ici telles qu'elles y doivent être.

Cela pofé, les art. 3. 4. de la Solut. 2. donnant $ZL=a$, $ZM=\frac{a\sqrt{5}}{2}$, $MA=\frac{1}{2}a$, $AH=b$, $AN=u$, & conféquemment $MH=\frac{1}{2}a+b$, $MN=\frac{1}{2}a+u$, donneront ZV $\left(\frac{\overline{ZM}^2-\overline{MH}^2}{ZL}\right)=\frac{\frac{5}{4}aa-\frac{1}{4}aa-ab-bb}{a}=\frac{aa-ab-bb}{a}$,

& les $ZS \left(\frac{\overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2}{ZL} \right) = \frac{\frac{5}{4}aa - \frac{1}{4}aa - au - uu}{a} = \frac{aa - au - uu}{a}$, qui dans le cas de $TU\ (u) = AH\ (b)$ deviennent $ZS = \frac{aa - ab - bb}{a} = ZV$, & qui augmentant ou diminuant alternativement avec les $TU\ (u)$, doivent avoir leurs élemens $Ss = \frac{adu + 2udu}{a}$. L'on aura de plus $VX \left(\frac{ZM \times MA}{ZV} \right) = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{a}{aa - ab - ob}$, & $SY \left(\frac{ZM \times MA}{ZS} \right) = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{a}{aa - au - uu}$. Donc en ajoûtant l'ordonnée sy parallele à SY, & infiniment prés d'elle, l'on aura ici dans tous les cas $SY \times Ss\ (SYys) = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{adu + 2udu}{aa - au - uu} = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu + 2audu}{aa - au - uu}$.

Or (*Solut.* 2. *art.* 2.) $\frac{aadu}{aa - au - uu} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx + aa}}$ (*Solut.* 2. *art.* 6.) $= \frac{4}{a\sqrt{5}} \times PZp$, ou $PZp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu}{aa - au - uu}$. Donc $SYys - PZp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{2audu}{aa - 2u - uu} = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aaudu}{aa - 2u - uu}$. Mais l'art. 2. de la Solut. 1. donnant $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$, doit aussi donner $\frac{\sqrt{5}}{2} \times udt = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aaudu}{aa - au - uu}$. Donc $\frac{\sqrt{5}}{2} \times udt = SYys - PZp$; & (en intégrant) $\frac{\sqrt{5}}{2} \times \int udt = \int SYys - \int PZp + q = VSYX - LZP + q$.

Mais le cas de $\int udt\ (ATUH) = 0$, qui rend $TU\ (u) = AH\ (b)$, & conséquemment $ZS \left(\frac{aa - au - uu}{a} \right) = \frac{aa - ab - bb}{a} = ZV$, ou $VS = 0$, rendant ainsi $VSYX = 0$, & (*Solut.* 2. *art.* 5.) $LZP = LZ\psi$; réduit cette intégrale à $0 = - LZ\psi + q$, d'où résulte $q = LZ\psi$. Donc cette integrale précise est $\frac{\sqrt{5}}{2} \times ATUH = VSYX - LZP + LZ\psi = VSYX - \psi ZP$, ou $ATUH = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \overline{VSYX - \psi ZP}$. Donc aussi (*Lem. art.* 3. *pag.* 144.) les espaces parcourus pendant les tems $AT \left(2 \times \frac{\psi ZP}{ZM} \right)$, doivent être ici entr'eux comme les differences $VSYX - \psi ZP$ des aires hyperboliques $VSYX$, ψZP correspondantes depuis les origines fixes V, ψ, vers Z, O.

COROLLAIRE XX.

La même chose se peut encore trouver en considerant que $PZp. NZn :: \overline{ZP}^2 . \overline{ZN}^2 :: \overline{ZQ}^2 . \overline{ZM}^2 :: \overline{QP}^2 . \overline{MN}^2 :: \overline{ZQ}^2 - \overline{QP}^2 . \overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2 :: \pm \overline{ZL}^2 . \overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2 :: \pm ZL. \frac{\overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2}{ZL}$ (*Corol.* 19.) $:: \pm ZL. \pm ZS :: ZL. ZS$. Le superieur du double signe $\pm$ étant pour les Fig. 7. 8. & l'inferieur pour la Fig. 9. c'est à dire pour les trois ensemble $PZp. NZn :: ZL. ZS$. Car ayant ainsi $ZS = \frac{ZL \times NZn}{PZp} = \frac{ZL \times ZM \times Nn}{2 \times PZp}$ (soit PZp constant & égal à $ZL \times dn$, dont dm soit conséquemment un infiniment petit constant) $= \frac{ZM \times Nn}{2dm}$; l'on aura $SY \left(\frac{ZM \times MA}{ZS}\right) = \frac{2 \times MA \times dm}{Nn}$ (*Solut.* 2. *art.* 3.4.) $\frac{ZL \times dm}{Nn}$; outre que ZS (*Corol.* 19.) $= \frac{\overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2}{ZL}$, augmentant alternativement avec MN, aura son élement $Ss = \frac{2 \times MN \times Nn}{ZL}$. Donc $SY \times Ss$ $(SYys) = 2MN \times dm$. Par conséquent ayant déja $PZp = ZL \times dm$ (*Solut.* 2. *art.* 3.4.) $= 2 \times MA \times dm$, l'on aura pareillement $SYys - PZp = 2 \times MN \times dm - 2 \times MA \times dm = 2dm \times AN$ (*Solut.* 2. *art.* 3. *nomb.* 2.) $= 2dm \times TU$. Donc dm étant (*hyp.*) constante, la somme $VSYX - \frac{1}{2}ZP$ des $SYys - PZp$ sera par tout ici proportionelle à la somme $ATUH$ des vitesses TU correspondantes, & conséquemment encore (*Lem. art.* 3. *pag.* 244.) en raison des espaces ici parcourus pendant les tems AT $\left(2 \times \frac{\frac{1}{2}ZP}{ZM}\right)$ en vertu de ces vitesses restantes malgré les résistances supposées, ainsi que dans le Corol. 19.

COROLLAIRE XXI.

La même chose se peut encore démontrer plus simplement, en considerant seulement que puisque (*Corol.* 19.) $\frac{ds}{2} \times udt = SYys - PZp$, il n'y a qu'à prendre les instans dt constans pour avoir les vitesses TU (u) ou AN par

par tout ici en raison des differences élementaires $SYys - PZp$ correspondantes; & conséquemment aussi les sommes de ces vitesses, ou (*Lem. art.* 3. *pag.* 244.) les espaces ici parcourus pendant les tems $AT\left(2\times\frac{\psi ZP}{ZM}\right)$, encore entr'eux comme les sommes $VSYX - \psi ZP$ de ces differences élementaires, c'est à dire, comme les differences dont les aires hyperboliques correspondantes $VSYX$ surpassent les hyperboliques ψZP pareillement correspondantes.

On verra comme dans la reflexion italique de la page 364. *que lorsque* AT *est infinie, cette difference d'aires hyperboliques alors infinies, est pareillement infinie, en ce que la premiere* VSYX *se trouve pour lors multiple de la seconde* ψZP. *Ce qui fera voir que l'espace ici parcouru pendant un tems* AT $\left(2\times\frac{\psi ZP}{ZM}\right)$ *infini, seroit aussi infini.*

Les espaces ici parcourus pendant des tems quelconques pourroient encore se trouver en d'autres manieres, telles que sont celles des Corol. 11. 12. 13. 14. *du Prob. de la pag.* 244. *lesquelles sont trop faciles à accommoder à la généralité de celui-ci pour s'y arrêter davantage.*

COROLLAIRE XXII.

Puisque (*Corol.* 19.) $\pm ZS = \frac{aa-au-uu}{a} = a - \frac{au-uu}{a}$, le superieur du double signe $\pm$ étant pour les Fig. 7. 8. & l'inferieur pour la Fig. 9. l'on aura aussi $\frac{au+uu}{a} = a \mp ZS$ (*Solut.* 2. *art.* 3.) $= ZL \mp ZS$: sçavoir $\frac{au+uu}{a} = ZL - ZS$ $= LS$ dans les Fig. 7. 8. & $\frac{au+uu}{a} = ZL + ZS$ (soit du centre Z le quart de cercle $L\lambda$ dans la Fig. 9.) $= Z\lambda + ZS = \lambda S$ dans la Fig. 9. Donc les résistances instantanées du milieu étant ici (*hyp.*) comme les $u + \frac{uu}{a}$ ou $\frac{au+uu}{a}$ correspondantes; les LS, λS, correspondantes seront ici comme ces mêmes résistances instantanées, la derniere desquelles aprés un tems infini (qui rendroit

$x = \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$ suivant le Corol. 16.) seroit $\frac{aa\sqrt{5} - aa}{2a} + \frac{5aa - 2aa\sqrt{5} + aa}{4a} = \frac{2aa\sqrt{5} - 2aa + 5aa - 2aa\sqrt{5} + aa}{4a} = \frac{4aa}{4a} = a$ (*Solut.* 2. *art.* 3.) $= ZL = Z\lambda$; & laquelle de plus (*Corol.* 7.) seroit égale à la pesanteur constante du mobile. Donc les résistances instantanées du milieu doivent être ici à cette pesanteur :: LS. ZL. dans les Fig. 7. 8. Et :: λS. $Z\lambda$. dans la Fig. 9. Ainsi en prenant ZL ou son égale $Z\lambda$ pour cette pesanteur du mobile, l'on aura ici LS dans les Fig. 7. 8. & λS dans la Fig. 9. pour les résistances instantanées que lui fait le milieu supposé à la fin des tems correspondans AT $(2 \times \frac{lZP}{ZM})$; & chaque ZS pour la difference de force dont cette pesanteur du mobile surpasse alors chacune de ces résistances dans le cas des Fig. 7. 8. où est alors surpassée par chacune d'elles dans celui de la Fig. 9. c'est à dire, pour ce qu'il y aura de cette pesanteur employé à produire l'augmentation de vitesse qui (*Corol.* 4.) survient au mobile à l'instant de cette résistance dans le premier de ces deux cas, ou pour ce qu'il y aura de cette résistance employé (*Corol.* 5.) à retarder ce mobile dans le second.

COROLLAIRE XXIII.

Donc lorsque $ZS = 0$, la vitesse du mobile n'augmente ni ne diminuë plus du tout. Mais ce cas, qui rend $VS = VZ$, rendant pareillement (*Corol.* 19.) $\overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2 = 0$, & conséquemment $ZM = MN = MA + AN$, rend AN $(TU) = ZM - MA = DM - MA = AD$. Ce même cas rendant de plus (*Corol.* 19.) $aa - au - uu = 0$, doit rendre au contraire x (ZQ) infinie dans l'équation $\pm \frac{5}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$ de l'art. 1. de la Solut. 2. & conséquemment aussi le tems AT $(2 \times \frac{lZP}{ZM})$ infini. Donc la vitesse AN (TU) du mobile doit être encore ici AD aprés un tems infini; & conséquemment AD doit être la plus grande (*Fig.* 7. 8.) que le milieu

résistant supposé puisse permettre au mobile, même aprés un tems infini, dans le cas de l'initiale *AH* moindre que cette derniere vitesse *AD*; & la moindre qu'il puisse lui laisser (*Fig.* 9.) dans le cas de *AH* plus grande que *AD*. Donc quoique les vitesses *AN* (*TU*) s'accelerent ici toûjours (*Corol.* 4.) dans le premier de ces deux cas, & qu'elles s'y retardent toûjours (*Corol.* 5.) dans le second; la plus grande dans le premier, & la moindre dans le second, ne peut jamais être qu'égale à la finie *AD*, même aprés un tems infini, ainsi qu'on l'a déja vû dans les Corol. 6. 16. Et delà suivent encore les Corol. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. de la maniere qu'on les a vû suivre du Corol. 6.

Le raport trouvé dans le Corol. 22. *entre la pesanteur du mobile, la résistance qui s'y oppose à chaque instant, & la difference ou l'excés de force dont cette pesanteur surpasse cette résistance, ou est surpassée par elle; suit encore en général de l'équation* $\frac{dt}{aa} = \frac{dt - du}{au + uu}$ *trouvée pour la Courbe* HUC *dans l'art.* 2. *de la Solut.* 1. *ainsi qu'on l'a déja vû dans la Remarq.* 3. *pag.* 371. *pour le cas du Probl. de la pag.* 244. *dont l'équation est la même que celle-ci, excepté seulement que* AT (t) = o, *rend là* TU (u) = o, *& ici* TU (u) = AH (b).

COROLLAIRE XXIV.

On sçait que les aires hyperboliques *VSYX* croissent ou décroissent en progression arithmetique à mesure que leurs abscisses *ZS* décroissent ou croissent en progression geometrique. Mais on vient de voir (*Corol.* 22.) que ces abscisses *ZS* sont ici comme les differences ou excés de force dont la pesanteur constante du mobile surpasse les résistances instantanées du milieu résistant supposé, ou est surpassée par elles. Donc en prenant ces differences ou excés de force en progression geometrique, les aires hyperboliques *VSYX* croîtront arithmetiquement à mesure que ces differences ou excés de force diminuëront geometriquement. Par conséquent les tems écoulés du

mouvement étant ici (*Solut.* 2. *art.* 6.) comme les secteurs ψZP correspondans, & (*Corol.* 19. 20. 21.) les espaces ici parcourus pendant ces tems, étant comme les differences $VSYX - \psi ZP$ correspondantes; ces espaces doivent pareillement être ici entr'eux comme des differences d'aires hyperboliques, dont la plus grande croisse en progression arithmetique à mesure que les differences de forces de la pesanteur aux résistances instantanées du milieu supposé, diminuënt geometriquement; & la moindre soit en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement.

COROLLAIRE XXV.

FIG. IV. V. VI.

La supposition qu'on fait par tout dans ce Memoire (*Solut.* 1. *art.* 1.) de $v = b + t$, donnant $u.\ v :: u.\ b + t$. l'on aura aussi par tout ici (*Solut.* 2. *art.* 3. 4. 6.) $u.\ v :: AN.\ AH + 2 \times \frac{\psi ZP}{ZM} :: \frac{AN \times ZM}{2}.\ \frac{AH \times ZM}{2} + \psi ZP$ (en menant la droite ZA dans les Fig. 4. 5. 6.) $:: AZN.\ AZH + \psi ZP$. c'est à dire que chaque vitesse effective ou restante u (TU) sera par tout ici à la primitive v (TV) dont elle reste malgré les résistances supposées, comme le triangle rectiligne variable AZN correspondant sera à la somme faite du constant AZH & du secteur hyperbolique ψZP pareillement correspondant. D'où l'on voit qu'après un tems infini AT ($2 \times \frac{\psi ZP}{ZM}$) où cette vitesse primitive TV (v) seroit infinie dans un milieu sans résistance, de même que (*Solut.* 2. *art.* 6.) le secteur ψZP qui seroit alors $O\psi ZO$; la vitesse TU (v) restante de cette primitive malgré les résistances supposées, ne seroit que finie, le triangle AZN se trouvant seulement alors égal au fini AZD. Ce qui s'accorde encore avec les Corol. 6. 16. 23.

COROLLAIRE XXVI.

FIG. VII. VIII. IX.

Suivant le Lem. art. 3. pag. 244. l'espace ici parcouru pendant quelque tems AT ($2 \times \frac{\psi ZP}{ZM}$) que ce soit, mal-

gré les réſiſtances ſuppoſées, eſt à ce que le mobile en auroit parcouru pendant un pareil tems dans un milieu ſans réſiſtance ni action : : $\int udt . \int vdt$ (la Solut. 1. art. 1. donnant $v = b + t$) : : $\int udt . \int bdt + \int tdt$: : $\int udt . bt + \frac{1}{2}tt$ (*Corol.* 19. & *Solut.* 2. *art.* 6.) $\frac{2}{\surd 5} \times \overline{VSYX - \psi ZP} . 2 \times \frac{AH \times \psi ZP}{ZM} + 2 \times \frac{\psi ZP \times \psi ZP}{ZM \times ZM}$: : $\frac{ZM \times ZM}{\surd 5} \times \overline{VSYX - \psi ZP} . AH \times ZM \times \psi ZP + \psi ZP \times \psi ZP$: : $\frac{ZM \times ZM}{\surd 5} . \frac{AH \times ZM \times \psi ZP + \psi ZP \times \psi ZP}{VSYX - \psi ZP}$ (la Solut 2. art. 3. 4. donnant $ZM = \frac{a\surd 5}{2} = MA \times \surd 5$) : : $ZM \times MA . \frac{AH \times ZM \times \psi ZP + \psi ZP \times \psi ZP}{VSYX - \psi ZP}$.

SCHOLIE.

I. Pour ce qui eſt de la Courbe KEC des réſiſtances inſtantanées (dr), dont les ordonnées, proportionelles à ces réſiſtances, ſont (*hyp.*) $ET = z = \frac{au + uu}{a}$, on trouvera que ſon équation eſt $dt = \frac{aadz}{\overline{a - z} \times \sqrt{4az + aa}}$, comme dans le Scholie de la pag. 372. Mais cette équation qui dans ce Scholie faiſoit paſſer cette Courbe par A, la fera paſſer ici par K dans tous les cas poſſibles, ayant ſa premiere ordonnée AK (z) $= \frac{ab + bb}{a}$; puiſque u (*hyp.*) $= b$ en A, y doit rendre z $\left(\frac{au + uu}{a}\right) = \frac{ab + bb}{a}$.

FIG. I. II. III.

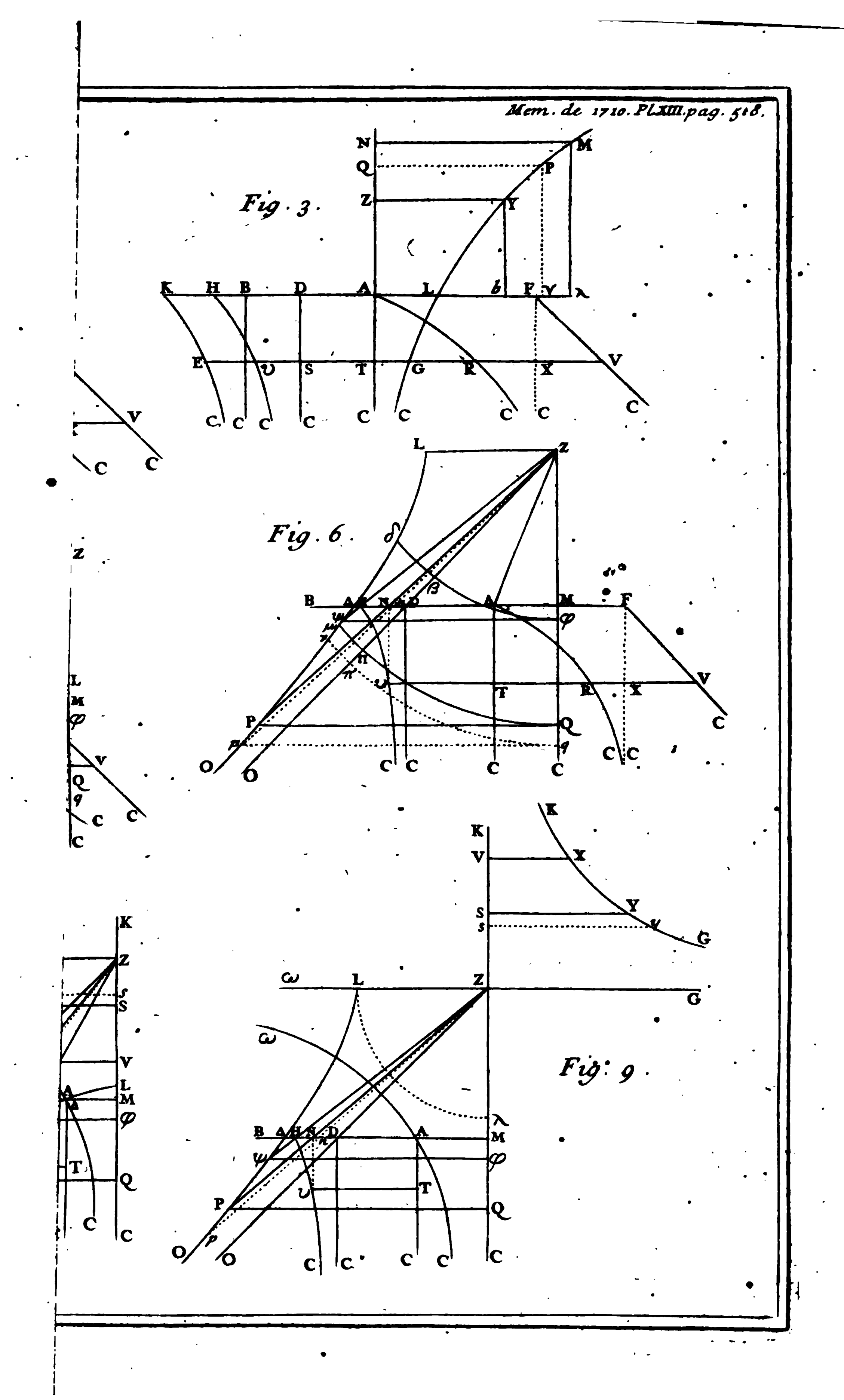
II. Cette valeur de $z = \frac{ab + bb}{a}$ en A, ſubſtituée dans l'équation $dt = \frac{aadz}{\overline{a - z} \times \sqrt{4az + aa}}$, la changeant en $dt = \frac{a^3 dz}{\overline{aa - ab - bb} \times \sqrt{4ab + 4bb + aa}} = \frac{a^3 dz}{\overline{aa - ab - bb} \times \overline{2b + a}}$, fait voir que la rencontre en K de la Courbe KEC avec ſa premiere ordonnée AK, s'y doit faire ſous un angle dont le ſinus ſoit à celui de ſon complément : : $a^3 . \overline{aa - ab - bb} \times \overline{2b + a}$: : $\frac{aa}{2} . \frac{aa - ab - bb}{a} \times \overline{b + \frac{1}{2}a}$. Le Corol. 19. donne $\frac{aa}{2} = \frac{ZL \times ZL}{2}$, $\frac{aa - ab - bb}{a} = ZV$, $b + \frac{1}{2}a = MH$ dans les Fig. 7. 8. 9. Ce qui peut ſervir à exprimer encore autrement le raport des ſinus précedens.

III. La ſuppoſition qu'on fait par tout ici de $z = \frac{au+uu}{a}$, fait voir que dans tous les cas les *TE* (z) croîtront ou diminuëront toûjours avec les *TV* (u); & qu'ainſi la Courbe *KEC* des réſiſtances inſtantanées tournera toûjours ſa convexité en même ſens que la Courbe *HVC* des viteſſes reſtantes, par raport à leur axe commun *ATC*.

IV. Puiſque (*Solut.* 1. *art.* 3. *Solut.* 2. *art.* 4. *&* *Corol.* 6. 7. 9. 10. 16.) *AT* infinie rend $u = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$, cette valeur de u ſubſtituée dans la précedente de $z = \frac{au+uu}{a}$, la doit changer en $z = \frac{aa\sqrt{5}-aa}{2a} + \frac{5aa-2aa\sqrt{5}+aa}{4a} = \frac{2aa\sqrt{5}-2aa+5aa-2aa\sqrt{5}+aa}{4a} = \frac{4aa}{4a} = a$; ce qui fait voir que *AT* (t) infinie doit auſſi rendre *TE* (z) $= a =$ *AB*; & conſéquemment que la droite *BC* parallele à *AT*, doit être une aſymptote de la Courbe *KEC* des réſiſtances inſtantanées, comme *DC* diſtante de *AT* de la valeur de *AD* $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$ en eſt une de la Courbe des viteſſes reſtantes *HVC*. Dans la Fig. 3. le point *B* de l'aſymptote *BC* de la Courbe *KEC*, doit être entre en *D* & *H*, lorſque *AH* (b) $>$ *AB* (a); & entre *H*, *K*, lorſque *AH* (b) $<$ *AB* (a): il ſeroit en *H* ſi *AH* $=$ *AB*.

Il eſt aiſé de voir qu'en faiſant b $=$ o *dans tout ce qui précede, le Probl. de la pag.* 244. *ſe trouvera n'être qu'un Corollaire de celui-ci dont les deux Solutions avec leurs Corollaires deviendront alors propres & particulieres à ce Problème-là exprimé dans les Fig.* 1. 4. 7. *de celui-ci : de ſorte qu'on auroit pû l'ometttre en concluant ainſi de ce qui précede tout ce qu'on a démontré dans les pag.* 245. *&c. Mais les Solutions particulieres qu'on en a données là, ont paru utiles pour l'intelligence de ces générales-ci.*

Voilà pour les mouvemens primitivement accelerés en raiſon des tems écoulés, c'eſt à dire, dont les viteſſes dans le vuide auroient eu des accroiſſemens égaux en tems égaux : leſquels mouvemens ſeroient faits dans des milieux réſiſtans en


Fig. 3.
Fig. 6.
Fig. 9.

raiſon des ſommes faites des viteſſes que ces milieux permettroient au mobile, & des quarrés de ces mêmes viteſſes effectives ou reſtantes des primitives malgré les réſiſtances de ces milieux. On verra dans un autre Memoire ce qui concerne les mouvemens primitivement retardés en raiſon des tems à écouler juſqu'à leur entiere extinction dans le vuide : leſquels mouvemens ſeroient auſſi faits dans des milieux réſiſtans comme ci-deſſus.

EXTRAIT D'UNE LETTRE

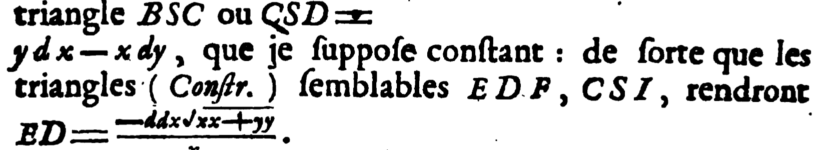
De M. Herman à M. Bernoulli, datée de Padoüe le 12. Juillet 1710.

Reçû de M. Bernoulli le 1. Novembre 1710. & lû à l'Acad. le 13. Dec. 1710.

JE ſuis bien aiſe, Monſieur, que vous ayez pleinement réſolu le Problême inverſe des Forces centripetes, pour *trouver la Courbe qu'elles doivent faire décrire, la loy de ces forces étant donnée :* Problême que je croy incomparablement plus difficile que le direct. C'eſt ce qui m'a porté à eſſayer auſſi mes forces ſur cette queſtion, & aſſez heureuſement, ayant trouvé par mon Analyſe que les Sections Coniques ſont les ſeules Courbes que les Planetes puiſſent décrire avec des forces centripetes réciproquement proportionelles aux quarrés des diſtances de ces Planetes au centre de ces forces : vous en jugerez par l'Analyſe que voici (ce me ſemble) aſſez courte.

Voyez la Fig. de la page ſuivante.

Soient ABC la Courbe cherchée, LI ſon axe, S le centre des forces, BC une particule infiniment petite de la Courbe, ſur laquelle particule prolongée ſoit $CE = BC$; du point E ayant tiré ED parallele à CS, & qui rencontre la Courbe en D, ſoient DF, CG, BH, paralleles à LI, leſquelles rencontrent en F, G, la petite droite EG parallele à CI perpendiculaire ſur LI, & en H



la droite CI; soit enfin la droite DK parallele aussi à CI, & qui rencontre CG en K.

Cela fait, soient $SI = x$, $IC = y$: l'on aura $SC = \sqrt{xx+yy}$, BH ou $CG = dx$, CH ou $EG = dy$; & consé-quemment KG ou $DF = -ddx$, $EF = -ddy$; ce qui donnera le double du triangle BSC ou $CSD = ydx - xdy$, que je suppose constant : de sorte que les triangles (*Constr.*) semblables EDF, CSI, rendront $ED = \frac{-ddx\sqrt{xx+yy}}{x}$.

Presentement puisque le triangle BSC est (*hyp.*) constant, l'on aura DE en raison de la force centripete au point C, c'est à dire, en raison de $\frac{1}{xx+yy}$, ou en raison de $\frac{\overline{ydx-xdy}^2}{xx+yy}$: d'où résulte cette équation differentio-differentielle $-addx = \frac{xx\,\overline{ydx-xdy}^2}{xx+yy \times \sqrt{xx+yy}} = \overline{ydx-xdy} \times \frac{xydx-xxdy}{xx+yy \times \sqrt{xx+yy}}$, dont l'intégrale est $-adx = \frac{-y}{\sqrt{xx+yy}} \times \overline{ydx-xdy} = \frac{xydy-yydx}{\sqrt{xx+yy}}$, ou $-\frac{abdx}{xx} = \frac{bxydy-byydx}{xx\sqrt{xx+yy}}$, dont l'intégrale est aussi $\frac{ab}{x}$ ou plus généralement $\frac{ab}{x} \pm c = \frac{b\sqrt{xx+yy}}{x}$, ou $a \pm \frac{cx}{b} = \sqrt{xx+yy}$, qui est une équation aux trois Sections Coniques : sçavoir à la Parabole si $b = c$, à l'Ellipse si $b > c$, & à l'Hyperbole si $b < c$.

J'ay aussi tiré delà une maniere facile de déterminer la force centripete sur une Courbe donnée quelconque. Car si (pour abreger) l'on prend $z = SC = \sqrt{xx+yy}$ dans cette Courbe; $r = SL$ segment de son axe, compris entre sa touchante EL & le centre S des forces centripetes, en prenant toûjours $SI = x$, $IC = y$, & de plus la

la ſoûtangente $IL = s$: ſi aprés cela on differentie juſqu'aux ſecondes differences l'équation de la Courbe donnée, & qu'on y ſubſtituë $\frac{vrrxyy}{z}$ au lieu de ddx, $\frac{vrry^3}{z}$ au lieu de ddy, s au lieu de dx, & y au lieu de dy; il en réſultera une équation en grandeurs toutes finies, dont v déſignera la force centripete, laquelle étant regardée comme inconnuë, les autres grandeurs x, y, r, s, z, doivent toutes être priſes pour connuës.

Si vous voulez bien, Monſieur, me faire part de vôtre Analyſe de ce Problême des Forces centripetes inverſes, que je crois tres-élegante, vous me ferez beaucoup de plaiſir, &c.

Extrait de la Réponſe de M. Bernoulli à M. Herman, datée de Baſle le 7. Octobre 1710.

Permettez moy, Monſieur, d'examiner tant ſoit peu vôtre Solution du Problême inverſe des Forces centripetes, quoique bonne & digne de vôtre pénétration; aprés quoy je vous expliqueray plus au long ma maniere de le réſoudre, que vous me marquez ſouhaiter. A vous parler franchement, vôtre Solution paroît faite à deſſein, accommodée à ce que vous cherchiez, & à ce que vous connoiſſiez déja. En effet, comment ſans cela auriez-vous vû que pour trouver l'intégrale de vôtre équation $\frac{-ddx\sqrt{xx+yy}}{x} = \frac{\overline{ydx-xdy}^2}{xx+yy}$, il faloit la réduire à $-addx = \overline{ydx-xdy} \times \frac{xydx-xxdy}{\overline{xx+yy}\times\sqrt{xx+yy}}$? De plus, comment ſans cela auriez-vous pû tirer l'intégrale de celle-ci, & enſuite l'integrale de l'intégrale? Puiſque les indéterminées x, y, dx, dy, ddx, y ſont ſi mêlées & ſi compliquées que de les vouloir ſéparer, ſeroit entreprendre un travail à ſe deſeſperer; & qu'il vous auroit été impoſſible de les intégrer toutes mêlées, comme vous avez fait, ſi vous n'euſſiez pas ſoupçonné que les Sections Coniques, que vous aviez en vûë, ſatisfaiſoient à vôtre équation differentio-differentielle; que vous

avez pour cela ſi heureuſement accommodée au but où vous tendiez, que vous l'avez enfin réduite à une équation algebrique. Je ſouhaiterois fort que vous eſſayaſſiez vôtre methode ſur l'hypotheſe générale, c'eſt à dire, pour trouver la Courbe trajectoire dans quelque hypotheſe que ce ſoit des forces centripetes, du moins en ſuppoſant la quadrature des eſpaces curvilignes : vous verriez que le mêlange des indéterminées vous engageroit alors dans un embarras, d'où je ne crois pas que vous ſortiſſiez ſans prendre un autre chemin que celui-là.

De plus il ne ſuit pas encore de vôtre Solution particuliere qu'elle ne convienne qu'aux ſeules Sections Coniques : aprés la premiere intégration de vôtre équation differentio-differentielle vous avez oublié d'y ajoûter de part ou d'autre une quantité conſtante ; ce qui pourroit laiſſer quelqu'un en doute, ſi outre les Sections Coniques, il n'y auroit point encore quelqu'autre genre de Courbes qui ſatisfiſt à vôtre queſtion : pour lever ce doute vous deviez faire voir que l'addition ou le retranchement d'une quantité conſtante dans un des membres de l'intégrale d'une équation differentielle quelconque, ne change rien à la nature de la Courbe exprimée par ces deux équations. Voici comment je ſupplée à cette omiſſion.

Dans vôtre équation differentio-differentille $-addx = \overline{ydx-xdy} \times \frac{xydx-xxdy}{\overline{xx+yy}\times\sqrt{xx+yy}}$ je ne mets pas ſeulement (comme vous) $-adx$ pour l'intégrale de $-addx$, mais $-adx \pm$ une quantité conſtante, c'eſt à dire, $-adx \pm e \times \overline{ydx-xdy}$; pour le reſte je le fais comme vous : de ſorte qu'en intégrant vôtre précedente équation differentio-differentielle, je trouve $-adx \pm e \times \overline{ydx-xdy} = -\frac{y}{\sqrt{xx+yy}} \times \overline{ydx-xdy} = \frac{xydy-yydx}{\sqrt{xx+yy}}$, ou $-\frac{abdx}{xx} \pm \frac{eb}{xx} \times \overline{ydx-xdy} = \frac{bxydy-byydx}{xx\sqrt{xx+yy}}$, dont l'intégrale eſt $\frac{ab}{x} \pm \frac{eby}{x} \pm c = \frac{b\sqrt{xx+yy}}{x}$,

c'est à dire (en prenant $h = eb$, & en réduisant l'équation) $ab \pm hy \pm cx = b\sqrt{xx + yy}$: laquelle équation, quoiqu'elle renferme hy que la vôtre ne renfermoit pas, est cependant (comme elle) aux trois Sections Coniques. Quant à la grandeur constante $e \times \overline{ydx - xdy}$, que vous avez negligée, si elle n'eût pas été intégrable étant divisée par xx; ou si étant ainsi intégrable, elle eût donné des y de plusieurs dimensions; vous voyez, Monsieur, qu'outre les Sections Coniques il y auroit eu encore d'autres Courbes qui auroient satisfait à vôtre question sans que vous vous en fussiez aperçû : ce qui me fait esperer que vous conviendrez avec moy que vôtre Solution est défectueuse faute d'être assez générale.

Voici presentement ma Solution que vous me marquez souhaiter : j'espere aussi qu'elle ne vous déplaira pas, 1°. étant générale pour quelque hypothese que ce soit, & donnant la construction de la Courbe, les quadratures des espaces curvilignes étant données; 2°. en ce que j'y arrive à une équation sans mêlange d'indéterminées; 3°. & parcequ'il n'y entre que des premieres differentielles sans avoir besoin de differentio-differentielles. Pour vous faire voir le tout d'un bout à l'autre, & dans une étenduë qui (quoique longue) ne vous déplaira pas; je commence par le Lemme suivant.

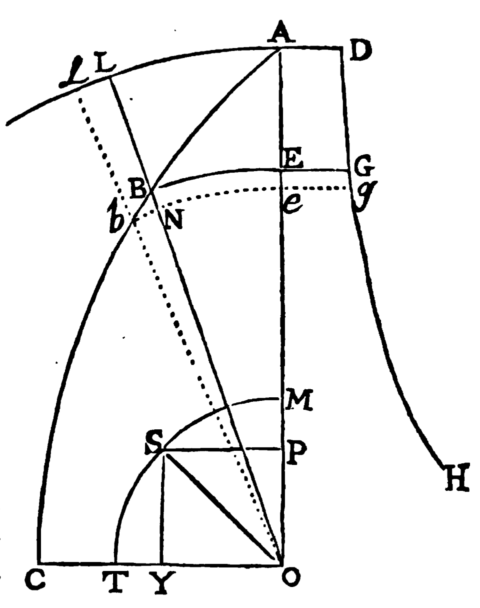
LEMME.

Si deux corps de masses proportionelles à leurs pesanteurs, commencent à descendre d'un même point A *avec des vitesses égales, & avec des forces égales vers un même point* O; *l'un directement suivant la droite* AO, *& l'autre obliquement suivant la trajectoire* ABC *qu'il décrira : je dis que dans toutes les distances égales de part & d'autre du centre* O *des forces, comme en* B, E, *en imaginant l'arc de cercle* BE *décrit de ce centre* O; *ces deux corps auront toûjours des vitesses égales : de sorte que si* EG *marque la vitesse aquise en* E *du corps qui descendroit suivant* AO, *la même* EG *marquera aussi la vitesse en* B *du corps qui décrit la trajectoire* ABC.

Voyez la Fig. de la page suivante.

La démonſtration de ce Lemme ſe trouve dans le Livre de M. Newton *De Princ. Math. Phil. Nat. pag.* 125. Mais elle y eſt trop embarraſſée : la voici plus ſimplement.

Concevons la Courbe *ABC* & la droite *AO* diviſées en leurs élemens *Bb*, *Ee*, par une infinité de cercles *BE*, *be*, infiniment proches les uns des autres, tous décrits du centre *O*. Cela conçû, les Mechaniques font voir que par tout la force en chaque point *E* ſuivant *EO*, qui (*hyp.*) eſt la même qu'en chaque point correſpondant *B* ſuivant *BO*, eſt à ce qu'il en réſulte de celle-ci au mobile ſuivant chaque élement correſpondant *Bb* de la Courbe qu'il trace, comme *Bb* eſt à *Ee*. Or les Mechaniques faiſant voir auſſi que les accroiſſemens de viteſſes, qui réſultent de ces forces dans des corps égaux, ſont entr'eux en raiſon compoſée de ces mêmes forces, & des tems élementaires employés par elles à produire ces accroiſſemens de viteſſes, c'eſt à dire, employés à faire parcourir à ces corps les élemens lineaires *Ee*, *Bb*; & qu'au commencement en *A*, où les viteſſes ſont ſuppoſées égales de part & d'autre, ces élemens de tems ſont entr'eux comme les premieres de ces petites lignes *Ee*, *Bb*: il ſuit delà que ces accroiſſemens de viteſſes ſuivant les premieres *Ee*, *Bb*, ſont ici entr'eux en raiſon compoſée de *Bb* à *Ee*, & de *Ee* à *Bb*, c'eſt à dire, comme $Bb \times Ee$ eſt à $Ee \times Bb$. Donc à la fin de ces premiers élemens des lignes *AO*, *ABC*, les accroiſſemens de viteſſes



ſuivant ces premiers élemens lineaires ſeront ici égaux entr'eux. On les démontrera de même égaux entr'eux à la fin des ſeconds élemens de ces lignes *AO*, *ABC*, à la fin des troiſiémes, à la fin des quatriémes, &c. pris ainſi deux à deux à diſtances égales du point *O*. Donc à diſtances égales quelconques de ce point *O*, les viteſſes ſuivant chacune des lignes *AO*, *ABC*, ſe trouvant ainſi faites des premieres (*hyp.*) égales entr'elles, & d'un égal nombre d'accroiſſemens égaux deux à deux de part & d'autre, ſeront auſſi égales entr'elles. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Corol. Delà voici la Courbe *DGH* de ces viteſſes, c'eſt à dire une Courbe qui par chacune de ſes appliquées *EG* déſigne la viteſſe que le corps qui deſcend droit de *A* vers *O*, a en chaque point *E* correſpondant de la droite *AO*; & conſéquemment auſſi (*Lem.*) celle que le corps qui trace la Courbe *ABC*, a en chaque point *B* correſpondant de cette Courbe. Pour cela ſoit $OE = x$, $EG = v$, & la force en *E* ou en *B* vers *O*, c'eſt à dire la force centripete $= \varphi$, laquelle ſoit donnée en x & en conſtantes ſuivant quelque loy de forces que ce ſoit. Cela poſé, puiſque le tems par *Ee* eſt $= \frac{dx}{v}$, & que ce tems multiplié par la force centripete φ, donne l'augmentation ou la diminution momentanée de viteſſe ſelon que le corps deſcend ou monte, c'eſt à dire, ſelon qu'il s'approche ou qu'il s'éloigne du point *O*; l'on aura ici $\frac{\varphi dx}{v} = -dv$, ou $\varphi dx = -vdv$, dont l'intégrale eſt $\int \varphi dx = ab - vv$: j'entens par ab une quantité conſtante quelconque, laquelle ſe peut ajoûter à volonté aux intégrales ſimples. Donc $v = \sqrt{ab - \int \varphi dx}$, qui eſt l'équation cherchée de la Courbe *DGH* des viteſſes.

C'eſt pour éviter les fractions que je prends vv *pour* $\frac{1}{2}$vv, *la grandeur arbitraire* ab *me le permettant. Voici preſentement le Problème en queſtion, en vûë de qui tout ce qui précede a été fait.*

PROBLÊME.

Les quadratures étant supposées, & la loy des forces centripetes φ *étant donnée à volonté en* x *& en constantes, trouver la trajectoire* ABC *qu'elles doivent faire décrire au mobile.*

Voyez la Fig. de la page précedente.

SOLUT. Soit $OA = a$, & de ce rayon l'arc de cercle $AL = z$, $Ll = dz$; & par conséquent $Nb = \frac{xdz}{a}$. Soit aussi le tems par Bb en raison de $Nb \times BO$ (double du triangle BOb) $= \frac{xxdz}{a}$. Vous sçavez que ce tems multiplié par la vitesse, c'est à dire (suivant le Corollaire du Lemme précedent) par $\sqrt{ab - \int\varphi dx}$, donne l'espace Bb. Donc $\frac{xxdz}{a} \times \sqrt{ab - \int\varphi dx} = Bb = \sqrt{dx^2 + \frac{xxdz^2}{aa}}$: d'où résulte l'équation $dz = \frac{aacdx}{\sqrt{abx^4 - x^4 \int\varphi dx - aaccxx}}$ qui exprime la nature de la trajectoire cherchée ABC, dans laquelle équation c est une constante arbitraire pour rendre le tout homogene. *Ce qu'il falloit trouver.*

Vous voyez, Monsieur, que j'arrive tout d'un coup à une équation differentielle du premier degré, dans laquelle il n'y a aucun mêlange des indéterminées entr'elles; & qu'ainsi la construction geometrique s'en peut aisément déduire, les quadratures des espaces curvilignes étant données, & même plus commodément que M. Newton ne l'a trouvée dans la pag. 127. &c. de ses Princ. Math.

Mon équation fait voir de plus si la trajectoire cherchée est Algebrique ou non dans quelque hypothese que ce soit des forces données. Car si l'intégrale de $\frac{aacdx}{\sqrt{abx^4 - x^4 \int\varphi dx - aaccxx}}$ se trouve réductible à un arc de cercle dont le rayon soit à OA (a) comme nombre à nombre; la Courbe cherchée sera necessairement alors Algebrique. Ainsi l'hypothese ordinaire des forces centripetes en raison réciproque des quarrés des distances du mobile à leur centre, c'est à dire l'hypothese

de $\varphi = \frac{aaz}{xx}$ changeant l'équation précedente en $dz = \frac{aacdx}{\sqrt{abx^4 + aagx^3 - aaccxx}} = \frac{aacdx}{x\sqrt{abxx + aagx - aacc}}$, qui se peut réduire à un tel arc de cercle ; je vois tout d'un coup que vôtre Courbe *ABC* doit être Algebrique dans cette hypothese.

Pour voir presentement que cette Courbe *ABC* dans cette hypothese est toûjours une Section Conique, ainsi que M. Newton l'a supposé pag. 55. Corol. 1. sans le démontrer ; il y faut bien plus d'adresse : voici comme j'en viens à bout. Afin de réduire cette valeur de dz à une formule differentielle ordinaire d'arc circulaire, soit $x = \frac{aa}{y}$: la substitution de cette valeur de x donnera $\frac{aacdx}{x\sqrt{abxx + aagx - aacc}} = \frac{-acdy}{\sqrt{a^3b + aagy - ccyy}}$ (en supposant $y = \frac{aag}{2cc} - t$) $= \frac{acdt}{\sqrt{a^3b + \frac{a^4gg}{4cc} - cctt}}$ (en supposant $cchh = a^3b + \frac{a^4gg}{4cc}$ pour abreger) $= \frac{adt}{\sqrt{hh - tt}} = dz$; & par conséquent $\frac{dz}{a} = \frac{dt}{\sqrt{hh - tt}} = \frac{1}{h} \times \frac{hdt}{\sqrt{hh - tt}}$, qui est une differentielle d'arc de cercle (dont le rayon est $= h$, & le sinus $= t$) divisé par son rayon.

Cela étant, puisqu'un arc de cercle divisé par son rayon exprime l'angle qui lui est opposé, & que suivant cela l'angle $ZOl = \frac{dz}{a}$; l'on aura aussi $\frac{1}{h} \times \frac{hdt}{\sqrt{hh - tt}}$ pour la quantité d'un angle differentiel d'un qui auroit son rayon $= h$, & son sinus $= t$. Donc à cause de l'égalité de ces deux angles differentiels, les angles intégraux en seront aussi égaux, ou (pour plus de généralité) l'un surpassera l'autre d'un angle constant. Si donc on décrit un cercle *MST* d'un rayon $OM = h$, & que l'angle *AOL* $\left(\int \frac{dz}{a}\right)$ soit diminué ou augmenté d'un angle constant *ZOS* pour avoir l'angle *MOS* $\left(\int \frac{1}{h} \times \frac{hdt}{\sqrt{hh - tt}}\right)$; il est manifeste que

Voyez la Figure précedente de la pag. 524.

Voyez la Fig. de la pag. 524.

la perpendiculaire SP sur AO sera $= t$, & que delà (en retrogradant) on trouvera y, & ensuite x ou OE qui sera $= \frac{2aacc}{aag - 2cct}$. Donc en décrivant du rayon OE l'arc EB qui coupe OL en B, ce point B sera un de ceux de la trajectoire ABC que je prétens être une Section Conique : je le démontre.

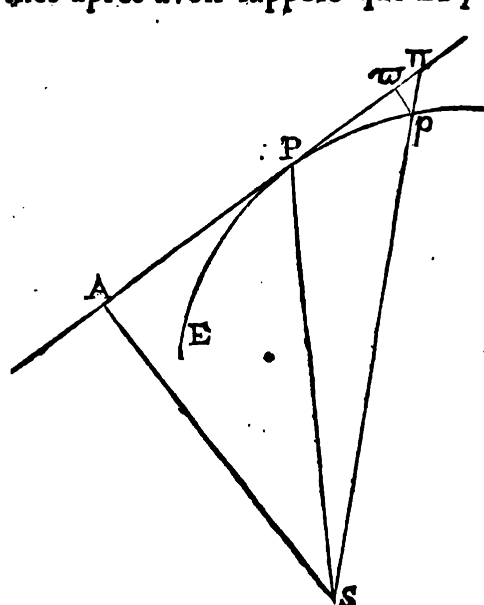
Tout Geometre attentif verra que l'angle constant LOS, dont on augmente ou diminuë l'angle AOL, ne change point la nature de la Courbe ABC; mais seulement sa situation, en l'avançant ou en l'arrierant autour du point O, tous les points B s'avançant ou s'arrierant ainsi dans leurs arcs EB, de même que si tout le plan de cette Courbe ABC tournoit avec elle autour de ce centre fixe O. Cependant pour rendre le calcul plus facile, je vas supposer que l'angle AOL n'augmente ni diminuë, c'est à dire que l'angle MOS lui est égal.

Soit donc ici (où les mêmes lettres marquent les mêmes choses que dans la Fig. précedente) perpendiculairement en O sur AO la droite $OQ = \frac{aag}{2cc}$; & du centre Q entre les asymptotes QO, QR, une hyperbole équilatere VXZ, dont le rectangle (des coordõnées) QYX ou $QOZ = aa$; soit prolongée une ordonnée quelconque XY de l'hyperbole jusqu'à ce qu'elle rencontre le cercle MST en S, par lequel point S soit menée OS, sur laquelle (prolongée s'il en est besoin) soit prise $OB = XY$. Je dis que le point B sera un de ceux de la trajectoire ABC; puisque

puiſque (*hyp.*) $OB = XY = \frac{QOZ}{QT} = \frac{aa}{\frac{aag}{2cc} - t} = \frac{2aacc}{aag - 2cct}$: & que la conſtruction preſente rend ABC une Section Conique, ainſi qu'on s'en convaincra ſi l'on cherche l'équation qui exprime le raport de ſes coordonnées OF, FB; car en les appellant x, y, on trouvera l'équation $\overline{a^4gg - 4c^4hh} \times xx = 8aac^4hx - a^4ggyy + 4a^4c^4$, qu'on ſçait exprimer une Section Conique : ſçavoir une Parabole, lorſque $OQ\left(\frac{aag}{2cc}\right) = OT\ (h)$; une Ellipſe, lorſque $OQ > OT$; & une Hyperbole, lorſque $OQ < OT$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Préparation à une autre Solution.

Quant à la maniere de trouver les forces centripetes, les Courbes étant données, voici un aſſez beau Theorême dont je trouvay autrefois la Solution indépendemment de l'inverſe précedente : je la communiquay à M. Moivre dans une Lettre du 16. Fevrier 1706. en ces termes aprés avoir ſuppoſé que EPp eſt la Courbe donnée, S le centre ou le foyer des forces centripetes, & SA une perpendiculaire ſur la tangente $A\Pi$ de cette Courbe en P: voici, dis-je, en quels termes je lui écrivis.



« Soit tirée du centre S des forces une droite $S\Pi$ infiniment proche de SP, & qui coupe la tangente prolongée en Π, & la Courbe en p; ſoit auſſi tirée la petite perpendiculaire $p\varpi$. Suppoſant donc que

Voyez la Fig. précedente de la pag. 529.

» le triangle PSp, qui marque le tems que le mobile em-
» ploïe à parcourir l'élement Pp de la Courbe, soit con-
» stant, on pourra faire $SA \times Pp = 1$. Or vous sçavez que
» le diametre de la dévelopée en P (que je nomme R)
» est à Pp comme Pp à $p\varpi = \frac{\overline{Pp}^2}{R}$; mais à cause des trian-
» gles semblables $SA\Pi$ & $p\varpi\Pi$, on fait $SA . S\Pi\ (SP) :: p\varpi$
» $\left(\frac{\overline{Pp}^2}{R}\right) . p\Pi$. Ainsi on trouvera $p\Pi$ ou l'éloignement mou-
» ventain de la tangente, $= \frac{SP \times \overline{Pp}^2}{SA \times R} = \frac{SP \times \overline{SA}^2 \times \overline{Pp}^2}{\overline{SA}^3 \times R}$ (à cause
» de $SA \times Pp = 1$) $= \frac{SP}{\overline{SA}^3 \times R}$: ensorte que la force centri-
» pete est en raison directe des distances, & en raison ré-
» ciproque composée du diametre des dévelopées & du
» cube des perpendiculaires sur les tangentes, &c.

De cette maniere la force centripete se trouve généralement exprimée en termes tous finis.

Ce Theorême sert à trouver encore une autre Solution du Problême inverse des forces centripetes, que je trouvay (si je m'en souviens bien) il y a environ 15. ans, dés mon arrivée en Hollande: Il est vrai qu'elle renferme des secondes differences; mais j'ay une maniere particuliere de les séparer, & ensuite d'intégrer l'équation, & de la réduire à celle du Problême précedent : voici cette autre Solution que je veux bien vous communiquer.

Voyez la Fig. de la pag. 524.

Soient ici comme-là dans la Figure de la pag. 524. $OB = OE = x$, $AL = z$, $OA = a$, $BN = dx$, $Nb = dy$, la force centripete en $B = \varphi$ (par le Theorême que je viens de démontrer) $= \frac{x}{p^3 r}$, en appellant p, la perpendiculaire menée du point O sur la touchante en B; & r, le diametre de la dévelopée en B. Or les formules ordinaires donnent $p = \frac{x\,dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$; & sans faire aucune differentielle constante, on trouve $r = \frac{2 \times \overline{x\,dx^2 + x\,dy^2} \times \sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx^2 dy + dy^3 + x\,dx\,ddy - x\,dy\,ddx}$. Donc on aura ici $\frac{x}{p^3 r}$ ou $\varphi = \frac{dy^3 + dx^2 dy - x\,dy\,ddx + x\,dx\,ddy}{2x^3 dy^3}$.

L'artifice dont je me sers pour séparer ici les indéterminées (ce qui seroit difficile autrement) consiste à abreger cette longue formule ; ce qu'on pourra faire en considerant laquelle des differentielles (cela est arbitraire) étant faite constante, & substituée dans cette équation, n'y laissera que deux termes en y détruisant les deux autres. Or je vois que cela se peut facilement faire en deux manieres, sçavoir en prenant xdy ou $\frac{dx}{x}$ pour constante, quoiqu'on ait déja pris le tems xdy ($SA \times Pp$) constant dans le Theorême précedent pour arriver à $p\Pi$ (proportionelle à la force centrale en P) $= \frac{SP}{SA^3 \times R} = \frac{x}{p^3 r}$, cette formule étant la même que si l'on n'y eût fait rien de constant.

Voyez la Fig. de la pag. 529.

1°. Si $xdy = c$, l'on aura $\varphi = \frac{dy^3 - xdyddx}{2c^3}$; ce qui s'intégre en differentiant la constante xdy, qui donne $xddy + dxdy = 0$, ou $dy = \frac{-xddy}{dx}$, & substituant cette valeur de dy dans la précedente équation $\varphi = \frac{dy^3 - xdyddx}{2c^3}$, il en proviendra $\varphi = \frac{-dyddy - dxddx}{2ccdx}$, ou $\varphi dx = \frac{-dyddy - dxddx}{2cc}$, dont l'intégrale est $\int \varphi dx = \frac{-dy^2 - dx^2}{4cc} \pm n$: j'entens encore ici par n une quantité constante quelconque.

On peut encore arriver autrement à cette équation, en multipliant $\varphi = \frac{dy^3 - xdyddx}{2c^3}$ par dx, & en la prenant par parties pour avoir $\varphi dx = \frac{dy^3 dx}{2c^3} \left(\frac{dx}{2x^3}\right) - \frac{xdxdyddx}{2c^3} \left(\frac{-dxddx}{2xxdy^2}\right)$, dont l'intégrale est $\int \varphi dx = -\frac{1}{4xx} - \frac{dx^2}{4xxdy^2} \pm n = \frac{-dy^2 - dx^2}{4xxdy^2} \pm n$, comme ci-devant.

2°. Soit presentement $\frac{dx}{x}$ constante. Cette autre supposition changera l'équation précedente $\varphi = \frac{dy^3 + dx^2 dy - xdyddx + xdxddy}{2x^3 dy^3}$ en $\varphi = \frac{dy^3 + xdxddy}{2x^3 dy^3}$, qui peut encore s'intégrer en deux manieres ; mais pour me servir seulement de la seconde, soit cette derniere équation multipliée par dx, & distribuée en plusieurs parties tel-

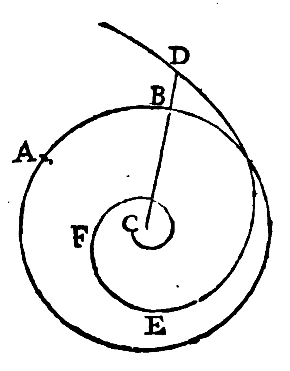
les que $\varphi dx = \frac{dx}{2x^3} + \frac{dx^2 ddy}{2xxdy^3}$, dont les intégrales (à cauſe de $\frac{dx^2}{xx}$ conſtante) donnent $\int \varphi dx = -\frac{1}{4xx} - \frac{dx^2}{4xxdy^2} \pm n = \frac{-dy^2 - dx^2}{4xxdy^2} \pm n$, comme ci-deſſus.

Nôtre équation differentio-differentielle étant ainſi réduite à une équation differentielle ordinaire, ſi l'on s'y prend bien (en ſuppléant les homogenes) l'on en déduira $\frac{bbdx}{\sqrt{nxx - xx \times \int \varphi dx - b^4}} = dy = \frac{xdz}{a}$, & conſéquemment auſſi $dz = \frac{abbdx}{\sqrt{nx^4 - x^4 \times \int \varphi dx - b^4 xx}}$, équation ſemblable à celle que j'ay trouvée par la premiere methode, & de laquelle par conſéquent ſuit encore (comme de celle-là) la conſtruction univerſelle de la trajectoire, & ſa détermination aux Sections Coniques dans l'hypotheſe particuliere des forces centripetes réciproquement proportionnelles aux quarrés des diſtances du mobile au centre de ces forces.

REMARQUE.

J'ay dit ci-devant que M. Newton, aprés avoir démontré que les forces centrales d'un corps, dirigées par un des foyers d'une Section Conique quelconque décrite par ce corps, ſont toûjours entr'elles en raiſon renverſée des quarrés des diſtances de ce même corps à ce foyer; ſuppoſe l'inverſe de cette propoſition ſans la démontrer: ſçavoir que lorſque les forces centrales d'un corps qui décrit une Courbe, ſont en raiſon réciproque des quarrés des diſtances de ce corps à quelque point du plan de cette Courbe, elle eſt toûjours une Section Conique dont ce point eſt le foyer ou un des foyers. Pour voir encore la neceſſité de la démonſtration que je viens de donner de cette inverſe, il n'y a qu'à conſiderer que de ce qu'un corps pour ſe mouvoir ſur une Spirale logarithmique, requiert des forces centrales en raiſon réciproque des cubes de ſes diſtances au foyer ou centre de cette Courbe; ce n'eſt pas une conſéquence qu'avec de telles forces il décrivît toûjours une telle Courbe: Puiſqu'il

eſt aiſé de ſe convaincre par les formules directes des forces centrales, que ce corps auroit auſſi ces forces en cette raiſon s'il décrivoit une Spirale hyperbolique *CFED* dont la nature fût d'avoir égaux entr'eux, ou conſtans, tous les rectangles ou produits $AB \times CD$ faits chacun de chacun des rayons *CD* de cette Spirale, par l'abſciſſe correſpondante *AB* de la circonference du cercle *ABL* décrit du centre *C* de cette même Spirale hyperbolique.



DES FORCES CENTRALES INVERSES.

PAR M. VARIGNON.

1710. 13. Dec.

On peut faire deux queſtions ſur les Forces centrales : la premiere de *trouver ces forces, les Courbes qu'elles font décrire, étant données* ; & la ſeconde au contraire, *ces forces étant données, trouver les Courbes qu'elles doivent faire décrire.* La premiere de ces deux queſtions, s'appellera ici *des Forces centrales directes* ; & la ſeconde, *des Forces centrales inverſes.*

L'Ecrit que je viens de lire de M. Bernoulli renferme deux Solutions de la ſeconde de ces deux queſtions, & une de la premiere : Dans leſquelles Solutions paroît ſa ſagacité ordinaire, ſur-tout dans la maniere dont il déduit de la premiere de ces deux là, que dans l'hypotheſe des Forces centrales en raiſon réciproque des quarrés des diſtances du mobile à leur centre ou foyer, ce mobile doit toûjours décrire quelque Section Conique.

A l'occaſion de ces deux Solutions du Problême inverſe des Forces centrales, & d'une auſſi générale que je reçus de M. Herman peu de jours aprés celles-là ; il me prît envie d'eſſayer ſi les formules directes que j'ay données de ces forces, & qui réſolvent toutes le premier des deux Problêmes précedens, ne me donneroient point auſſi la même inverſe que ces deux Meſſieurs ont trouvées pour la Solution du ſecond ; & de 18. de ces formules directes qui ſe voïent dans les Mem. de 1701. pag. 31. 32. deux me donnerent tout d'un coup cette inverſe ; & tant le ſoir que le lendemain douze autres d'entr'elles me la donnerent auſſi, preſque toutes avec la même facilité, les unes immédiatement, & les autres en les transformant en celles-là, même ſans avoir beſoin (pour les intégrer) d'en ſéparer les indéterminées, quelques compliquées qu'elles y ſoient, & même auſſi dans pluſieurs ſans y ſuppoſer aucune differentielle conſtante, c'eſt à dire, d'une maniere pleinement indéterminée.

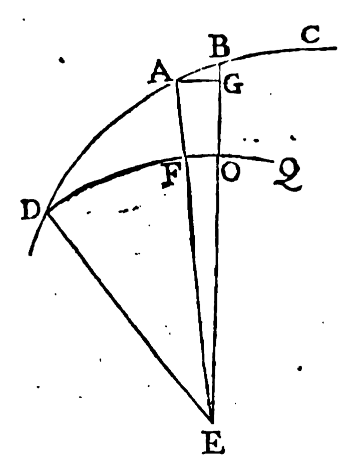
De ces 18. formules directes des Mem. de 1701. pag. 31. 32. dont quatorze me donnerent ainſi l'inverſe de Mrs Bernoulli & Herman, il y en a ſix infiniment générales qui donnent les douze autres en y ſuppoſant quelques differentielles conſtantes : d'autres differentielles, que j'y ay pareillement ſuppoſé conſtantes, m'ont encore donné pluſieurs autres formules directes, deſquelles intégrées m'eſt auſſi venu la même inverſe de ces deux ſçavans Geometres.

Cette inverſe n'étant que pour l'hypotheſe des tems en raiſon des aires centrales, que M. Newton a démontré dans ſes Princ. Math. pag. 37. être la veritable dans un eſpace ſans réſiſtance où le mobile auroit (par quelque cauſe que ce fût) la force centrale ſuppoſée ; la cinquiéme des Solutions qui m'ont donné cette même inverſe, fut ſuivie d'une vûë qui me les rendit toutes générales pour des hypotheſes quelconques des tems, & auſſi générales en y ſuppoſant des differentielles conſtantes qu'en n'y en ſuppoſant pas. En voici quelques-unes de l'une & de l'autre maniere, leſquelles ſerviront

à trouver de mêmeles autres par le moyen de mes formules directes, à ceux qui voudront en avoir le plaisir. Pour y préparer le Lecteur voici aussi en peu de mots ce que j'y vas supposer des Mem. de 1701.

PREPARATION.

Soit ici la Fig. 5. du Memoire qui commence à la pag. 20. de ceux de l'Acad. de 1701. dans laquelle Figure E est le centre ou le foyer des forces centrales quelconques qui font decrire au mobile A ou B une Courbe aussi quelconque $DABC$; AE, BE, sont deux rayons de ces forces, infiniment proches l'un de l'autre; AG est une perpendiculaire en G sur BE, ou un petit arc de cercle décrit du centre E par A; & DQ est un autre arc de cercle décrit du même centre E, d'un rayon quelconque ED, & qui rencontre AE, BE, en F, O: les arcs DF, DO, &c. s'en appelleront *arcs de révolution* du mobile pendant qu'il décrit les correspondans DA, DB, &c. de la Courbe $DABC$ qu'il parcourt; & les aires correspondantes DEA, DEB, &c. s'appelleront (comme ci-dessus) *aires centrales*.



Soient encore ici, comme dans le Mem. de 1701. que je viens de citer, $ED=a$, DF ou $DO=z$, EA ou $EB=y$, $AG=dx$, $AB=ds$; dt, chaque instant ou élement de tems emploïé par le mobile à parcourir chaque élement AB de la Courbe $DABC$; & f, chaque force centrale de ce mobile en chaque point A ou B suivant chaque AE ou BE, laquelle force (f) soit donnée à volonté en y & en constantes. Soit de plus n une grandeur constante quelconque. Nous marquerons ici à l'ordinaire les sommes ou intégrales par la caracteristique $\int$.

PROBLÊME.

Les Quadratures étant supposées, & la loy quelconque des Forces centrales f *étant donnée à volonté en* y *& en constantes ; Trouver en général la nature de la Courbe que ces forces doivent faire décrire au mobile pendant des tems ou des élémens de tems* dt *donnés aussi à volonté en* y *& en constantes multipliées par* dx *ou par* dz *variables ou non.*

SOLUTION I.

Dans l'hypothese de ydx *constante.*

I. Dans cette hypothese les Mem. de 1701. pag. 32. art. 19. donnent $f = -\frac{dsdds}{dydt^2}$, d'où résulte $\frac{2fdydt^2}{yydx^2} = -\frac{2dsdds}{yydx^2}$, dont l'intégrale (à cause de ydx supposée constante) est $2 \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2} = -\frac{ds^2}{yydx^2} + n$, ou $2yydx^2 \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2} = nyydx^2 - ds^2 = nyydx^2 - dx^2 - dy^2$, ou bien aussi $dy^2 = nyydx^2 - dx^2 - 2yydx^2 \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}$; ce qui donne $dy = dx\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}}$ (à cause de $EF\ (a).\ EA\ (y) :: FO\ (dz).\ AG\ (dx) = \frac{ydz}{a}$) $= \frac{ydz}{a}\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}}$, ou $dz = \frac{ady}{y\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}}}$, qui est l'équation de la Courbe cherchée $DABC$, aussi-bien que $dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}}}$ résultante de $dy^2 = nyydx^2 - dx^2 - 2yydx^2 \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}$ trouvée ci-dessus : Dans lesquelles équations on substituëra une valeur constante de n, & d'autres constantes aux degrés qu'éxigera l'homogeneité des termes suivant les valeurs données de f & de $\frac{dt}{dx}$ en y & en constantes. *Ce qu'il falloit trouver.*

II. En substituant la valeur de $dx = \frac{ydz}{a}$ dans ces deux équations $dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}}}$, $dz = = ady$

$= \frac{ady}{y\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fdyds^2}{yydx^2}}}$, elles se changeront en $dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2aayy \times \int \frac{fdyds^2}{y^4dz^2}}}$, $dz = \frac{ady}{y\sqrt{nyy - 1 - 2aayy \times \int \frac{fdyds^2}{y^4dz^2}}}$, qui exprimeront encore chacune la nature de la même Courbe $DABQ$, en y substituant aussi des constantes au degré qu'éxigera l'homogeneité des termes suivant les valeurs données de f & de $\frac{ds}{dz}$ en y & en constantes. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

SOLUTION II.

Dans la même hypothese de ydx *constante.*

Dans cette hypothese les Mem. de 1701. pag. 32. art. 19. donnent aussi $f = \frac{dx^2 - yddy}{yds^2}$; & conséquemment $\frac{2fdyds^2}{yydx^2} = \frac{2dydx^2 - 2ydyddy}{y^3dx^2} = \frac{2ydy}{y^4} - \frac{2dyddy}{yydx^2}$, dont l'intégrale (à cause de ydx supposée constante) est $2 \times \int \frac{fdyds^2}{yydx^2} = -\frac{1}{yy} - \frac{dy^2}{yydx^2} + n = \frac{nyydx^2 - dx^2 - dy^2}{yydx^2}$; d'où résulte $dy^2 = nyydx^2 - dx^2 - 2yy \times dx^2 \times \int \frac{fdyds^2}{yydx^2}$, & le reste comme dans la Solut. 1.

SOLUTION III.

Dans l'hypothese de dx *constante.*

Dans cette hypothese le nomb. 1. de l'art. 18. pag. 31. des Mem. de 1701. donne $f = \frac{dyds^2 - ydsdds}{ydyds^2}$; & conséquemment $\frac{2fdyds^2}{yydx^2} = \frac{2ydyds^2 - 2yydsdds}{y^4dx^2}$, dont l'intégrale (à cause de dx supposée constante) est $2 \times \int \frac{fdyds^2}{yydx^2} = -\frac{ds^2}{yydx^2} + n = \frac{nyydx^2 - ds^2}{yydx^2} = \frac{nyydx^2 - dx^2 - dy^2}{yydx^2}$; d'où résulte $dy^2 = nyydx^2 - dx^2 - 2yydx^2 \times \int \frac{fdyds^2}{yydx^2}$, & le reste comme dans la Solut. 1.

SOLUTION IV.

Dans la même hypotheſe de dx *conſtante.*

Dans cette hypotheſe le nomb. 1. de l'art. 18. de la pag. 31. des Mem. de 1701. donne auſſi $f = \frac{ds^2 - yddy}{yds^2} = \frac{dyds^2 - ydyddy}{ydyds^2}$ (dx conſtante rendant $dyddy = dsdds$) $= \frac{dyds^2 - ydsdds}{ydyds^2}$; d'où l'on aura les formules requiſes comme dans la précedente Solut. 3.

SOLUTION V.

Dans l'hypotheſe de $y^m dx$ *conſtante.*

Cette hypotheſe générale donnant $my^{m-1}dydx + y^m ddx = 0$, & conſéquemment $yddx = -mdydx$; la ſubſtitution de cette valeur de $yddx$ en ſa place dans la premiere $f = \frac{dxdyds^2 + yds^2 ddx - ydxdsdds}{ydxdyds^2}$ des formules infiniment générales directes de la pag. 31. des Memoires de 1701. réduira cette formule à $f = \frac{\overline{1-m} \times dxdyds^2 - ydxdsdds}{ydxdyds^2}$; d'où réſulte $\frac{2fdyds^2}{yydx^2} = \frac{\overline{2-2m} \times y^{1-2m}dyds^2 - 2y^{2-2m}dsdds}{y^{4-2m}dx^2} = \frac{\overline{2-2m} \times y^{1-2m}dyds^2 - 2y^{2-2m}dsdds}{y^{4-4m}} \times \frac{1}{y^{2m}dx^2}$, dont l'intégrale (à cauſe de $y^m dx$ ſuppoſée conſtante) eſt $2 \times \int \frac{fdyds^2}{yydx^2} = -\frac{ds^2}{y^{1-2m}} \times \frac{1}{y^{2m}dx^2} + n = -\frac{ds^2}{yydx^2} + n = \frac{nyydx^2 - ds^2}{yydx^2} = \frac{nyydx^2 - dx^2 - dy^2}{yydx^2}$; ce qui donne $dy^2 = nyydx^2 - dx^2 - 2yydx^2 \times \int \frac{fdyds^2}{yydx^2}$, & le reſte comme dans la Solut. 1.

SOLUTION VI.

Sans ſuppoſer aucune differentielle conſtante.

La premiere des formules infiniment générales di-

rectes de la pag. 31. des Memoires de 1701. eſt $f = \frac{dxdyds^2 + yds^2ddx - ydxdsds}{ydxdydt^2}$; ce qui donne $\frac{2fdydt^2}{yydx^2} = \frac{2ydydx^2ds^2 + 2yyds^2dxddx - 2yydx^2dsdds}{y^4dx^4}$, dont l'intégrale eſt $2 \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2} = -\frac{ds^2}{yydx^2} + n = \frac{nyydx^2 - ds^2}{yydx^2} = \frac{nyydx^2 - dx^2 - dy^2}{yydx^2}$; d'où réſulte $dy^2 = nyydx^2 - dx^2 - 2yydx^2 \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}$, & le reſte comme dans la Solut. 1.

COROLLAIRE I.

Il ſuit des deux formules générales trouvées dans l'art. 1. de la Solut. 1. & pareillement dans les autres Solutions: c'eſt à dire, des formules

$$dz = \frac{ady}{y\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}}},$$

$$dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fdydt^2}{yydx^2}}},$$

1°. Que ſi l'on prend $dt = ydx$, c'eſt à dire, les tems en raiſon des aires centrales, ainſi que Mrs Bernoulli & Herman les prennent avec M. Newton aprés Kepler pour les Planetes; les deux précedentes formules générales ſe changeront pour ce cas en $dz = \frac{ady}{y\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int fdy}}$, $dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int fdy}}$, dont la premiere ſera celle de Mrs Bernoulli & Herman, aux noms prés, en y ſubſtituant $ab = n$, & $ac = 1$, pour l'homogeneité des termes, & de plus $f = \frac{aag}{2yy}$ pour l'hypotheſe particuliere des Sections Coniques: Hypotheſe des forces centrales que M. Newton (dans ſes Princ. Math. pag. 50. 51.) a démontrée, & moy enſuite (dans les Mem. de l'Acad. de 1700. pag. 223. par le moyen de la formule directe $f = -\frac{dsdds}{dydt^2}$, qui vient de donner la premiere des Solutions précedentes) convenir aux Planetes ſuppoſées tracer des Ellipſes à un des foyers deſquelles ſoit le centre de ces forces.

2°. Que si l'on prend en général $dt = pdx$, dont p (aussi bien que f) soit donnée à volonté en y & en constantes, les deux précedentes formules générales se changeront en $dz = \frac{ady}{yV\overline{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$, $dx = \frac{dy}{V\overline{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$, lesquelles donneront encore les deux particulieres du précedent nomb. 1. en y prenant $p = y$ conformément à leur hypothese de $ydx = dt = pdx$.

COROLLAIRE II.

Il suit aussi des deux autres formules générales trouvées dans l'art. 2. de la Solut. 1. & pareillement dans toutes les autres Solutions précedentes: c'est à dire, des formules

$$dz = \frac{ady}{yV\overline{nyy - 1 - 2aayy \times \int \frac{fdydt^2}{y^4 dz^2}}},$$

$$dx = \frac{dy}{V\overline{nyy - 1 - 2aayy \times \int \frac{fdydt^2}{y^4 dz^2}}}.$$

1°. Que si, pour exprimer les tems (t) par les arcs (z) de révolution, l'on y prend $dt = dz$; ces deux formules générales se changeront pour ce cas en $dz = \frac{ady}{yV\overline{nyy - 1 - 2aayy \times \int \frac{fdy}{y^4}}}$, $dx = \frac{dy}{V\overline{nyy - 1 - 2aayy \times \int \frac{fdy}{y^4}}}$.

2°. Que si en général on prend $dt = qdz$, dont q (aussi bien que f) soit donnée à volonté en y & en constantes, les deux précedentes formules générales se changeront en $dz = \frac{ady}{yV\overline{nyy - 1 - 2aayy \times \int \frac{fqqdy}{y^4}}}$, $dx = \frac{dy}{V\overline{nyy - 1 - 2aayy \times \int \frac{fqqdy}{y^4}}}$, lesquelles donneront encore les deux particulieres du précedent nomb. 1. en y prenant $q = 1$, conformément à leur hypothese de $dz = dt = qdz$.

SCHOLIE.

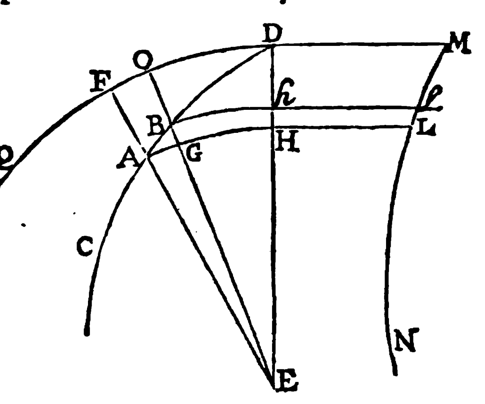
I. Il eſt manifeſte que l'uſage le plus commode des quatre formules générales inverſes des Solutions précedentes, rapportées dans les Corol. 1. 2. eſt de les réduire aux génerales des nomb. 2. de ces Corollaires, pour delà y ſubſtituer les valeurs de p, q, f, données (*hyp.*) en y & en conſtantes, & pour juger aprés cela ſi les intégrations de $\int \frac{fdydt^2}{yydx^2}$, $\int \frac{fdydt^2}{y^4dz^2}$, y ſont poſſibles.

II. Des ſix formules infiniment générales directes de la pag. 31. des Mem. de 1701. dont la premiere, ſans y faire aucune differentielle conſtante, vient de donner dans la Solut. 6. les quatre générales inverſes rapportées dans les précedens Corol. 1. 2. les cinq autres les donnent auſſi ſans y ſuppoſer aucune differentielle conſtante : ſçavoir la quatriéme immediatement de même que la premiere, & les quatre autres en les transformant en ces deux-là. Aprés cela ſi l'on veut y emploïer des differentielles conſtantes, comme dans les cinq premieres des Solutions précedentes; les huit formules directes déduites des ſix infiniment générales dans les pag. 31. 32. des Mem. de 1701. en y ſubſtituant ſucceſſivement ds, dz, conſtantes, donneront encore autant d'autres Solutions du même Problême inverſe. Outre ces formules directes, pluſieurs autres qu'on peut déduire encore des infiniment générales en y ſubſtituant auſſi ſucceſſivement $\frac{dy}{y}$, $\frac{ds^2}{y}$, $y^m ds$, &c. conſtantes, donneront de même encore tout autant d'autres Solutions de ce Problême. Je n'en mets ici que ſix pour laiſſer le plaiſir aux jeunes Geometres de trouver les autres; je n'y en mets même tant que pour leur en marquer plus ſûrement la maniere, & pour leur en faire mieux preſſentir la facilité qui eſt preſque la même pour toutes, ainſi qu'ils l'eſſayeront ſi, à portée de cette matiere, ils l'aiment aſſez pour vouloir s'y appliquer.

CONSTRUCTION GENERALE

De la Courbe DAC *requise dans le Problème précedent.*

Imaginons une autre Courbe *MLN*, qui ait ses appliquées $HL = \frac{aa}{2y\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$ toutes perpendiculaires en autant de points *H* sur le rayon arbitraire *ED* du cercle *DFQ* décrit du centre *E* des forces *f*, par le point *D*, auquel point *D* soit aussi perpendiculairement sur *DE* l'appliquée *DM* de cette Courbe *MLN*. Cela fait, puisqu'on suppose ici les quadratures données, les possibles ne se pouvant ici trouver que dans le détail, & non dans ce général; soit le secteur circulaire quelconque $DEF = DHLM$ aire correspondante aussi quelconque de la Courbe *MLN*: je dis que si du centre *E* par *H*, l'on décrit l'arc de cercle *HA* qui rencontre en *A* le rayon *EF* du concentrique *DFQ*; ce point *A* sera un de ceux de la Courbe cherchée *DBC*, & ainsi des autres.



DEMONSTR. Cette construction donnant ainsi par tout les aires correspondantes *DEF*, *DHLM*, égales entr'elles, leurs élemens correspondans *FEO*, *HhlL*, seront aussi par tout égaux entr'eux. Donc (les noms demeurant ici les mêmes que dans la préparation de la pag. 535.) l'arc *Bh* (*hyp.*) concentrique à *AH*, & infiniment prés de lui, rendant $Hh = GB = dy$, & ayant de plus (*hyp.*) $HL = \frac{aa}{2y\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$; l'on aura par tout ici

$$\frac{aady}{2y\sqrt{nyy-1-2yy\times\int\frac{fppdy}{yy}}}=Hh\times HL=HhlL\ (hyp.)=FEO$$

$=\frac{adz}{2}$, c'eſt à dire, $dz=\frac{ady}{y\sqrt{nyy-1-2yy\times\int\frac{fppdy}{yy}}}$ pour l'équation de la Coube DBC qu'on vient de décrire. Donc cette équation étant auſſi (*Corol.* 1. *nomb.* 2.) celle de la Courbe cherchée dans le Problême précedent ; cette Courbe DBC ainſi décrite, ſera auſſi la générale qu'éxige ce Problême. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUES.

I. Dans la conſtruction précedente ſi, au lieu de prendre $HL=\frac{aa}{2y\sqrt{nyy-1-2yy\times\int\frac{fppdy}{yy}}}$ conformément au nomb. 2. du Corol. 1. l'on eût pris $HL=\frac{aa}{2y\sqrt{nyy-1-2yy\times\int\frac{fdydt^2}{yydx^2}}}$ conformément aux Solutions d'où l'on a conclu ce Corollaire ; il eſt viſible que cette conſtruction de la Courbe DBC auroit été préciſément la même : l'on n'a préferé la premiere de ces deux expreſſions à la ſeconde, que par la raiſon raportée dans l'art. 1. du Scholie précedent.

II. Les quatre équations générales raportées des Solutions dans les Corollaires précedens, exprimant la même Courbe en général ; il eſt viſible auſſi que la conſtruction précedente ſatisfait à toutes.

III. Il eſt encore à remarquer que les quadratures ſuppoſées dans cette conſtruction générale, la rendent beaucoup plus facile que les conſtructions particulieres pour leſquelles il faut trouver ces quadratures, ou les éviter quand les Courbes ſont Algebriques, comme M. Bernoulli a fait dans le cas ordinaire des tems en raiſon des aires centrales, & des forces en raiſon réciproque

des quarrés des distances du mobile au centre de ces forces : la construction qu'il vient de donner de la Courbe requise en ce cas, & la maniere dont il fait voir que cette Courbe doit toûjours être une Section Conique, sont d'une sagacité & d'une adresse qui répondent à ce qu'il en paroît dans tout ce qu'il a donné jusqu'ici au Public.

EXPERIENCES
DE L'EFFET DU VENT
A L'EGARD DU THERMOMETRE.

PAR M. CASSINI le fils.

1710. 13. Dec.

ENtre diverses observations Physiques que M. l'Abbé Teinturier Archidiacre de Verdun m'a envoyées depuis son retour de Paris ; il a remarqué que lorsqu'on excite du vent contre un Thermometre avec un soufflet, la liqueur qui y est enfermée augmente de hauteur ; ce qui lui paroît contraire à l'impression que le vent fait sur nous, qui paroît y exciter un sentiment de froid.

Pour examiner si le même effet arrive à nos Thermometres, j'ay appliqué un soufflet ordinaire à un Thermometre renfermé dans une Chambre, qui dans les Caves de l'Observatoire se tient à la hauteur de 50 degrés, & qui étoit alors à la hauteur de 52 degrés, c'est à dire deux degrés au-dessus du temperé ; & aprés avoir soufflé contre la boule pendant 7 ou 8 minutes, le Thermometre est monté d'un degré.

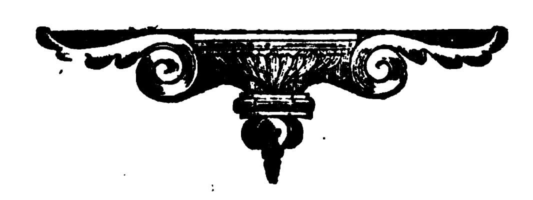
J'ay réïteré quelques jours aprés la même experience, le Thermometre étoit à la hauteur de 46 degrés, & il est monté aussi d'un degré pendant le même intervalle de temps.

Je me suis servi d'un Thermometre de M. Amontons, que

que j'ay appliqué au foyer d'une forge où il y a plusieurs années qu'on n'a fait de feu. Ce Thermometre est monté de prés d'une ligne dans l'espace de six minutes que j'ay soufflé contre le Thermometre.

Enfin j'ay mis le même Thermometre au foyer de la forge, où je l'ay laissé pendant l'espace de trois heures ou environ. Je l'ay ensuite retiré pour voir la hauteur où il étoit, que j'ay marqué de 53 pouces $2\frac{2}{3}$. J'ay soufflé contre ce Thermometre pendant l'espace de 5 minutes, & l'ayant retiré je l'ay trouvé à la hauteur de $53^p\ 4^l\ \frac{1}{3}$, c'est à dire une ligne & $\frac{2}{3}$ plus haut. Je l'ay remis aussi-tôt, & aprés avoir soufflé pendant l'espace de 5 minutes je l'ay trouvé à la hauteur de $53^p\ 5^l\ \frac{1}{4}$. Ayant enfin soufflé pendant 5 autres minutes, il est monté à la hauteur de $53^p\ 5^l$ & $\frac{5}{6}$; ensorte que dans l'espace d'un quart-d'heure le Thermometre est monté de plus de trois lignes.

On peut apporter pour raison de cette experience que tout mouvement produit de la chaleur, & qu'ainsi l'air excité avec violence acquiert quelque degré de chaleur, quoiqu'en effet il paroisse nous causer un sentiment de froid, à cause que les particules de l'air poussées avec violence s'appliquent avec plus de force & en plus grande quantité contre nôtre corps qui est plus chaud que l'air que nous respirons.



EXPERIENCES SUR LES THERMOMETRES.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1710. 17. Dec.

MOn Pere avoit obſervé autrefois qu'ayant couvert de neige la boule d'un Thermometre à eſprit de vin expoſé à l'air, mais non-pas au vent, l'eſprit de vin n'avoit pas changé de hauteur dans le tuyau, & qu'enſuite ayant ſoufflé fortement avec un ſoufflet contre cette neige, l'eſprit de vin étoit toûjours demeuré à la même hauteur; d'où il ſembloit que l'on pouvoit conclure que la temperature de l'air qui agit ſur l'eſprit de vin n'y pouvoit cauſer aucune alteration y étant fortement pouſſé; cependant il a paru le contraire par une experience rapportée à l'Academie par M. Caſſini le fils. C'eſt pour tâcher de découvrir la raiſon de cet effet contraire, que nous avons refait l'experience qu'il a rapportée, mais dans differentes circonſtances & ſur 4 Thermometres, dont 3 à eſprit de vin, & 1 à air de M. Amontons.

Le 27 Novembre 1710 vers les 11 heures du matin, nous ſoufflâmes fortement avec un ſoufflet contre la boule d'un Thermometre à eſprit de vin expoſé depuis un grand nombre d'années dans la Tour orientale de l'Obſervatoire, laquelle eſt découverte, enſorte qu'il y eſt à l'abri du vent, & l'eſprit de vin qui étoit à 35 parties dans le tuyau, ce qui marque un air un peu plus chaud que le commencement de la gelée, ayant remarqué que lorſqu'il eſt à 32 il commence à geler dans la campagne, ne monta pas ſenſiblement dans le tuyau; nous avions pris la précaution devant que de nous ſervir du ſoufflet de le mettre pendant 2 heures dans le même

endroit où étoit le Thermometre, de peûr que si tout le soufflet étoit un peu plus chaud que l'air qui y entroit il ne s'y échauffât, & venant ensuite à rencontrer la boule du Thermometre il ne l'échauffât & ne fît monter la liqueur; & au contraire si le soufflet avoit été dans un lieu où l'air eût été plus froid que celui où étoit le Thermometre il ne la fît descendre, comme nous le remarquâmes en soufflant avec le même soufflet, & aussitôt aprés l'experience rapportée cy-dessus, contre la boule d'un autre Thermometre qui étoit dans le Cabinet de mon Pere, où l'air étoit beaucoup plus chaud que l'air exterieur où le soufflet avoit été exposé; car aussitôt la liqueur descendit environ d'une demie ligne, & remonta ensuite à la même hauteur à peu prés, quoique l'on continuât de souffler.

Nous avons fait encore une autre experience sur un Thermometre à air, qui est un de ceux que M. Amontons avoit fait d'abord pour l'experience de la chaleur de l'eau boüillante. La boule qui est au bas du petit tuyau recourbé est fort grosse, & a dans sa partie inferieure assez de mercure pour fournir à la dilatation de l'air de la boule, qui le fait élever dans le tuyau qui est ouvert par le haut, & qui a environ 4 pieds de hauteur, ensorte que l'air n'entre point dans le tuyau.

Le 27 Novembre 1710 sur les 4 heures aprés midy, le Thermometre & le soufflet étant restés dans le même lieu plus de 5 heures, & ayant marqué exactement la hauteur du mercure dans le petit tuyau, nous soufflâmes pendant 3′ contre la boule qui est remplie d'air, lequel étoit comprimé par 25 pouces de mercure, & nous ne remarquâmes aucun changement de hauteur au mercure qui étoit dans le tuyau.

Le lendemain 28 sur les 10 heures du matin, nous réïterâmes la premiere experience sur le Thermometre qui est dans la Tour orientale, & l'esprit de vin ne monta point sensiblement; il y avoit un autre Thermometre à esprit de vin proche de celui-là dont la boule étoit

beaucoup plus petite & le tuyau fort délié, que nous ôtâmes & que nous mîmes dans un lieu à côté qui est fermé & où il y avoit un soufflet double; & aprés l'y avoir laissé 3 ou 4 heures, nous soufflâmes contre la boule de ce second Thermometre pendant 7′ avec le soufflet double, & l'esprit de vin monta de 3 lig. dans le tuyau.

Nous prîmes ensuite le Thermometre à air de M. Amontons qui étoit depuis long-tems dans ce même lieu, & nous soufflâmes avec le soufflet double contre la boule pendant 7′, & le mercure monta aussi de 3 lignes; à la verité nous étions 3 ou 4 personnes un peu éloignés du Thermometre pendant l'experience.

Nous eûmes peur que la quantité de personnes que nous étions n'eût causé cet effet; c'est-pourquoy nous laissâmes les Thermometres l'un proche de l'autre pendant 2 ou 3 heures, & ensuite avec un soufflet ordinaire nous soufflâmes pendant 3′ contre chacune des boules de ces deux Thermometres, l'esprit de vin & le mercure qui étoient redescendus à la hauteur où *ils* étoient avant la précedente experience remonterent chacun environ d'une ligne, mais celui à esprit de vin un peu moins que l'autre.

Nous eûmes peur que ce ne fût à cause que nous avions commencé par celui à esprit de vin, & que le soufflet ne se fût échauffé dans nos mains; c'est-pourquoy nous les laissâmes dans la même position & le soufflet proche d'eux, & sur les 6 heures du soir nous soufflâmes encore pendant 3′ contre chacune de ces deux boules, en commençant par celui à esprit de vin qui monta peu, mais celui à air ne monta point du tout.

Ensuite avec le même soufflet nous soufflâmes contre la boule d'un autre Thermometre à esprit de vin qui est de M. Amontons, & qui est placé dans le Cabinet de mon Pere, où l'air étoit plus chaud que celui où étoit le soufflet, & l'esprit de vin monta dans le tuyau de $\frac{2}{3}$ de ligne, & ne descendit point d'abord comme il avoit fait la veille.

Le 4 à 7 heures du matin le Thermometre à air & le gros Thermometre à esprit de vin & le soufflet ayant passé toute la nuit dans la Tour orientale, nous soufflâmes pendant 4′ contre la boule de celui à air, & il ne monta point; ensuite nous soufflâmes contre la boule de celui à esprit de vin, & il monta environ d'une ligne. Ensuite nous soufflâmes pendant plus de 4′ contre la boule d'un autre Thermometre à esprit de vin qui est plus petit, que nous avions laissé proche des vitres d'un lieu à côté qui est fermé, & qui est exposé au midy, les trous du soufflet étant tournés contre les vitres, la liqueur ne monta presque pas; mais en continuant de souffler, les trous du soufflet tournés de l'autre côté, il monta davantage.

L'aprés-midy sur les 2 heures le même Thermometre étant resté dans la même place, & ayant reçû l'impression du Soleil pendant 3 heures & demie, & le soufflet étant resté dans le même lieu sur un siege à six pieds de distance environ du Thermometre, le Soleil ayant aussi donné dessus, nous soufflâmes contre la boule de ce Thermometre, la liqueur descendit de plus de 6 lignes, les trous du soufflet n'étant pas tournés contre les vitres, & les ayant tournés contre les vitres & continuant de souffler, l'esprit de vin descendit encore considerablement, quoiqu'il y fît fort chaud, le Ciel ayant été fort serein toute la journée, & le Soleil y donnant pendant l'experience.

Le 5 au matin nous portâmes le Thermometre à air & le petit à esprit de vin dans la Cave de l'Observatoire; & aprés les y avoir laissé prés de trois quarts-d'heure & le soufflet aussi, & avoir ouvert & fermé le soufflet pendant du tems pour lui faire prendre par dedans la même chaleur que celle de l'air de la cave, nous soufflâmes pendant 5′ contre la boule du Thermometre à air, & le mercure monta environ de 3 lignes : mais comme les deux Thermometres étoient à un pied de distance l'un de l'autre, & qu'auparavant de souffler contre celui à

air nous avions remarqué aussi la hauteur de celui à esprit de vin, nous nous apperçûmes que celui à esprit de vin étoit aussi monté d'une ligne, quoiqu'on n'eût point soufflé contre; ensuite nous soufflâmes pendant le même tems contre celui à esprit de vin, & il monta aussi d'environ 3 lignes, & pendant ce tems là le Thermometre à air ne monta point.

Nous avions pris la précaution de les porter dans la Cave, craignant que la lumiere répanduë dans l'air pendant le jour ne fît dessus quelque impression qui eût du rapport à ce qui arrive à la pierre de Boulogne & autre phosphore.

Ensuite nous appliquâmes un morceau de drap en 2 ou 3 doubles contre la boule du Thermometre à air, & soufflant avec violence contre, il ne monta que d'une ligne, & pendant ce tems-là le Thermometre à esprit de vin qui étoit resté à la même place monta d'une demie ligne; ensuite nous appliquâmes le drap contre la boule du Thermometre à esprit de vin, & aprés avoir soufflé contre pendant le même tems, il monta encore d'une demie ligne: mais le Thermometre à air ne monta point pendant ce tems-là, non-plus que dans l'experience précedente.

Quoiqu'il paroisse en general que les experiences que nous venons de rapporter détruisent l'ancienne que mon Pere avoit faite, cependant il semble qu'elles fournissent un moyen d'en rendre raison & d'expliquer les differences qui se trouvent entr'elles.

Car la neige qui étoit sur la boule du Thermometre & au travers de laquelle passoit l'air poussé par le soufflet, étoit assez froide pour refroidir les particules de l'air un peu moins froides que la neige, qui se seroient appliquées en grande quantité & en peu de tems par le moyen du soufflet contre la boule du Thermometre, & qui auroient fait monter la liqueur. L'on ne peut quasi douter que ce ne soit la veritable raison de cette derniere experience, & il semble que par son moyen on peut

rendre raiſon de toutes les differences que nous avons remarqué dans celles que nous avons faites. Cependant avant que de décider abſolument, nous croyons qu'il faut attendre qu'on ait fait les deux experiences ſuivantes: la premiere, qui ſeroit de ſouffler contre la boule d'un Thermometre pendant un tres-grand froid; & la ſeconde, d'y ſouffler pendant un tres-grand chaud, afin de voir ſi ce qui arrivera dans les extrêmes, ſera conforme à ce qui eſt arrivé dans l'état moyen & autour du moyen.

Le 16 à 8 heures du matin un Thermometre à eſprit de vin & de l'eau dans un vaiſſeau étant reſtés toute la nuit dans un même lieu, nous mîmes ce Thermometre dans cette eau, & aprés l'y avoir laiſſé aſſez de tems, nous ne remarquâmes point que l'eſprit de vin eût changé de hauteur dans le tuyau; enſuite nous retirâmes le Thermometre de l'eau, nous moüillâmes un linge dans cette eau, nous l'appliquâmes en deux ou trois doubles ſur la boule de ce Thermometre, & nous ſoufflâmes fortement avec un ſoufflet ordinaire contre ce linge pendant 4 à 5′ ſans que l'eſprit de vin changeât de hauteur.

Ayant laiſſé le Thermometre dans cet état pendant une heure, nous voulûmes refaire l'experience. Nous ôtâmes le linge de deſſus la boule du Thermometre pour faire prendre à l'eſprit de vin le même degré de chaleur que l'air du lieu où il étoit; & en attendant qu'il l'eût repris, nous voulûmes voir ſi en l'agitant dans l'air il ne lui arriveroit pas la même choſe qu'en ſoufflant deſſus, ce qui nous réüſſit; car l'ayant agité fortement dans l'air pendant 8′, l'eſprit de vin monta de 2 lig. dans le tuyau, enſuite l'ayant laiſſé repoſer quelque tems, il ne changea point de hauteur. Nous le mîmes enſuite pendant 8′ dans la même eau où il avoit été d'abord, & la liqueur deſcendit quaſi d'une ligne, mais ce ne fut que pendant les quatre dernieres minutes; enſuite nous le retirâmes de l'eau, & ayant appliqué le linge moüillé deſſus, nous ſoufflâmes avec force pendant 8′ contre le linge, & l'eſ-

prit de vin remonta à la même hauteur où il étoit devant que d'avoir été plongé dans l'eau.

Le 17 au matin sur les 9 heures le même Thermometre à esprit de vin ayant passé toute la nuit dans la Tour orientale de l'Observatoire, & plusieurs morceaux de marbre que nous y avions mis, nous les appliquâmes contre la boule de ce Thermometre, & en une demie heure l'esprit de vin descendit dans le tuyau de plus d'une ligne, & ensuite continuant de l'examiner, nous nous apperçûmes qu'il étoit un peu remonté. Pendant cette experience le grand Thermometre à esprit de vin qui demeure toûjours dans cette Tour étoit remonté d'environ 2 lig. $\frac{1}{2}$. Cette experience sembleroit prouver que le marbre se refroidit plus que l'esprit de vin.



MESSIEURS



MESSIEURS DE LA SOCIETE Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entr'elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordez par le Roi au mois de Fevrier 1706.

OBSERVATION

Sur les petits œufs de Poule ſans jaune, que l'on appelle vulgairement œuf de Coq.

PAR M. LAPEYRONIE.

LEs préjugés de la naiſſance & de l'éducation entretiennent les hommes dans des erreurs ſi groſſieres, ſouvent même en matiere de fait, qu'il n'eſt pas moins digne des Compagnies de les en deſabuſer que de leur annoncer de nouvelles verités.

On les accoûtume par-là à un ſage pyrrhoniſme qui les tient en ſuſpens, & qui ne leur permet d'admettre pour veritable que ce qui eſt clairement & diſtinctement connu.

Beaucoup de perſonnes, d'ailleurs raiſonnables, croïent avec le peuple que les Coqs pondent des œufs, que ces œufs étant couvés dans du fumier ou ailleurs, on en voit

éclore des Serpens aîlés qu'on appelle Basilics *. Ils poussent plus loin la fable, & assurent que les regards de ces Basilics font mourir les hommes. Cette erreur n'a d'autre fondement qu'une ancienne tradition, dont la fausseté sera démontrée par les faits suivans.

Un Fermier m'apporta plusieurs œufs un peu plus gros que ceux de Pigeon (*Fig.* 1.) disant qu'ils avoient été pondus par un jeune Coq, qui étoit le seul de sa basse-cour, dans laquelle il y avoit aussi quelques Poules. Il doutoit si peu de ce fait, qu'il m'assura positivement que si je faisois éclore quelqu'un de ces œufs, il naîtroit de chacun d'eux un Serpent; & pour me persuader ce qu'il avançoit, il me dit que je n'avois qu'à ouvrir un de ces œufs, que je le trouverois sans jaune, & qu'au défaut du jaune j'y verrois en petit, mais fort distinctement, la figure d'un Serpent.

Je fis l'ouverture de l'un de ces œufs en presence de M. Bon Premier President de la Chambre des Comptes, Aydes & Finances, Associé honoraire, & de plusieurs autres personnes. Nous fûmes tous également surpris de voir cet œuf sans jaune, & de voir au défaut du jaune un Corps qui ressembloit assés bien à un petit Serpent entortillé. (*Fig.* 2.)

Je le dévelopay sans peine, aprés en avoir raffermi la substance dans de l'esprit de vin. (*Fig.* 3.)

J'en ouvris ensuite quelques autres que je trouvay en gros semblables au premier; toute la difference qui s'y trouvoit, c'est que le prétendu Serpent n'étoit pas dans

* Sunt etiam quædam ova majora, alia minora, alia etiam minima quæ vulgo in Italia *Centinina* dicuntur & mulieres nostræ hodie (ut olim) à Gallo edita & Basiliscos productura fabulantur. Vulgus (inquit Fabricius) putat exiguum hoc ovum esse ultimum Gallinarum, cum jam centum ova Gallina pepererit (unde *Centininum* vocant) quod sine vitello est: habet tamen cætera, ut chalazas, albumen, membranas, & corticem, verisimile enim est tunc generari, cum vitelli omnes jam in ova migrarunt, neque amplius in vitellario aliquis superest vitellus, qui in ovum evadere possit: ex altera tamen parte, albuminis adhuc modicum superest: ex hoc enim modico credibile est ovulum propositum creari. *Harvaus in tractatu generationis animalium, exercitatione* XII. *de ovorum differentiis.*

tous également bien représenté. J'ay eu l'honneur de faire voir plusieurs de ces œufs à la Compagnie ; j'en ay trouvé quelques-uns dans lesquels on voyoit une tache jaune, ronde, d'une ligne de diametre, sans épaisseur, située sur la membrane qu'on trouve sous la coque : cette tache répondoit à l'extremité obtuse de l'œuf.

La difference de ces œufs aux œufs ordinaires qui ont tous un jaune, me donna la curiosité d'approfondir cette matiere, étant tres-persuadé que si ces œufs avoient été pondus par un Coq, il falloit que celui-ci eût un organe particulier, & qu'outre les testicules & les deux verges il eût un ovaire & une trompe, ce qui l'auroit rendu hermaphrodite ; plusieurs animaux le sont de leur nature, & nous lisons les observations de tant de Monstres qu'on dit l'avoir été, qu'on auroit bien pû penser qu'il peut se trouver un Coq qui le fût aussi.

Cette reflexion excitant ma curiosité, j'ouvris le jeune Coq que l'on prétendoit avoir pondu nos petits œufs, & par la dissection que j'en fis, j'y trouvay deux gros testicules qui donnoient origine à des vaisseaux de semence bien conditionnés, qui se terminoient chacun de leur côté par une petite verge dans la cloaque : le Coq nous parut tres-vigoureux, mais incapable de ponte par le défaut d'organes. Je ne laissay pas que de faire couver quelques-uns de ces œufs que j'avois ramassés, je les ouvris aprés un mois de couvée, & je n'y trouvay aucun changement, si ce n'est que le blanc étoit plus divisé & plus fluide qu'à l'ordinaire.

Le Fermier n'ayant plus de Coq fut bien surpris de continuer à trouver des œufs semblables à ceux qu'il m'avoit apportés ; il fut attentif à découvrir d'où ils venoient, gueri de son erreur, il voulut en connoître la source, & s'assura qu'ils étoient pondus par une Poule qu'il m'apporta.

J'apperçus pendant tout le temps que je la garday qu'elle chantoit à peu prés comme un Coq enroüé, mais qu'elle chantoit avec beaucoup de violence.

Qu'elle rendoit par la cloaque des matieres jaunes fort délayées qui ressembloient à du jaune d'œuf détrempé dans de l'eau, & qu'elle pondoit de petits œufs semblables à ceux que j'avois ouverts.

Convaincu de ces faits il n'étoit plus question que d'en trouver la cause; je la cherchay dans les entrailles de la Poule, & je fis voir à la Compagnie une vessie de la grosseur du poing pleine d'eau fort claire representée par *CCCCC* dans la Fig. 4. attachée par la racine superieure *G* de son col au ligament *EE* qui attache à l'ovaire le pavillon de l'*oviductus*, & par la racine inferieure au centre *G* du mezentere de l'*oviductus*, ce qui étrangloit considerablement les deux parties de l'*oviductus* que cette attache *FF* embrassoit.

Cette hydropisie particuliere étrangloit si fort les deux endroits de l'*oviductus* marqués par *FF*, que leur cavité enflée avec violence n'avoit qu'environ cinq lignes de diametre; ainsi un œuf ordinaire, tels qu'ils sont en tombant dans la trompe, ne pouvoit pas y passer sans la crever, ou sans crever lui-même.

Le ventre de la Poule parut rempli d'une liqueur jaune dans laquelle nageoient de petites concretions semblables à du jaune d'œuf durci, ce qui formoit une autre espece d'hydropisie assés singuliere.

La grosse vessie remplie d'eau étoit la veritable cause de tous ces faits.

Lorsqu'un œuf embrassé par le pavillon s'étoit détaché de l'ovaire & qu'il étoit engagé dans l'*oviductus*, il passoit quoiqu'avec beaucoup de peine au-delà du premier étranglement, & ne pouvoit absolument pas passer au-delà du second, 1°. parcequ'il étoit plus grand que le premier, 2°. parceque le blanc de l'œuf l'avoit grossi, l'humeur lui ayant été fournie par les membranes du canal qu'il avoit parcouru, l'œuf engagé entre les deux étranglemens irritoit les membranes du canal, qui ne pouvant le chasser redoubloit ses contractions, & obligeoit la Poule à se donner de grands mouvemens, & à

faire de violens efforts qu'elle exprimoit par des cris qui imitoient, comme il a été déja dit, le chant d'un Coq enroüé. Ces efforts pressoient la vessie pleine d'eau, celle-cy s'appliquoit contre ses attaches, & dans les concours de toutes ces differentes forces, l'œuf dont les membranes étoient encore tres-minces, qui n'avoit que tres-peu de blanc, & point de coque, se crevoit, le jaune s'échapoit tantôt dans l'abdomen, tantôt dans la cloaque, selon le côté vers lequel la crevasse répondoit, l'un & l'autre étoit arrivé à la Poule, comme on l'a déja observé.

Le volume de l'œuf étant diminué par la perte d'une grande partie du jaune, descendoit malgré l'étranglement & continuoit son chemin.

Il est à remarquer que l'éponge du blanc qui environne le jaune ne laissoit pas de se remplir, quoiqu'elle fût percée dans l'endroit par où le jaune s'échapoit, & qu'elle manquât par-là de la tension qu'on auroit jugé devoir lui être necessaire pour son accroissement, malgré cela l'humeur du blanc toûjours fournie par les membranes de l'*oviductus* * grossissoit son éponge ; à mesure qu'elle augmentoit, elle exprimoit le reste de la liqueur fluide du jaune qui ne pouvoit résister à cause de son issuë, & qui sortoit presque toûjours entierement ; il laissoit quelquefois des traces à un des coins de l'œuf sous la forme d'une tache jaune ; il pouvoit se faire aussi qu'il restât une petite portion du jaune ramassé, quoique je n'en aye jamais ouvert où il s'en soit trouvé.

Pendant que le jaune se vuidoit peu à peu les *chalazas* se rangeoient differemment selon l'endroit de la crevasse

* Plusieurs personnes prétendent que le blanc de l'œuf est fourni par le jaune. Cette observation démontre non-seulement que le jaune n'est pas la source du blanc (car comment le jaune qui augmente plutôt que de diminuer dans l'*Oviductus*, auroit-il pû suffire à produire toute la substance du blanc qui a beaucoup plus de volume que le jaune même, s'il ne recevoit d'ailleurs ?) mais encore que la liqueur qui le fait ne passe point par le jaune, mais qu'après avoir passé par la membrane exterieure de l'œuf, elle entre immediatement dans le corps spongieux où elle s'arrête : si cela étoit autrement, l'humeur du blanc se seroit écoulée avec le jaune, & son éponge n'auroit pas grossi.

de l'œuf, si elle se trouvoit à côté d'un *chalaza*, les cellules des environs du *chalaza* opposé grossissant choisissoient l'autre qui se colloit à l'angle obtus de l'œuf, où il trouvoit une moindre résistance; aussi je l'ay souvent trouvé collé à cet endroit, plusieurs fois même ensemble avec la tache jaune.

Mais lorsque l'ouverture se faisoit dans un endroit du jaune également éloigné des deux *chalazas*, ils travailloient alors de concert à chasser le jaune, & se réünissoient ensuite au centre de l'œuf par le resserrement de la membrane du jaune, aux bouts de laquelle ils sont fortement attachés, ce qui representoit un serpent beaucoup plus entortillé que lorsqu'il n'y avoit qu'un seul *chalaza*.

Aprés que le jaune étoit entierement vuidé, & qu'il avoit été suivi de ce qui se trouvoit de plus fluide dans le blanc, son ouverture étoit bien-tôt cicatrisée par la viscosité du blanc enfermé dans un corps spongieux, aussi-bien que par les matieres grasses dont l'interieur de l'*oviductus* est enduit, & enfin par la matiere de la coque de l'œuf qui se trouve au bas de ce conduit.

J'ay ramassé de cette humeur, & l'ayant exposée à une douce chaleur, elle a fait une substance semblable à la coque.

Il y a apparence qu'une partie du blanc s'échapoit avec le jaune, puisqu'il n'y en avoit dans chaque petit œuf qu'environ le tiers de ce qu'on en trouve dans un œuf ordinaire.

J'ay trouvé quelquefois la cicatrice de l'ouverture de la membrane par où le jaune s'étoit échapé, si intimement collée à la partie de la coque qui y répondoit, qu'on n'auroit pû l'en détacher sans la déchirer, ce qui n'arrivoit pas dans tout le reste de la circonference.

S'il y a des Poules qui pondent quelquefois des œufs sans coque, cela vient ou de quelque maladie, qui irritant la trompe, leur fait chasser l'œuf avant le temps.

Ou bien par une grande fécondité qui ne leur donne

pas le loisir de les meurir tous, il y a des Poules qui font le même jour un œuf bien conditionné, & un autre sans coque.

Le défaut d'une suffisante quantité de cette humeur dans certaines Poules peut encore en être la cause.

Il peut y avoir des Poules qui pondent quelquefois des œufs semblables à ceux dont je donne la description, lorsque dans des efforts, ou par quelque cause exterieure le jaune d'œuf est crevé dans l'*oviductus*; mais la cause n'étant pas constante, elles en font aussi de bien conditionnés.

Des étranglemens ou des compressions à peu prés semblables, qui aneantissent les petits des ovipares en leur ôtant la matiere de leur nourriture, ne rendroient que monstrueux ceux des vivipares, qui ne la portent pas avec eux, & qui vont la puiser dans la matrice, pourvû que la compression ne détruisît pas aucune partie essentielle à la vie de l'animal.

On ne doit donc pas être surpris de ce que ceux-cy nous fournissent beaucoup plus de monstres que lés autres.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA Figure 1. represente au naturel l'œuf sans jaune, couvert de sa coque, ayant un angle aigu, & l'autre obtus.

La Fig. 2. represente le même œuf ouvert.

AAA. Le blanc clair.

BB. Le blanc épais au centre duquel on voit le *chalaza*, ou la figure du prétendu serpent.

La Fig. 3. represente le même *chalaza* tiré du centre du blanc épais, & regardé avec une loupe.

La Fig. 4. fait voir l'interieur du ventre de la Poule, qui faisoit les œufs representés dans les Figures précedentes.

AAAAA. L'ovaire.

BBBBBBBB. L'*oviductus.*

CCCCC. Veſſie contre nature remplie d'eau claire ſituée au milieu de l'abdomen, & que l'on a couchée de côté pour découvrir ſes attaches; elle couvre une partie de l'*oviductus*, & l'étrangle dans les deux endroits marqués *FF.*

D. Le pavillon ou l'entrée de l'*oviductus.*

EE. Ligament qui attache le côté du pavillon derriere l'ovaire.

FF. Ligament du col de la veſſie *CCCCC* qui étrangle deux endroits de l'*oviductus.*

GG. Attache dudit ligament l'une, ſçavoir la ſuperieure au ligament *EE*, & l'inferieure au centre du mezentere de l'*oviductus.*

H. La cloaque dans laquelle on voit deux ouvertures, dont l'une répond à l'*oviductus*, & l'autre à l'inteſtin.

IIIII. Pluſieurs concretions jaunes ſemées dans l'abdomen ſemblables à des parcelles de jaune d'œuf durci.

Fin des Memoires.


fig. 1.
D
E
F
B
I
F
B
C
B
B
B
B
L
B
C
H
fig. 3.

